

Арифметический корень

Неотрицательный корень степени n из неотрицательного числа b ($b \geq 0$) называют арифметическим корнем степени n из числа b .

ПРИМЕР 1.

- а) Записи $\sqrt{3}$, $\sqrt[3]{0}$, $\sqrt[4]{5}$ — это записи арифметических корней.
б) Записи $-\sqrt{3}$, $\sqrt[3]{-4}$, $-\sqrt[4]{5}$ — это записи корней, не являющихся арифметическими.
в) Записи $\sqrt{-3}$, $-\sqrt{-1}$, $\sqrt[4]{-5}$, $\sqrt[6]{-11}$ не имеют смысла.

$$\sqrt[2m+1]{-a} = -\sqrt[2m+1]{a},$$



ТЕОРЕМА 1. Для натурального числа n ($n \geq 2$) и неотрицательного числа a справедливы равенства

$$(\sqrt[n]{a})^n = a, \quad (1)$$

$$\sqrt[n]{a^n} = a. \quad (2)$$

ТЕОРЕМА 2. Для натурального числа n ($n \geq 2$) и неотрицательных чисел a и b из равенства $a^n = b^n$ следует равенство $a = b$.

ТЕОРЕМА 3. Для натурального числа n ($n \geq 2$) и неотрицательных чисел a , b и c ($c \neq 0$) справедливы равенства

$$\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}, \quad (3)$$

$$\sqrt[n]{\frac{a}{c}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{c}}. \quad (4)$$

3.54, 3.55

самостоятельно

3.57

3.60 (3,4 столбик)

3.61

3.62

3.63 (а,б,в)

3.54 а) $\sqrt[3]{(-8)^2}$; б) $\sqrt[4]{10\,000}$; в) $\sqrt[5]{2 \cdot 16}$; г) $\sqrt[6]{9 \cdot 81}$.

3.55 а) $\sqrt[3]{1000} - \sqrt[4]{160\,000}$; б) $\sqrt[5]{3\,200\,000} + \sqrt[3]{8000}$;

в) $\sqrt[3]{0,008} + \sqrt[4]{0,0625}$; г) $\sqrt[4]{\frac{1}{81}} - \sqrt[3]{\frac{1}{125}}$.

3.54

- а) 4,
- б) 10
- в) 2
- г) 3

3.55

- а) -10
- б) 40
- в) 0,7
- г) 2/15

3.57 a) $\sqrt[3]{2} (\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{500})$; б) $\sqrt[4]{5} (\sqrt[4]{2000} - \sqrt[4]{125})$;

в) $\sqrt[3]{0,81} \cdot \sqrt[3]{0,9}$; г) $\sqrt[4]{8} \cdot \sqrt[4]{1250}$.

3.57 а) $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{500} = \sqrt[3]{8} + \sqrt[3]{1000} = 2 + 10 = 12$

б) $\sqrt[4]{5} \cdot \sqrt[4]{2000} - \sqrt[4]{5} \cdot \sqrt[4]{125} = \sqrt[4]{10000} - \sqrt[4]{625} = 10 - 5 = 5$

в) $\sqrt[3]{0,81} \cdot \sqrt[3]{0,9} = \sqrt[3]{0,9^2 \cdot 0,9} = \sqrt[3]{0,9^3} = 0,9$

г) $\sqrt[4]{8 \cdot 1250} = \sqrt[4]{10000} = 10$



3.60 Вынесите множитель из-под знака корня:

в) $\sqrt[5]{-96}$;

г) $\sqrt[3]{54}$;

ж) $\sqrt[3]{-\frac{250}{16}}$;

з) $\sqrt[3]{-\frac{64}{7}}$;

л) $\sqrt[4]{1296}$;

м) $\sqrt[4]{50\,625}$.

3.60

$$б) -\sqrt[5]{96} = -\sqrt[5]{32 \cdot 3} = -\sqrt[5]{2^5} \cdot \sqrt[5]{3} = -2 \cdot \sqrt[5]{3}$$

$$г) \sqrt[3]{54} = \sqrt[3]{27 \cdot 2} = \sqrt[3]{3^3 \cdot 2} = 3 \cdot \sqrt[3]{2}$$

$$ж) -\sqrt[3]{\frac{250}{16}} = -\sqrt[3]{\frac{125 \cdot 2}{8 \cdot 2}} = -\frac{\sqrt[3]{125}}{\sqrt[3]{8}} = -\frac{5}{2}$$

$$з) -\sqrt[3]{\frac{64}{7}} = -\frac{\sqrt[3]{64}}{\sqrt[3]{7}} = -\frac{4}{\sqrt[3]{7}}$$

$$л) \sqrt[4]{1296} = \sqrt[4]{36^2} = \sqrt[4]{(6^2)^2} = \sqrt[4]{6^4} = 6$$

$$м) \sqrt[4]{50\,625} = \sqrt[4]{81 \cdot 625} = \sqrt[4]{81} \cdot \sqrt[4]{625} = 3 \cdot 5 = 15$$

3.61 Освободитесь от иррациональности в знаменателе дроби:

а) $\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$; б) $\frac{1}{\sqrt[5]{2}}$; в) $\frac{3}{\sqrt[3]{-4}}$; г) $\frac{5}{\sqrt[5]{-9}}$.

3.61

$$а) \frac{1}{\sqrt[3]{2}} \cdot \frac{\sqrt[3]{2^2}}{\sqrt[3]{2^2}} = \frac{\sqrt[3]{2^2}}{\sqrt[3]{2^3}} = \frac{\sqrt[3]{4}}{2}$$

$$б) \frac{1}{\sqrt[5]{2}} \cdot \frac{\sqrt[5]{2^4}}{\sqrt[5]{2^4}} = \frac{\sqrt[5]{2^4}}{\sqrt[5]{2^5}} = \frac{\sqrt[5]{16}}{2}$$

$$в) -\frac{3}{\sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[3]{4^2}} = -\frac{3 \cdot \sqrt[3]{4^2}}{\sqrt[3]{4^3}} = -\frac{3 \cdot \sqrt[3]{16}}{4} = -\frac{3 \sqrt[3]{8 \cdot 2}}{4} = -\frac{3 \sqrt[3]{8} \cdot \sqrt[3]{2}}{4} =$$

$$= -\frac{3 \cdot 2 \cdot \sqrt[3]{2}}{4} = -\frac{3}{2} \cdot \sqrt[3]{2}$$

$$г) -\frac{5}{\sqrt[5]{9} \cdot \sqrt[5]{9^4}} = -\frac{5 \cdot \sqrt[5]{(3^2)^4}}{\sqrt[5]{9^5}} = -\frac{5 \cdot \sqrt[5]{3^8}}{9} = -\frac{5 \cdot \sqrt[5]{3^5 \cdot 3^3}}{9} = -\frac{5 \cdot \sqrt[5]{3^5} \cdot \sqrt[5]{3^3}}{9}$$

$$= -\frac{5 \cdot 3 \cdot \sqrt[5]{27}}{9} = -\frac{5 \cdot \sqrt[5]{27}}{3}$$

3.62 Вычислите:

а) $\sqrt{(-2)^2}$;

б) $\sqrt{(-5)^4}$;

в) $\sqrt{(\sqrt{2} - 1)^2}$;

г) $\sqrt{(\sqrt{2} - 2)^2}$;

д) $\sqrt{(\sqrt{2} - \sqrt{3})^2}$;

е) $\sqrt{(\sqrt{5} - \sqrt{7})^2}$.

$$б) \sqrt{(\sqrt{2} - 1)^2} = |\sqrt{2} - 1| = \sqrt{2} - 1.$$

$$г) \sqrt{(\sqrt{2} - 2)^2} = |\sqrt{2} - 2| = -(\sqrt{2} - 2) = 2 - \sqrt{2}.$$

$$д) \sqrt{(\sqrt{2} - \sqrt{3})^2} = |\sqrt{2} - \sqrt{3}| = -(\sqrt{2} - \sqrt{3}) = \sqrt{3} - \sqrt{2}.$$

$$е) \sqrt{(\sqrt{5} - \sqrt{7})^2} = |\sqrt{5} - \sqrt{7}| = \sqrt{7} - \sqrt{5}.$$

3.63 Упростите выражение:

а) $\sqrt[3]{32}$; б) $\sqrt[5]{800}$; в) $30 \sqrt[3]{\frac{1}{12}} + \frac{7}{2} \sqrt[3]{\frac{2}{3}} + 5 \sqrt[3]{144}$;

3.63

$$\begin{aligned}
 & 30 \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{12}} + \frac{7}{2} \cdot \sqrt[3]{\frac{2}{3}} + 5 \cdot \sqrt[3]{144} = \sqrt[3]{30^3 \cdot \frac{1}{12}} + \sqrt[3]{\frac{7^3 \cdot 2^3}{2^3 \cdot 3}} + \\
 & + 5 \cdot \sqrt[3]{12^2} = \sqrt[3]{\frac{30 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 15}{1 \cdot 2 \cdot 2}} + \sqrt[3]{\frac{7^3}{2^2 \cdot 3}} + 5 \cdot \sqrt[3]{(6 \cdot 2)^2} = \\
 & = \sqrt[3]{30 \cdot 5 \cdot 15} + \frac{7}{\sqrt[3]{12}} + 5 \cdot \sqrt[3]{(2 \cdot 3 \cdot 2)^2} = \sqrt[3]{6 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 3} + \frac{7 \cdot \sqrt[3]{12^2}}{\sqrt[3]{12} \cdot \sqrt[3]{12^2}} + \\
 & + 5 \cdot \sqrt[3]{2^4 \cdot 3^2} = \sqrt[3]{5^3 \cdot 18} + \frac{7 \cdot \sqrt[3]{(3 \cdot 4)^2}}{\sqrt[3]{12^3}} + 5 \cdot \sqrt[3]{2^3 \cdot 2 \cdot 9} = \\
 & = 5 \cdot \sqrt[3]{18} + \frac{7 \cdot \sqrt[3]{3^2 \cdot 2^2}}{12} + 5 \cdot 2 \cdot \sqrt[3]{18} = 15 \cdot \sqrt[3]{18} + \frac{7 \cdot \sqrt[3]{9 \cdot 2^2}}{12} = \\
 & = 15 \cdot \sqrt[3]{18} + \frac{7 \cdot \sqrt[3]{9 \cdot 2 \cdot 2^3}}{12} = 15 \cdot \sqrt[3]{18} + \frac{7 \cdot 2 \cdot \sqrt[3]{18}}{\cancel{12} 6} = \sqrt[3]{18} \cdot \left(15 + \frac{7}{6}\right) = \\
 & = 16 \frac{1}{6} \cdot \sqrt[3]{18}.
 \end{aligned}$$



1. Вычислите:

а) $5 + \sqrt[3]{-64}$; б) $4 + \sqrt[4]{81}$; в) $\sqrt[4]{2} \cdot \sqrt[4]{8}$;

г) $\frac{\sqrt[3]{54}}{\sqrt[3]{2}}$; д) $(2 - \sqrt[3]{6})(4 + 2\sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{36})$.

2. Упростите выражение:

а) $\frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{48} + \sqrt{32}}$; б) $\frac{32}{9 - 3\sqrt[3]{5} + \sqrt[3]{25}} - \sqrt[3]{5}$.

3. Вынесите множитель из-под знака корня:

а) $\sqrt[3]{24}$; б) $\sqrt[4]{3a^4}$, если $a > 0$; в) $\sqrt[4]{5x^4}$, если $x < 0$.

4. Внесите множитель под знак корня:

а) $2\sqrt[3]{5}$; б) $b\sqrt[4]{6}$, если $b > 0$; в) $y\sqrt[4]{2}$, если $y < 0$.



Домашнее задание

- П.3.5 теория
- 88
- 3.56 (2,3 столбик)
- 3.63 (2,3 строчки)
- 3.60 (1,2 столбик)