Арифметический корень

Неотрицательный корень степени n из неотрицательного числа b ($b \geq 0$) называют **арифметическим корнем степени n из числа b**.

ПРИМЕР 1.

а) Записи $\sqrt{3}$, $\sqrt[3]{0}$, $\sqrt[4]{5}$ — это записи арифметических корней.

б) Записи $-\sqrt{3}$, $\sqrt[3]{-4}$, $-\sqrt[4]{5}$ — это записи корней, не являющихся арифметическими.

в) Записи $\sqrt{-3}$, $-\sqrt{-1}$, $\sqrt[4]{-5}$, $\sqrt[6]{-11}$ не имеют смысла.

$$\sqrt[2m+1]{-a} = -\sqrt[2m+1]{a},$$

ТЕОРЕМА 1. Для натурального числа n ($n \geqslant 2$) и неотрицательного числа a справедливы равенства

$$(\sqrt[n]{a})^n = a, \qquad (1)$$

$$\sqrt[n]{a^n} = a. \qquad (2)$$

ТЕОРЕМА 2. Для натурального числа n ($n \geqslant 2$) и неотрицательных чисел a и b из равенства $a^n = b^n$ следует равенство $a = b$.

ТЕОРЕМА 3. Для натурального числа n $(n \geqslant 2)$ и неотрицательных чисел a, b и c $(c \neq 0)$ справедливы равенства

$$\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}, \tag{3}$$

$$\sqrt[n]{\frac{a}{c}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{c}}. \tag{4}$$

3.54, 3.55
самостоятельно
3.57
3.60 (3,4 столбик)
3.61
3.62
3.63 (а,б,в)

3.54 а) $\sqrt[3]{(-8)^2}$; б) $\sqrt[4]{10\,000}$; в) $\sqrt[5]{2\cdot 16}$; г) $\sqrt[6]{9\cdot 81}$.

3.55 а) $\sqrt[3]{1000}-\sqrt[4]{160\,000}$; б) $\sqrt[5]{3\,200\,000}+\sqrt[3]{8000}$;

в) $\sqrt[3]{0{,}008}+\sqrt[4]{0{,}0625}$; г) $\sqrt[4]{\frac{1}{81}}-\sqrt[3]{\frac{1}{125}}$.

3.54
а) 4,
Б) 10
В)2
Г)3

3.55
А)-10
Б)40
В)0,7
Г)2/15

3.57 а) $\sqrt[3]{2}\,(\sqrt[3]{4}+\sqrt[3]{500})$; б) $\sqrt[4]{5}\,(\sqrt[4]{2000}-\sqrt[4]{125})$;

в) $\sqrt[3]{0,81}\cdot\sqrt[3]{0,9}$; г) $\sqrt[4]{8}\cdot\sqrt[4]{1250}$.

3.57 а) $\sqrt[3]{2}\cdot\sqrt[3]{4}+\sqrt[3]{2}\cdot\sqrt[3]{500}=\sqrt[3]{8}+\sqrt[3]{1000}=2+10=12$

б) $\sqrt[4]{5}\cdot\sqrt[4]{2000}-\sqrt[4]{5}\cdot\sqrt[4]{125}=\sqrt[4]{10000}-\sqrt[4]{625}=10-5=5.$

в) $\sqrt[3]{0,81}\cdot\sqrt[3]{0,9}=\sqrt[3]{0,9^2\cdot 0,9}=\sqrt[3]{0,9^3}=0,9.$

г) $\sqrt[4]{8\cdot 1250}=\sqrt[4]{10000}=10.$

3.60 Вынесите множитель из-под знака корня:

в) $\sqrt[5]{-96}$; г) $\sqrt[3]{54}$;

ж) $\sqrt[3]{-\frac{250}{16}}$; з) $\sqrt[3]{-\frac{64}{7}}$;

л) $\sqrt[4]{1296}$; м) $\sqrt[4]{50\,625}$.

3.60

в) $-\sqrt[5]{96} = -\sqrt[5]{32 \cdot 3} = -\sqrt[5]{2^5} \cdot \sqrt[5]{3} = -2 \cdot \sqrt[5]{3}$

г) $\sqrt[3]{54} = \sqrt[3]{27 \cdot 2} = \sqrt[3]{3^3 \cdot 2} = 3 \cdot \sqrt[3]{2}$

ж) $-\sqrt[3]{\frac{250}{16}} = -\sqrt[3]{\frac{125 \cdot 2}{8 \cdot 2}} = -\frac{\sqrt[3]{125}}{\sqrt[3]{8}} = -\frac{5}{2}$.

з) $-\sqrt[3]{\frac{64}{7}} = -\frac{\sqrt[3]{64}}{\sqrt[3]{7}} = -\frac{4}{\sqrt[3]{7}}$.

л) $\sqrt[4]{1296} = \sqrt[4]{36^2} = \sqrt[4]{(6^2)^2} = \sqrt[4]{6^4} = 6$.

м) $\sqrt[4]{50625} = \sqrt[4]{81 \cdot 625} = \sqrt[4]{81} \cdot \sqrt[4]{625} = 3 \cdot 5 = 15$.

3.61 Освободитесь от иррациональности в знаменателе дроби:

а) $\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$; б) $\frac{1}{\sqrt[5]{2}}$; в) $\frac{3}{\sqrt[3]{-4}}$; г) $\frac{5}{\sqrt[5]{-9}}$.

3.61

а) $\frac{1}{\sqrt[3]{2}}\cdot\frac{\sqrt[3]{2^2}}{\sqrt[3]{2^2}}=\frac{\sqrt[3]{2^2}}{\sqrt[3]{2^3}}=\frac{\sqrt[3]{4}}{2}$.

б) $\frac{1\cdot\sqrt[5]{2^4}}{\sqrt[5]{2}\cdot\sqrt[5]{2^4}}=\frac{\sqrt[5]{2^4}}{\sqrt[5]{2^5}}=\frac{\sqrt[5]{16}}{2}$.

в) $-\frac{3\cdot\sqrt[3]{4^2}}{\sqrt[3]{4}\cdot\sqrt[3]{4^2}}=-\frac{3\cdot\sqrt[3]{16}}{\sqrt[3]{4^3}}=-\frac{3\cdot\sqrt[3]{16}}{4}=-\frac{3\sqrt[3]{8\cdot2}}{4}=-\frac{3\sqrt[3]{8}\cdot\sqrt[3]{2}}{4}=$

$=-\frac{3\cdot2\cdot\sqrt[3]{2}}{4}=-\frac{3}{2}\cdot\sqrt[3]{2}$

г) $-\frac{5\cdot\sqrt[5]{9^4}}{\sqrt[5]{9}\cdot\sqrt[5]{9^4}}=-\frac{5\cdot\sqrt[5]{(3^2)^4}}{\sqrt[5]{9^5}}=-\frac{5\cdot\sqrt[5]{3^8}}{9}=-\frac{5\cdot\sqrt[5]{3^5\cdot3^3}}{9}=-\frac{5\cdot\sqrt[5]{3^5}\cdot\sqrt[5]{3^3}}{9}$

$=-\frac{5\cdot3\cdot\sqrt[5]{27}}{9}=-\frac{5\cdot\sqrt[5]{27}}{3}$.

3.62 **Вычислите:**

а) $\sqrt{(-2)^2}$; б) $\sqrt{(-5)^4}$; в) $\sqrt{(\sqrt{2}-1)^2}$;

г) $\sqrt{(\sqrt{2}-2)^2}$; д) $\sqrt{(\sqrt{2}-\sqrt{3})^2}$; е) $\sqrt{(\sqrt{5}-\sqrt{7})^2}$.

в) $\sqrt{(\sqrt{2}-1)^2} = |\sqrt{2}-1| = \sqrt{2}-1.$

г) $\sqrt{(\sqrt{2}-2)^2} = |\sqrt{2}-2| = -(\sqrt{2}-2) = 2-\sqrt{2}.$

д) $\sqrt{(\sqrt{2}-\sqrt{3})^2} = |\sqrt{2}-\sqrt{3}| = -(\sqrt{2}-\sqrt{3}) = \sqrt{3}-\sqrt{2}.$

е) $\sqrt{(\sqrt{5}-\sqrt{7})^2} = |\sqrt{5}-\sqrt{7}| = \sqrt{7}-\sqrt{5}.$

3.63 Упростите выражение:

а) $\sqrt[3]{32}$; б) $\sqrt[5]{800}$; в) $30\sqrt[3]{\frac{1}{12}}+\frac{7}{2}\sqrt[3]{\frac{2}{3}}+5\sqrt[3]{144}$;

3.63

$$30\cdot\sqrt[3]{\frac{1}{12}}+\frac{7}{2}\cdot\sqrt[3]{\frac{2}{3}}+5\cdot\sqrt[3]{144}=\sqrt[3]{30^3\cdot\frac{1}{12}}+\sqrt[3]{\frac{7^3\cdot\cancel{2}^1}{2^{\cancel{3}2}\cdot 3}}+$$

$$+5\cdot\sqrt[3]{12^2}=\sqrt[3]{\frac{30\cdot\cancel{30}^{5}\cdot\cancel{30}^{15}}{\cancel{12}\ \cancel{6}\ 1}}+\sqrt[3]{\frac{7^3}{2^2\cdot 9}}+5\cdot\sqrt[3]{(6\cdot 2)^2}=$$

$$=\sqrt[3]{30\cdot 5\cdot 15}+\frac{7}{\sqrt[3]{12}}+5\cdot\sqrt[3]{(2\cdot 3\cdot 2)^2}=\sqrt[3]{6\cdot 5\cdot 5\cdot 5\cdot 3}+\frac{7\cdot\sqrt[3]{12^2}}{\sqrt[3]{12}\cdot\sqrt[3]{12^2}}+$$

$$+5\cdot\sqrt[3]{2^4\cdot 3^2}=\sqrt[3]{5^3\cdot 18}+\frac{7\cdot\sqrt[3]{(3\cdot 4)^2}}{\sqrt[3]{12^3}}+5\cdot\sqrt[3]{2^3\cdot 2\cdot 9}=$$

$$=5\cdot\sqrt[3]{18}+\frac{7\cdot\sqrt[3]{3^2\cdot(2^2)^2}}{12}+5\cdot 2\cdot\sqrt[3]{18}=15\cdot\sqrt[3]{18}+\frac{7\cdot\sqrt[3]{9\cdot 2^4}}{12}=$$

$$=15\cdot\sqrt[3]{18}+\frac{7\cdot\sqrt[3]{9\cdot 2\cdot 2^3}}{12}=15\cdot\sqrt[3]{18}+\frac{7\cdot\cancel{2}\cdot\sqrt[3]{18}}{\cancel{12}\,6}=\sqrt[3]{18}\cdot\left(15+\frac{7}{6}\right)=$$

$$=16\frac{1}{6}\cdot\sqrt[3]{18}.$$

1. Вычислите:

а) $5+\sqrt[3]{-64}$; б) $4+\sqrt[4]{81}$; в) $\sqrt[4]{2}\cdot\sqrt[4]{8}$;

г) $\dfrac{\sqrt[3]{54}}{\sqrt[3]{2}}$; д) $(2-\sqrt[3]{6})(4+2\sqrt[3]{6}+\sqrt[3]{36})$.

2. Упростите выражение:

а) $\dfrac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{48}+\sqrt{32}}$; б) $\dfrac{32}{9-3\sqrt[3]{5}+\sqrt[3]{25}}-\sqrt[3]{5}$.

3. Вынесите множитель из-под знака корня:

а) $\sqrt[3]{24}$; б) $\sqrt[4]{3a^4}$, если $a>0$; в) $\sqrt[4]{5x^4}$, если $x<0$.

4. Внесите множитель под знак корня:

а) $2\sqrt[3]{5}$; б) $b\sqrt[4]{6}$, если $b>0$; в) $y\sqrt[4]{2}$, если $y<0$.

Домашнее задание

- П.3.5 теория
- 88
- 3.56 (2,3 столбик)
- 3.63 (2,3 строчки)
- 3.60 (1,2 столбик)