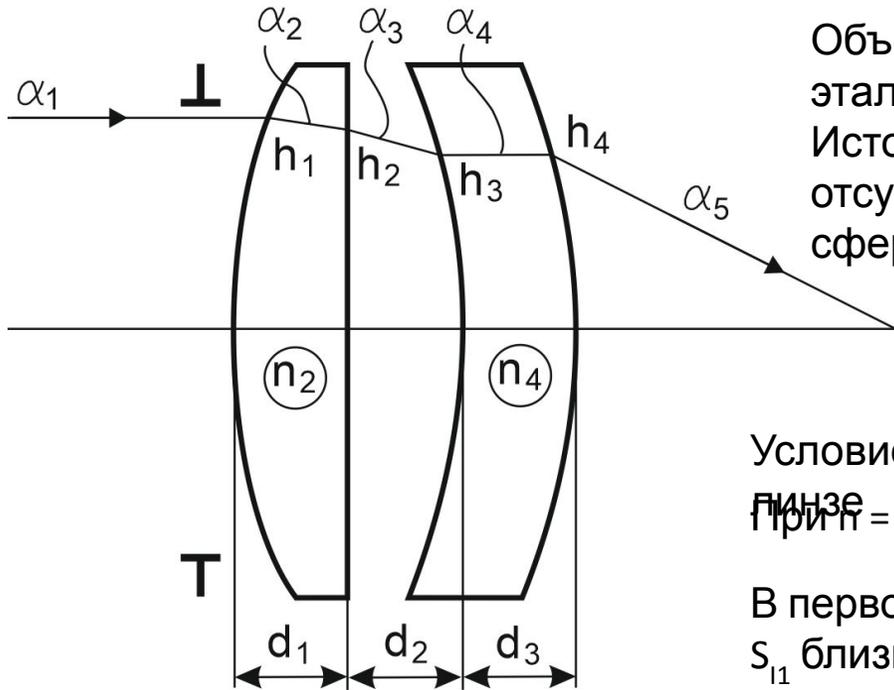


Расчет некоторых  
оптических систем по  
теории абберраций третьих  
порядков

# Расчет объектива - монохромата



Объектив – монохромат применяют в интерферометрах для создания эталонного сферического волнового фронта.

Источник излучения – лазер, поэтому лишь одна рабочая длина волны, отсутствуют наклонные пучки лучей. Достаточно исправить лишь сферическую aberrацию.

В оптической системе предусмотрено отдельное исправление сферической aberrации третьего и высших порядков.

Условие минимизации сферической aberrации в одиночной линзе

При  $n = 1.5$   $r_1/r_2 = -1:6$ , при  $n = 1.686$   $r_1/r_2 = 0$

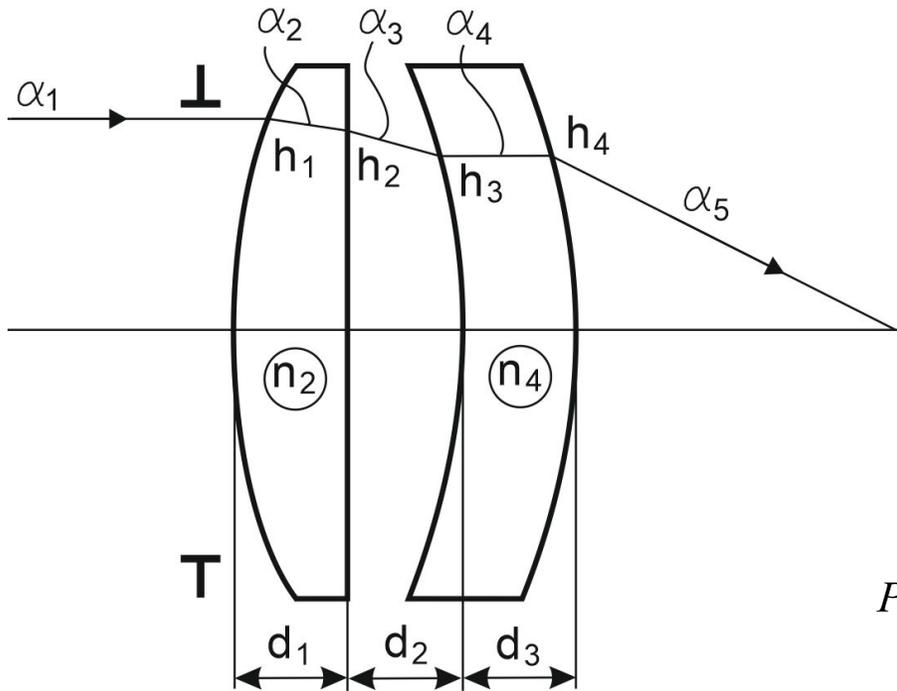
$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{n \cdot (2n - 1) - 4}{n \cdot (2n + 1)}$$

В первой линзе – **в силовом компоненте** – сферическая aberrация III порядка  $S_{11}$  близка к минимальной. Для этого рекомендуется использовать плосковыпуклую линзу.

**Корректор aberrации высших порядков** – менисковая линза, внутри которой первый вспомогательный луч идет параллельно оптической оси, значит  $S_{12} = h_3 P_3 + h_4 P_4 = \text{const}$  вне зависимости от толщины линзы

При этом реальный луч не параллелен оптической оси из-за aberrации высших порядков. Меняя  $d_3$ , можно влиять на реальные aberrации менисковой линзы.

# Расчет объектива - монохромата



Параметры 1-го вспомогательного луча

$$\alpha_1 = 0$$

$$\alpha_2$$

$$\alpha_3 = n_2 \cdot \alpha_2 \quad h_1 = h_2 = h_3 = h_4 = f'$$

$$\alpha_4 = 0$$

$$\alpha_5 = 1$$

Поверхностные коэффициенты  $P_k = \left( \frac{\delta \alpha_k}{\delta \mu_k} \right)^2 \delta(\alpha_k \mu_k)$

$$P_1 = \frac{n_2 \alpha_2^3}{(n_2 - 1)^2} \quad P_2 = n_2 (n_2^2 - 1) \alpha_2^3 \quad P_3 = - \left( \frac{n_4}{n_4 - 1} \right)^2 n_2^3 \alpha_2^3 \quad P_4 = \left( \frac{n_4}{n_4 - 1} \right)^2$$

Сумма  
Зейделя

$$S_I = \sum_{k=1}^4 h_k P_k = (P_1 + P_2 + P_3 + P_4) f' = 0 \Rightarrow \alpha_2 = n_2 \cdot \sqrt[3]{1 - \left( \frac{n_4 - 1}{n_4 (n_2 - 1)} \right)^2 \left( (n_2 - 1)^2 + \frac{2 - n_2}{n_2} \right)}$$

Радиусы кривизны  
поверхностей

$$r_k = h_k \frac{n_{k+1} - n_k}{n_{k+1} \alpha_{k+1} - n_k \alpha_k}$$

# Расчет двухлинзового склеенного объектива

Двухлинзовый склеенный объектив широко применяется как самостоятельный объектив с  $D/f'$  до 1:4, либо как базовый компонент в составе более сложных объективов.

Переменными параметрами могут являться:

- радиусы (3 шт.),
- толщины (2 шт.),
- марки стекол (2 шт.).

Однако независимых переменных параметров, влияющих на aberrации, лишь три:

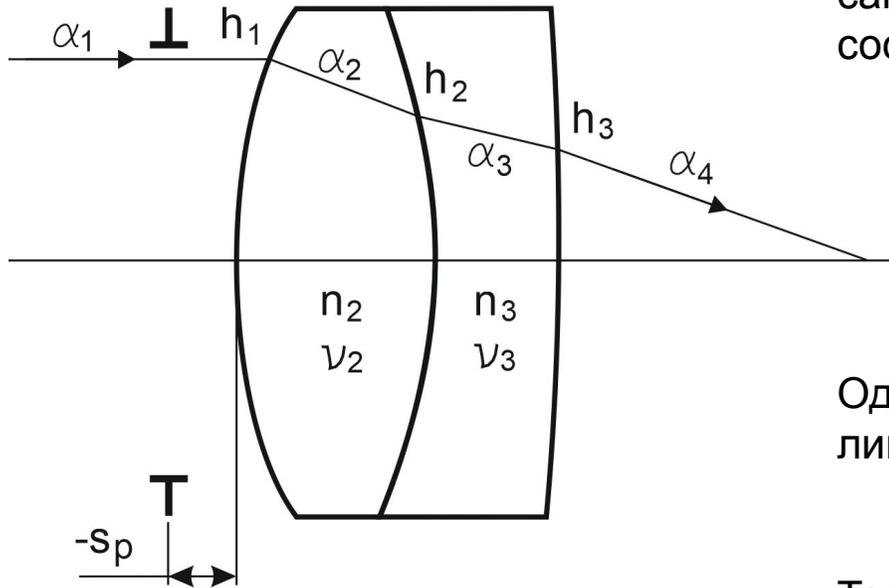
- радиусы (2 шт.),
- пара стекол (1 комбинация).

Толщины слабо влияют на aberrации, а  $r_3$  определяется так, чтобы обеспечить требуемое фокусное расстояние  $f'$ .

Три независимых параметра позволяют исправить три aberrации. Обычно это сферическая aberrация, меридиональная кома, хроматизм положения.

Заказнов Н.П., Кирюшин С.И., Кузичев В.И. Теория оптических систем: Учебник для студентов приборостроительных специальностей вузов. 4-е изд., СПб.: Лань, 2008.

Слюсарев Г.Г. Расчет оптических систем. - Л.: Машиностроение, 1975. - 640 с.



# Расчет двухлинзового склеенного объектива

Условия нормировки

$$\alpha_1 = 0; \quad \alpha_4 = 1; \quad h_1 = h_2 = h_3 = f'$$

$$\beta_1 = 1; \quad H_1 = s_p; \quad I = -n_1 f'$$

Принимая толщины равными 0, имеем:  $\Phi_1 + \Phi_2 = \Phi$

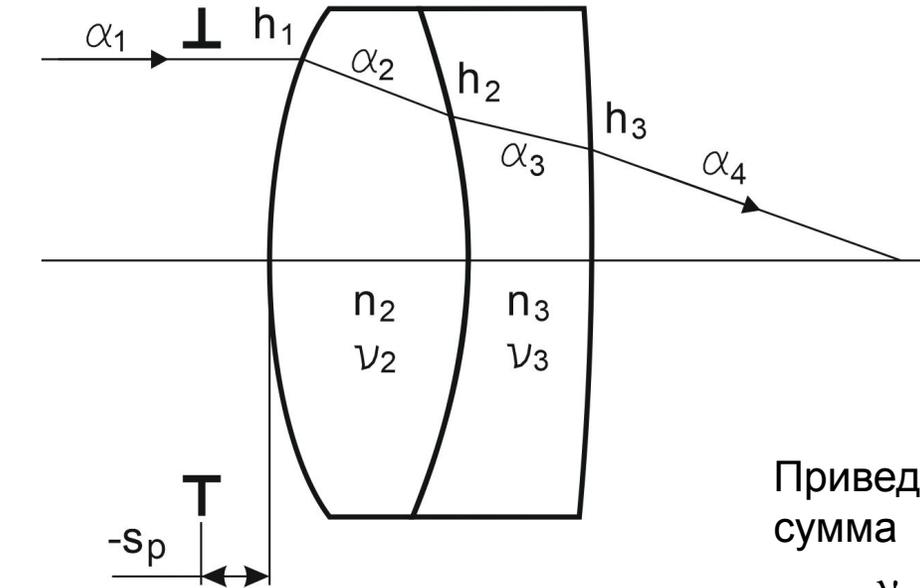
В относительных (приведенных) величинах:  $\varphi_1 + \varphi_2 = 1,$

где  $\varphi_1 = \Phi_1 / \Phi = f' / f'_1; \quad \varphi_2 = f' / f'_2$   
е

Приведенная первая хроматическая сумма

$$\varphi_1 = \frac{v_2 (1 + v_3 \overline{\Delta s'_{\lambda_1 \lambda_2}})}{v_2 - v_3}; \quad \varphi_2 = 1 - \varphi_1$$

$$\overline{\Delta s'_{\lambda_1 \lambda_2}} = \frac{\Delta s'_{\lambda_1 \lambda_2}}{f'} = \frac{1}{f'} \left( \frac{f'_1}{v_2} + \frac{f'_2}{v_3} \right) = \frac{\varphi_1}{v_2} + \frac{\varphi_2}{v_3}$$



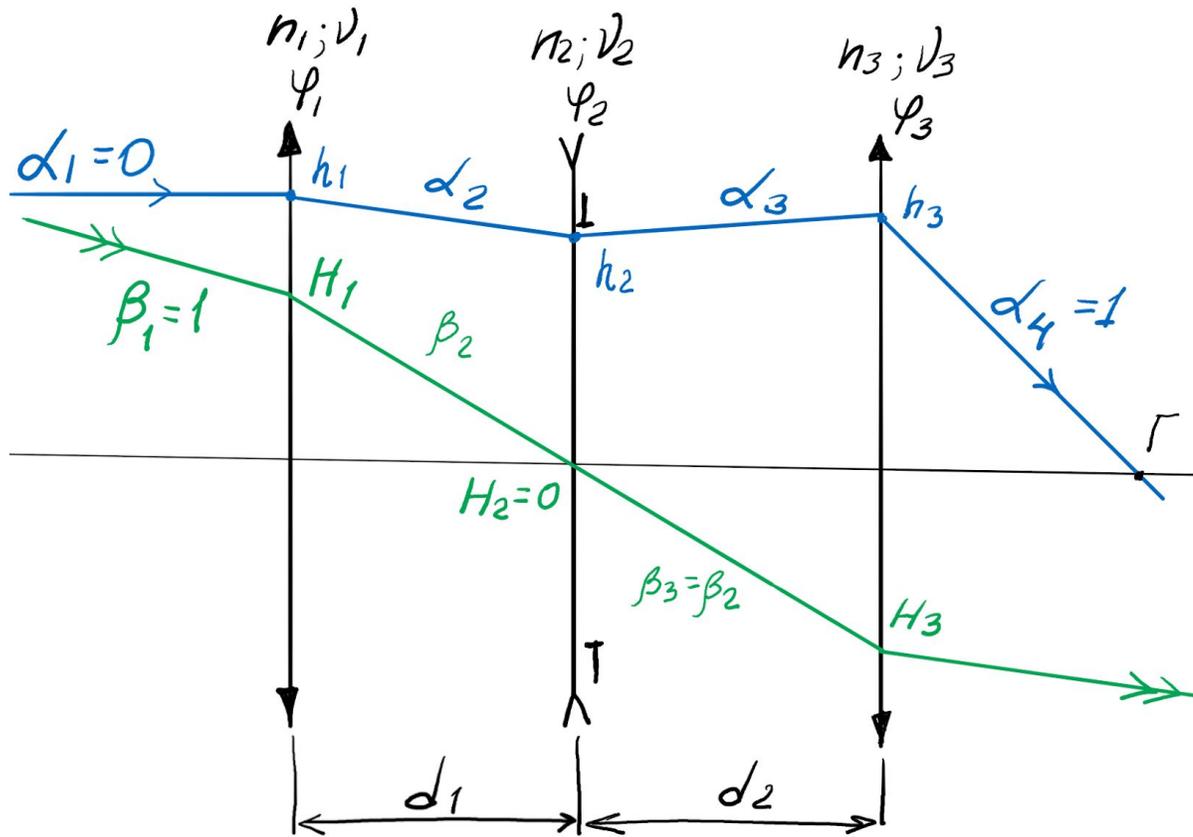
Приведенная первая сумма

$$\overline{S'_I}(\alpha_2, \alpha_3) = \sum_{k=1}^3 h_k P_k / f' = P_1(\alpha_2) + P_2(\alpha_2, \alpha_3) + P_3(\alpha_3), \text{ где } P_k = \left( \frac{\delta \alpha_k}{\delta \mu_k} \right)^2 \delta(\alpha_k \mu_k)$$

Если стёкла заданы, то углы  $\alpha_2, \alpha_3$  вычисляются.

Можно подобрать комбинацию стекол, при которой кома будет наиболее близка к требуемой.

# Расчет объектива триплета



Условия нормировки

$$\alpha_1 = 0; \quad \alpha_4 = 1; \quad \bar{h}_1 = 1$$

$$\beta_1 = 1; \quad \bar{H}_2 = 0; \quad \bar{I} = -1$$

1. Задаем материалы:  $n_1, n_2, n_3; \quad v_1, v_2, v_3$

2. Из условий

- масштаба

$$\varphi_1 + \bar{h}_2 \varphi_2 + \bar{h}_3 \varphi_3 = 1,$$

- исправления кривизны

$$\bar{S}_{IV} = \frac{\varphi_1}{n_1} + \frac{\varphi_2}{n_2} + \frac{\varphi_3}{n_3},$$

- ахроматизации

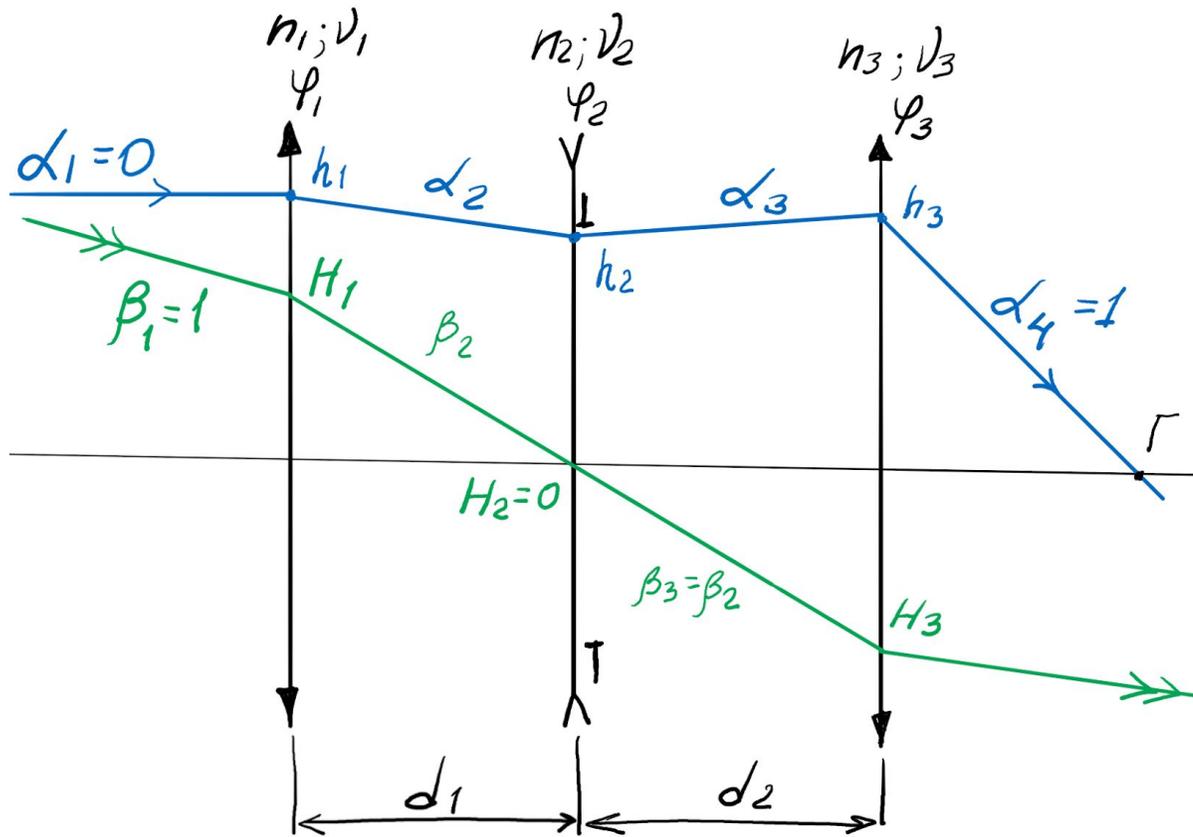
$$\bar{S}_{Ixp} = - \left( \frac{\varphi_1}{v_1} + \bar{h}_2^{-2} \frac{\varphi_2}{v_2} + \bar{h}_3^{-2} \frac{\varphi_3}{v_3} \right)$$

находим приведенные силы и высоты

$$\bar{h}_1, \bar{h}_2, \bar{h}_3; \quad \varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$$

Уравнений меньше, чем переменных, поэтому решений может быть много. Изначально кроме материалов задают

# Расчет объектива триплета



Условия нормировки

$$\alpha_1 = 0; \quad \alpha_4 = 1; \quad \bar{h}_1 = 1$$

$$\beta_1 = 1; \quad \bar{H}_2 = 0; \quad \bar{I} = -1$$

3. По формулам углов и высот находим

(ф. углов)  $\alpha_2 = \alpha_1 + \bar{h}_1 \phi_1 = \phi_1$

(ф. углов)  $\beta_2 = \beta_1 + \bar{H}_1 \phi_1 = 1 + d_1 \beta_2 \phi_1$

$$\beta_2 = \frac{1}{1 - d_1 \phi_1} \quad \left. \vphantom{\beta_2} \right\} \Rightarrow \beta_2 = \frac{1}{\bar{h}_2}$$

(ф. высот)

$$\bar{h}_2 = \bar{h}_1 - d_1 \alpha_1 = 1 - d_1 \phi_1$$

(ф. высот)

$$\bar{H}_1 = \frac{d_1}{\bar{h}_2}; \quad \bar{H}_3 = -\frac{d_2}{\bar{h}_2}$$

$$\bar{h}_3 = \bar{h}_2 - d_2 \alpha_3 = \bar{h}_2 - d_2 (\alpha_2 + \bar{h}_2 \phi_2) = 1 - d_1 \phi_1 - d_2 (\phi_1 + \phi_2 - d_1 \phi_1 \phi_2)$$

Из всего этого

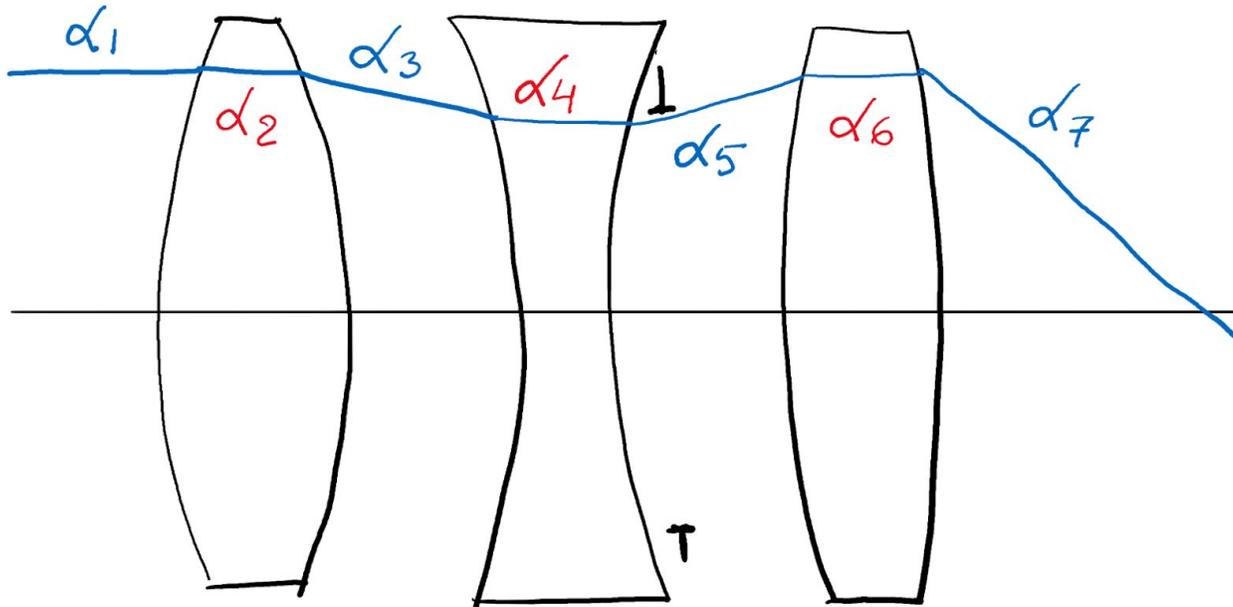
находим

4. Вычисляем

$$\bar{S}_{Ixp} = - \left( \bar{H}_1 \frac{\phi_1}{v_1} + \bar{H}_3 \cdot \bar{h}_3 \frac{\phi_3}{v_3} \right)$$

Если  $\bar{S}_{Ixp}$  не удовлетворительна, то меняем исходные данные: материалы или приведенные силы

# Расчет объектива триплета



5. Определяем внутренние углы из условий:

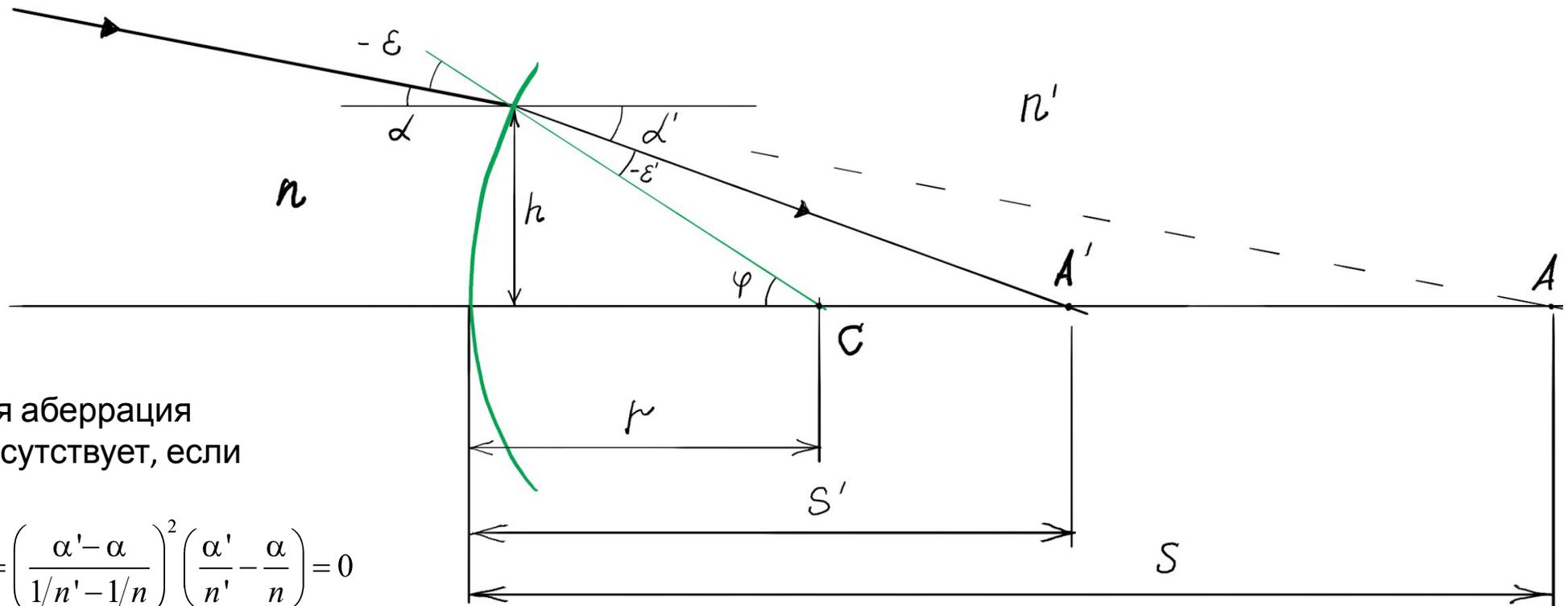
$$\overline{S}_I = P_1 + \overline{h}_2 P_2 + \overline{h}_3 P_3$$

$$\overline{S}_{II} = \overline{H}_1 P_1 + W_1 + W_2 + \overline{H}_3 P_3 + W_3$$

$$\overline{S}_{III} = \overline{H}_1^2 P_1 + 2\overline{H}_1 W_1 + \varphi_1 + \varphi_2 + \left(\frac{\overline{H}_3^2}{\overline{h}_3}\right) P_1 + 2\left(\frac{\overline{H}_3}{\overline{h}_3}\right) W_3 + \varphi_3$$

Некоторые оптические  
элементы с особыми  
абберрационными  
свойствами

# Апланатические поверхности



Сферическая абберация III порядка отсутствует, если

$$P = \left( \frac{\delta\alpha}{\delta\mu} \right)^2 \delta(\alpha\mu) = \left( \frac{\alpha' - \alpha}{1/n' - 1/n} \right)^2 \left( \frac{\alpha'}{n'} - \frac{\alpha}{n} \right) = 0$$

$$\alpha' = \alpha$$

$$n \cdot \alpha' = n' \cdot \alpha$$

Из геометрических соображений

$$-\epsilon + \alpha = \varphi, \quad -\epsilon' + \alpha' = \varphi, \quad \alpha = \frac{h}{s}, \quad \alpha' = \frac{h}{s'}, \quad \varphi = \frac{h}{r}$$

Закон преломления

$$n \cdot \epsilon = n' \cdot \epsilon'$$

Для апланатической поверхности 1-го рода

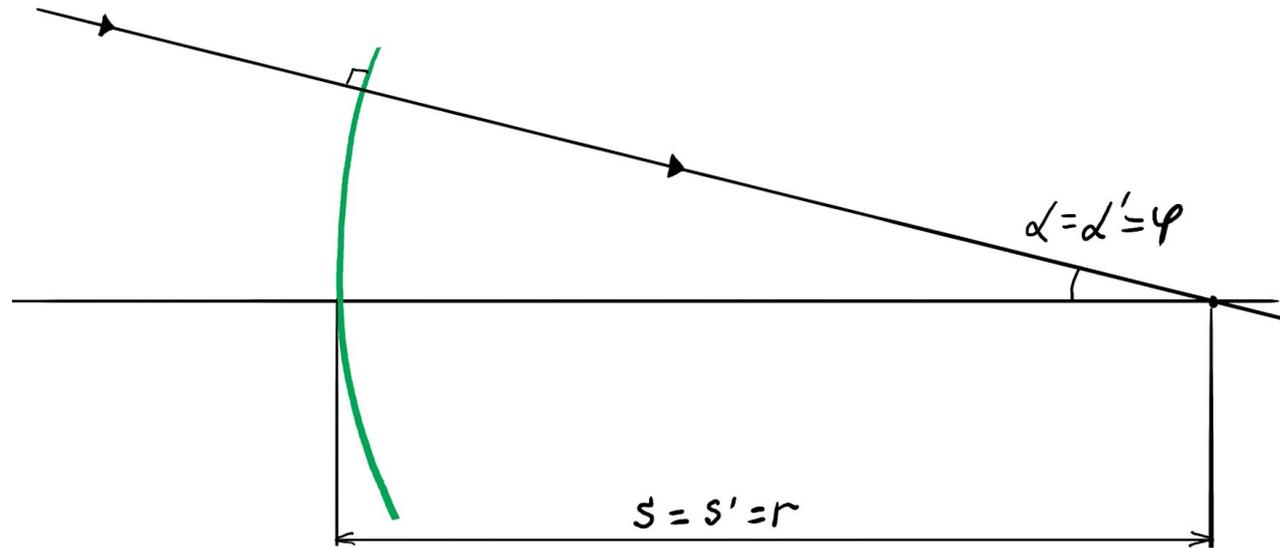
$$n \cdot s = n' \cdot s' = (n + n')r$$

# Апланатические поверхности

Для апланатической поверхности 2-го рода

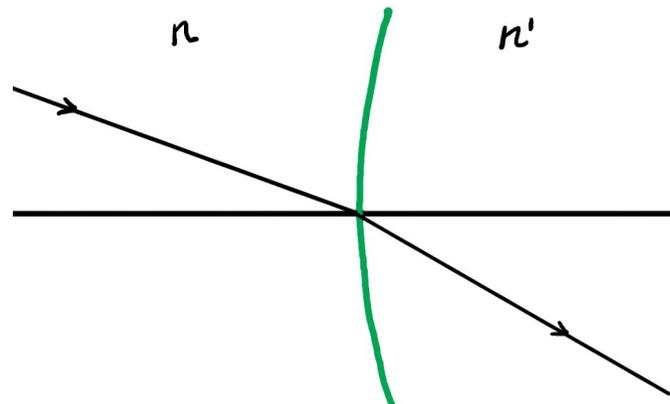
$$P = \left( \frac{\delta\alpha}{\delta\mu} \right)^2 \delta(\alpha\mu) = \left( \frac{\alpha' - \alpha}{1/n' - 1/n} \right)^2 \left( \frac{\alpha'}{n'} - \frac{\alpha}{n} \right) = 0$$

$\alpha' = \alpha \quad \longrightarrow \quad s = s' = r$

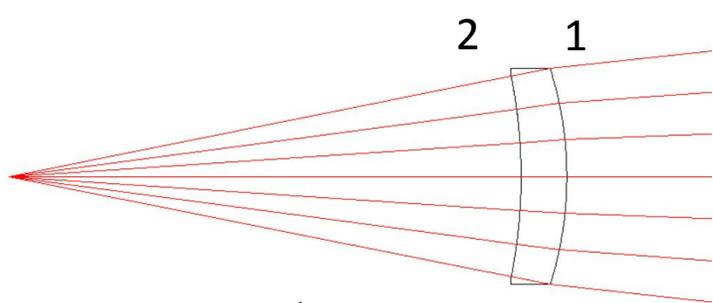
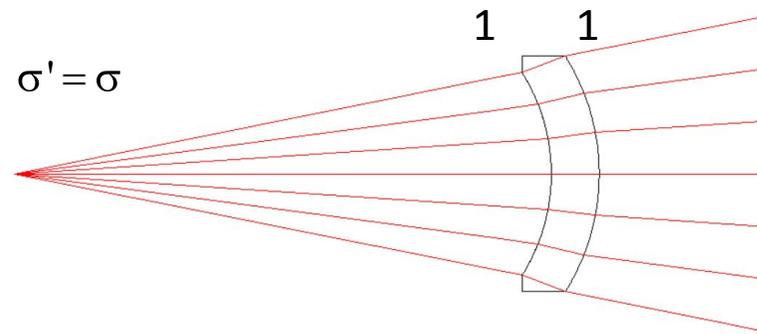
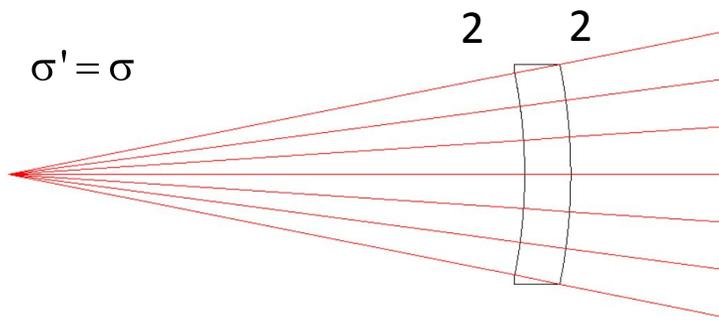
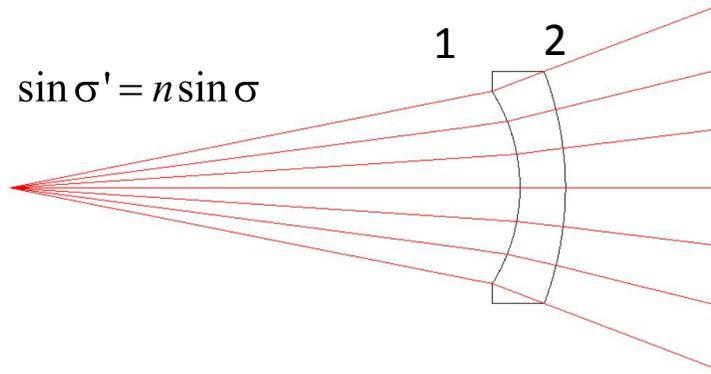


Для апланатической поверхности 3-го рода

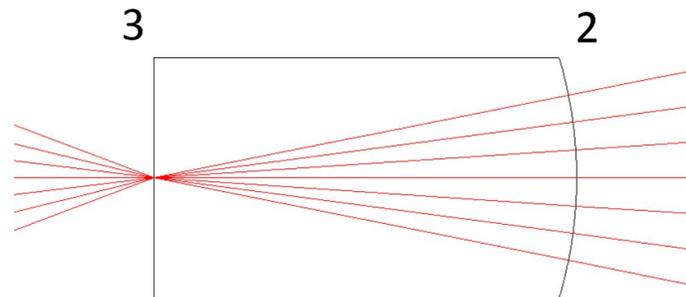
$$s = s' = 0$$



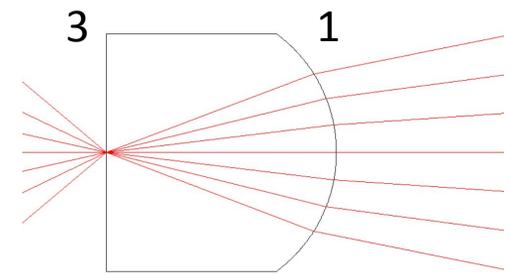
# Апланатические МЕНИСКИ



$$\sin \sigma' = \frac{1}{n} \sin \sigma$$

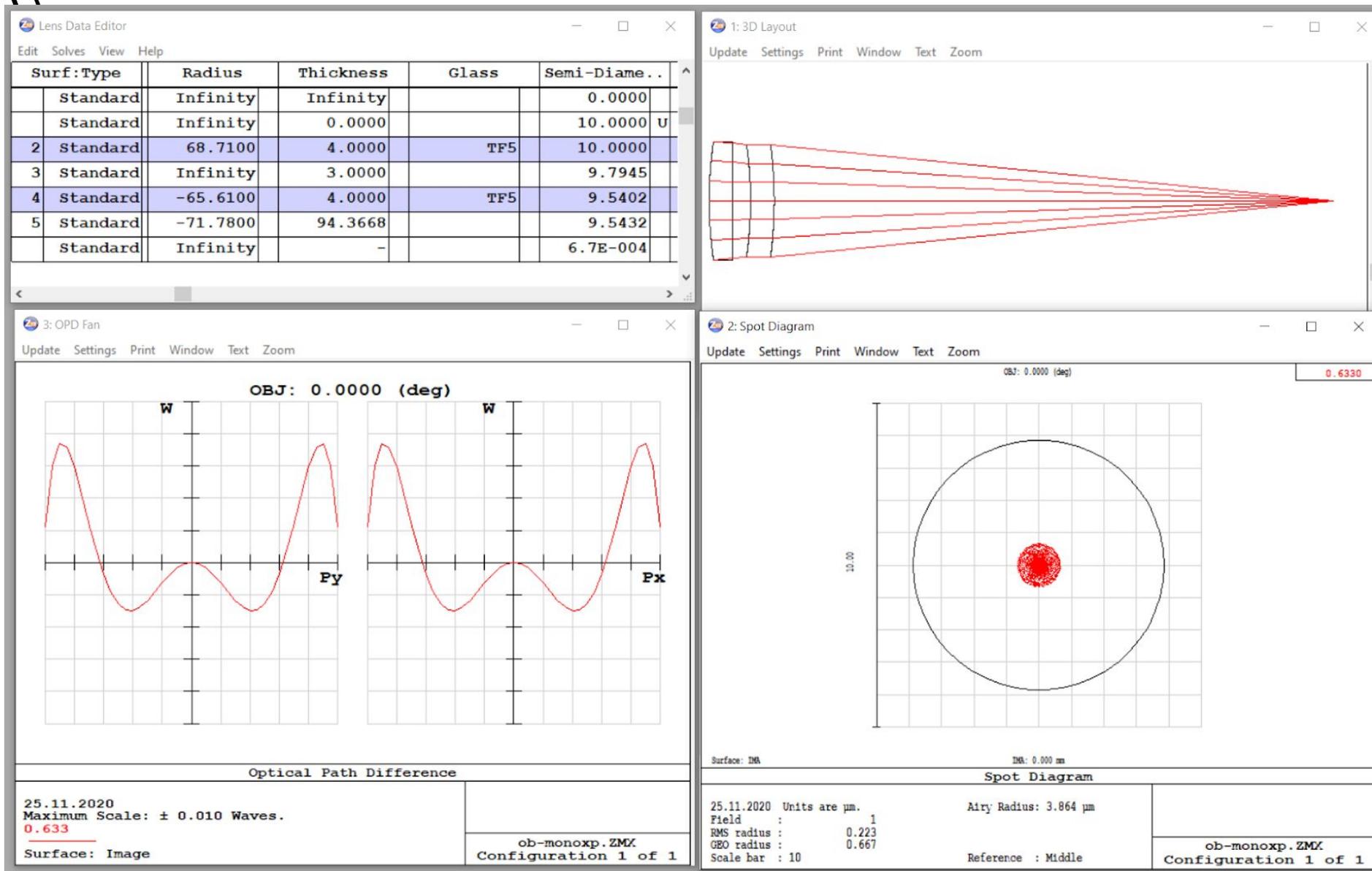


$$\sin \sigma' = \frac{1}{n} \sin \sigma$$

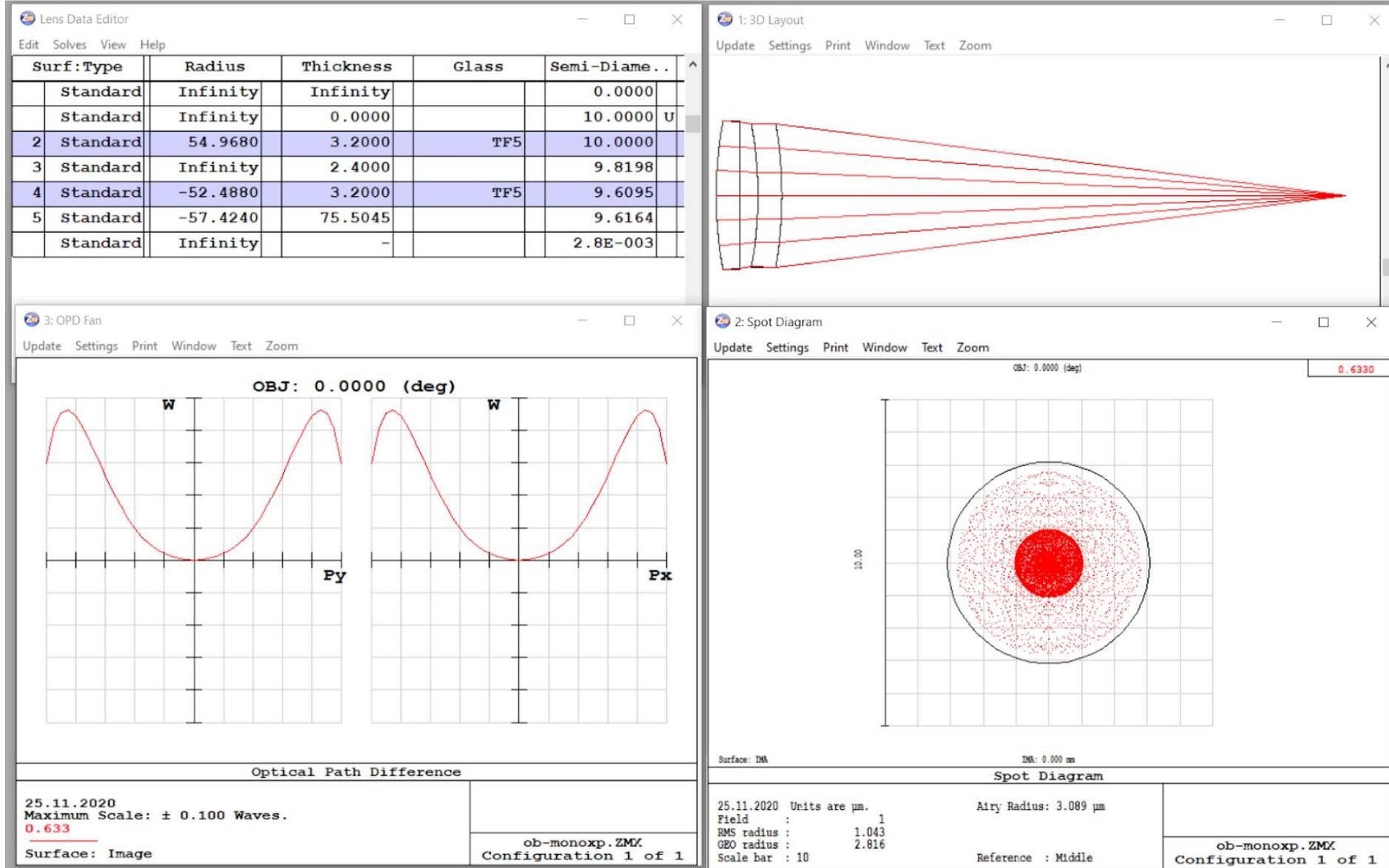


$$\sin \sigma' = \frac{1}{n^2} \sin \sigma$$

# Объектив – монохромат ( $D/f' = 1:5$ , $\lambda = 633 \text{ нм}$ , $W_{\text{max}} = 0,01$ )

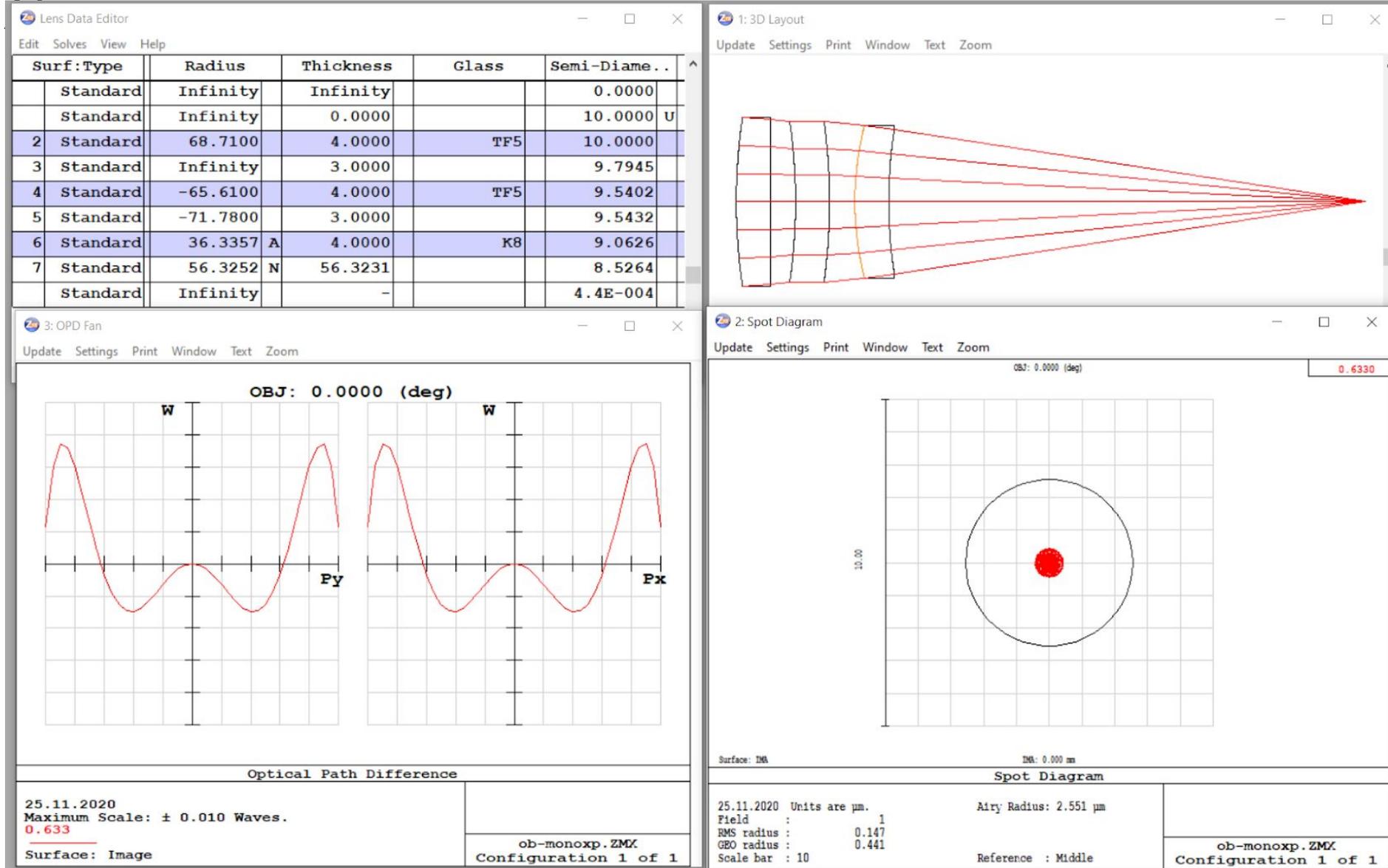


# Объектив – монохромат ( $D/f' = 1:4$ , $\lambda = 633$ нм, $W_{\max} = 0,1 \lambda$ )



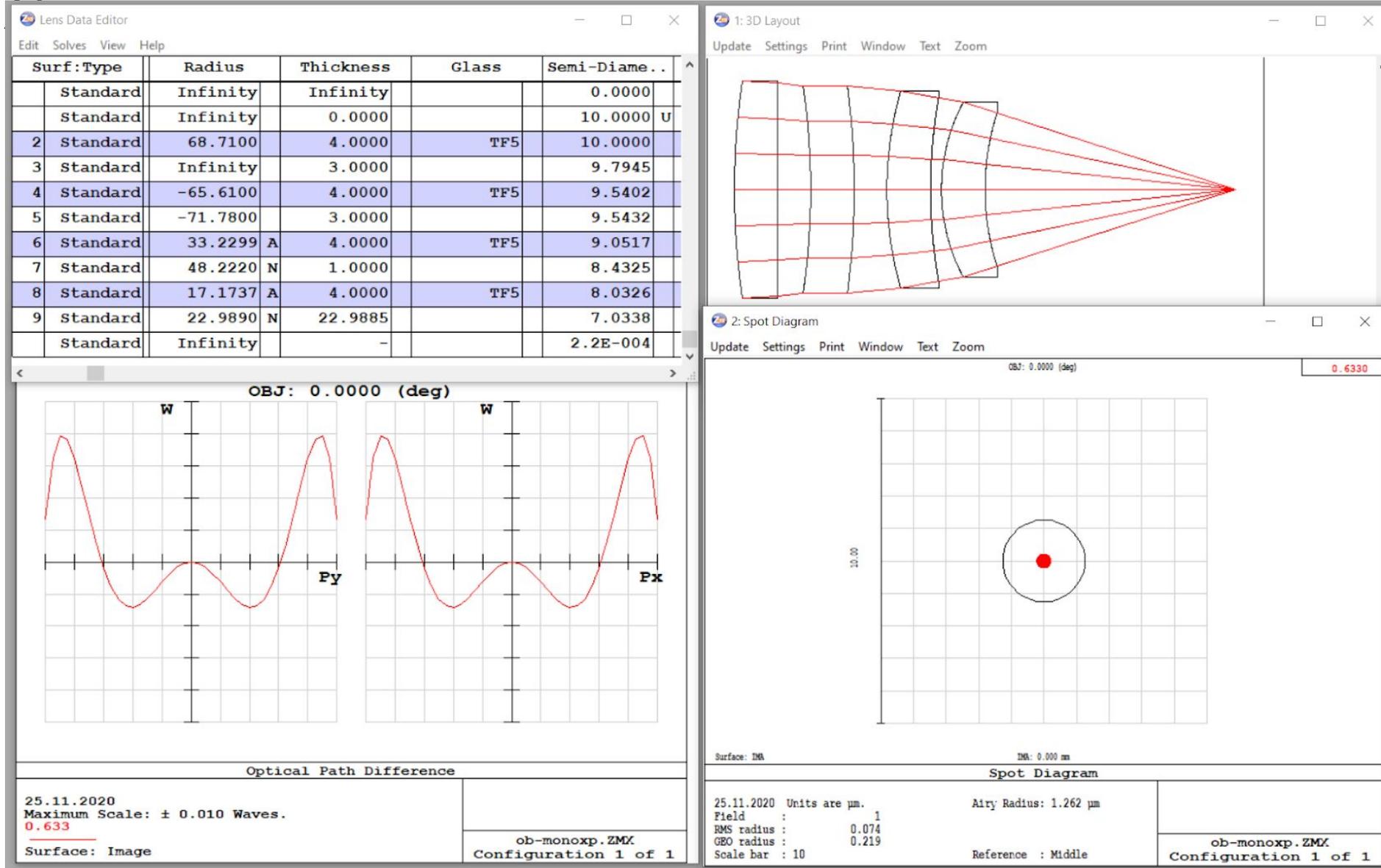
Объектив масштабирован с коэффициентом 0.8, диаметр входного зрачка не изменился. Относительное отверстие выросло с 1:5 до 1:4, но волновая aberrация увеличилась в 10 раз

# Объектив – монохромат ( $D/f' = 1:3$ , $\lambda = 633 \text{ нм}$ , $W_{\text{max}} = 0,01$ )



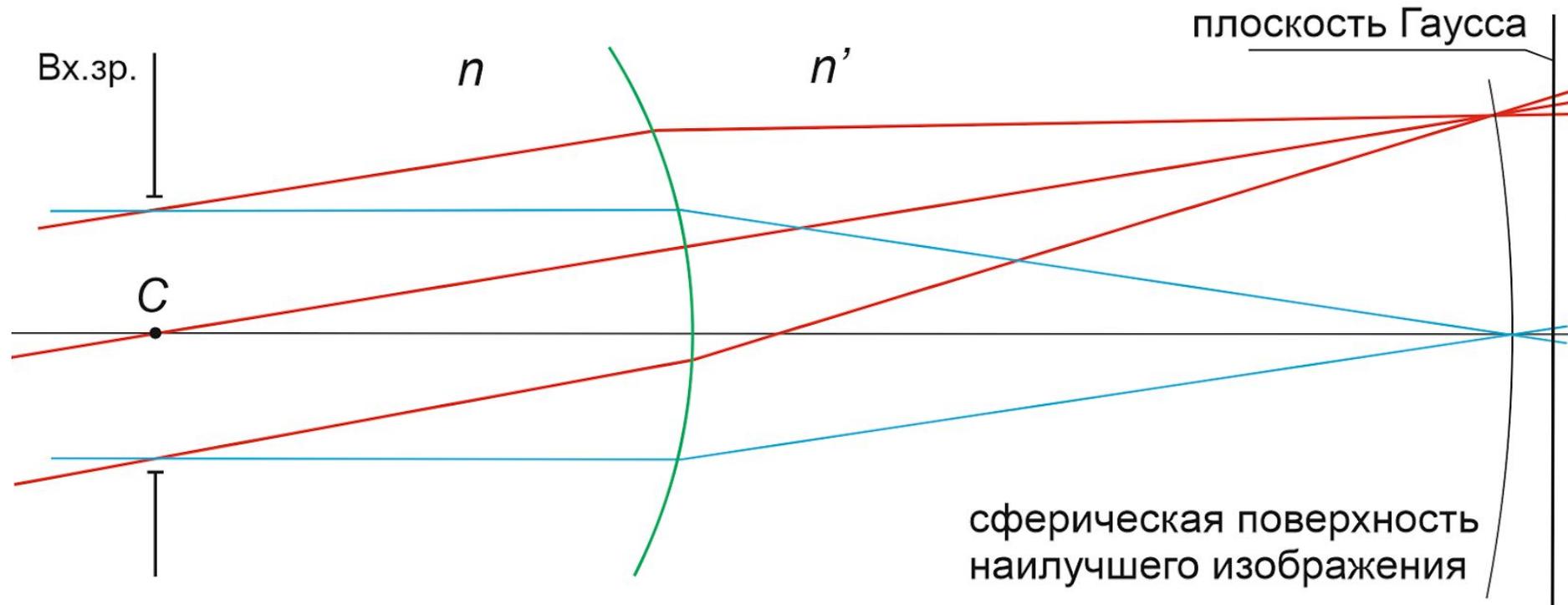
К исходному объективу добавлен апланатический мениск. Относительное отверстие выросло с 1:5 до 1:3, волновая aberrация не изменилась

# Объектив – монохромат ( $D/f' = 1:1.6$ , $\lambda = 633$ нм, $W_{\max} = 0,01$ )



Добавление нескольких апланатических менисков не меняет волновую aberrацию, но развивает (увеличивает) относительное отверстие. **Справедливо лишь для осевого пучка лучей**

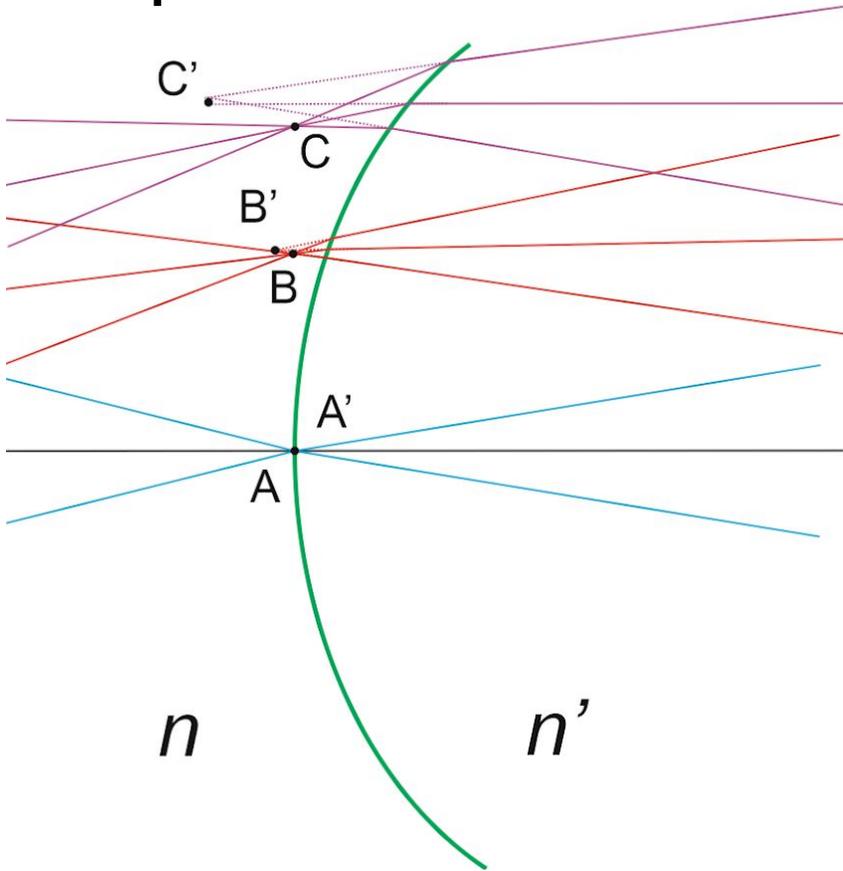
# Поверхность, concentричная зрачку



Главный луч проходит через центр кривизны  $C$  и совпадает с осью симметрии сферической поверхности.

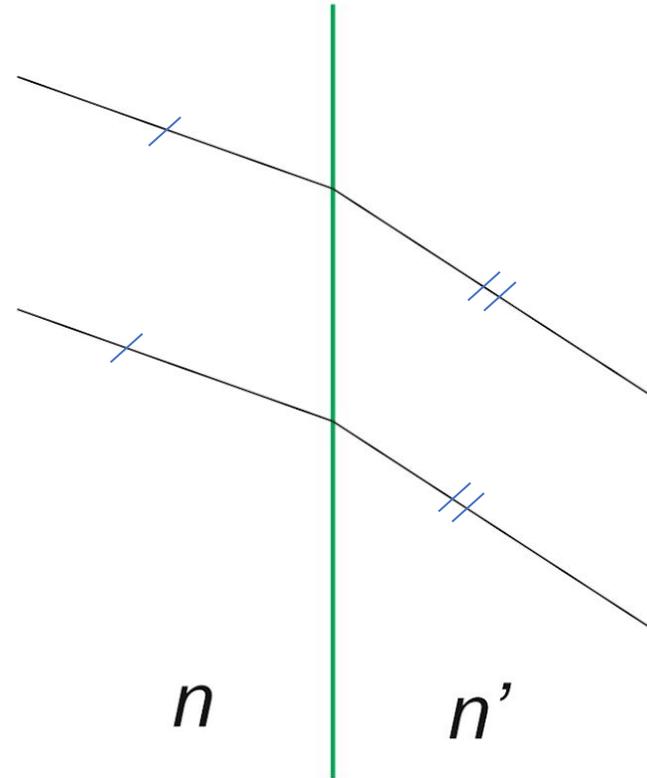
Симметрия наклонного пучка сохраняется, поэтому аберрации кома и астигматизм отсутствуют.

## Близофокальная поверхность



Если точка предмета лежит на поверхности, то с ней совпадает ее безабберационное изображение. Чем ближе предмет к поверхности, тем меньше aberrации в его изображении.

## Плоская поверхность в параллельном ходе лучей



Пучок лучей после преломления остается параллельным

# Композиционный метод расчета оптических систем (предложен М.М. Русиновым)

Оптическая система представляется в виде композиции базовых (силовых) и коррекционных компонентов.

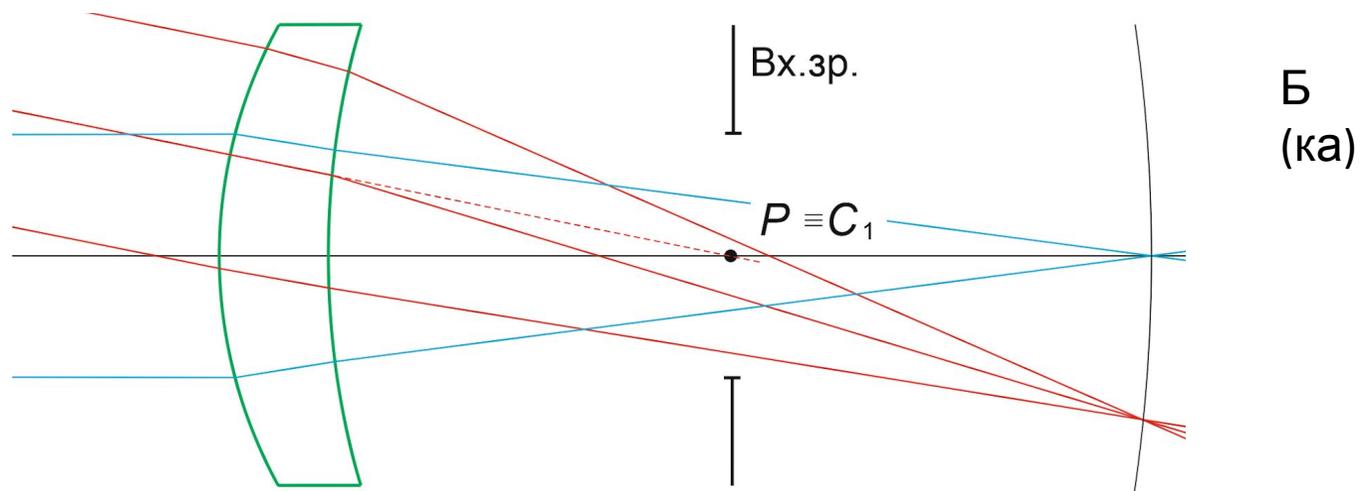
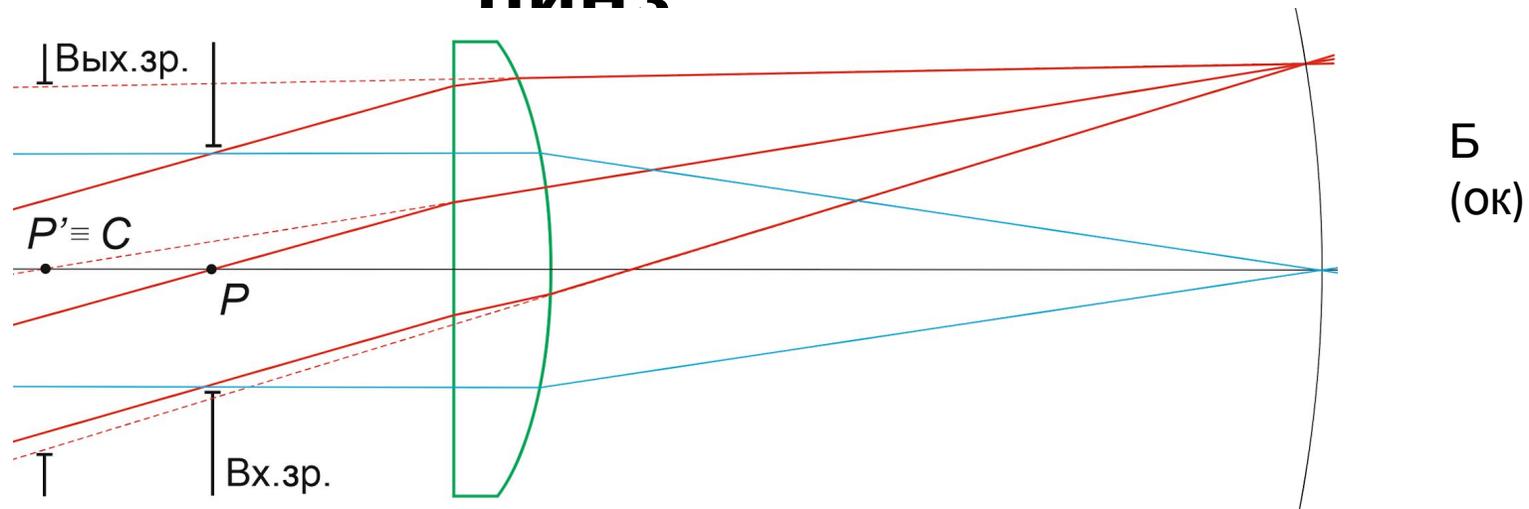
Комбинируя следующие поверхности:

- апланатические (а),
- близфокальные (б),
- концентричные зрачку (к),
- плоские поверхности в параллельных пучках (о),

можно сформировать оптические элементы с малыми aberrациями – **базовые линзы (Б)**, т.е. основные элементы, создающие оптическую силу системы.

**Коррекционные линзы (К)** исправляют остаточные aberrации базовых элементов, слабо влияя на оптическую силу системы.

# Примеры базовых пинз



# Пример коррекционной

## ЛИНЗЫ

Рисунок  
1

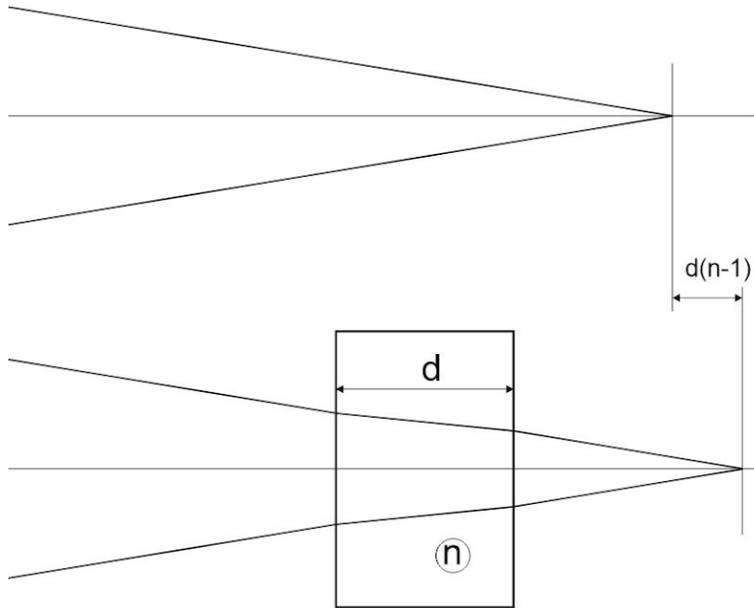


Рисунок  
2

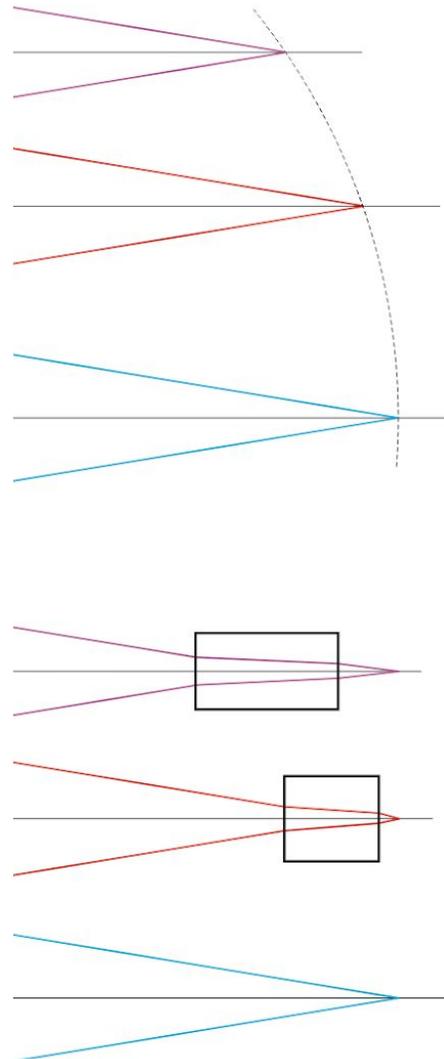
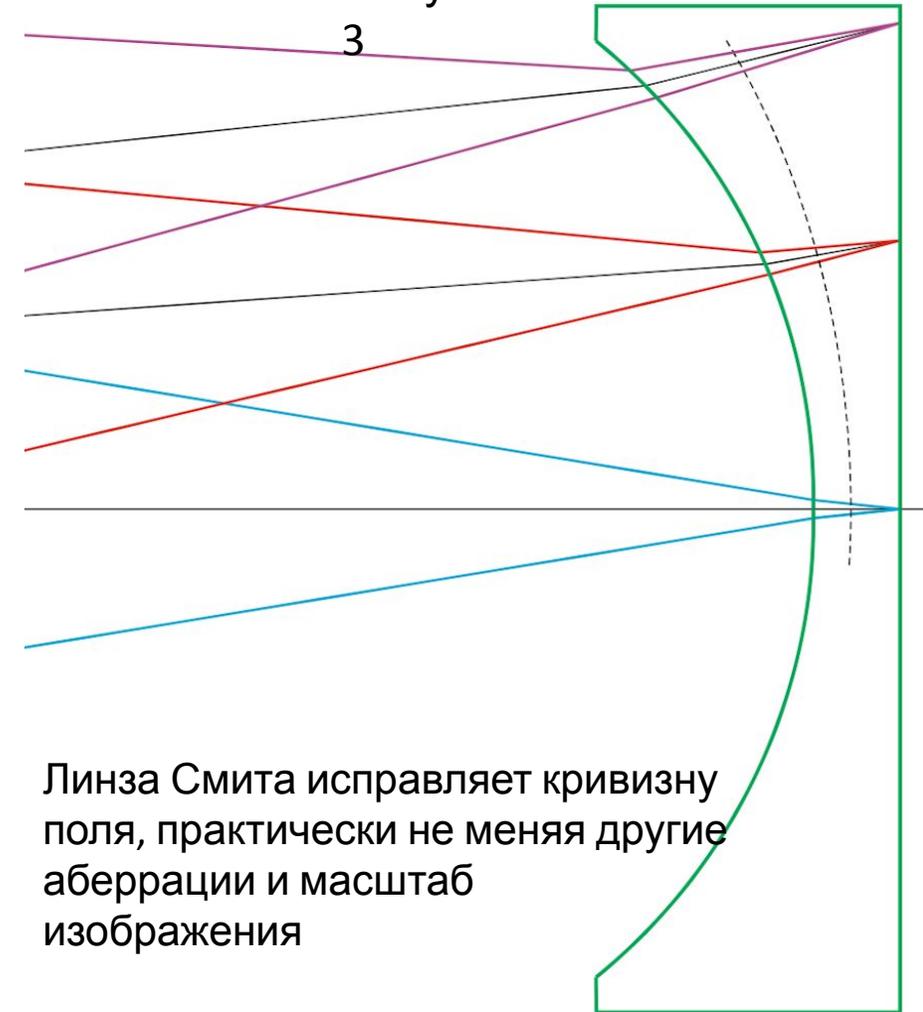


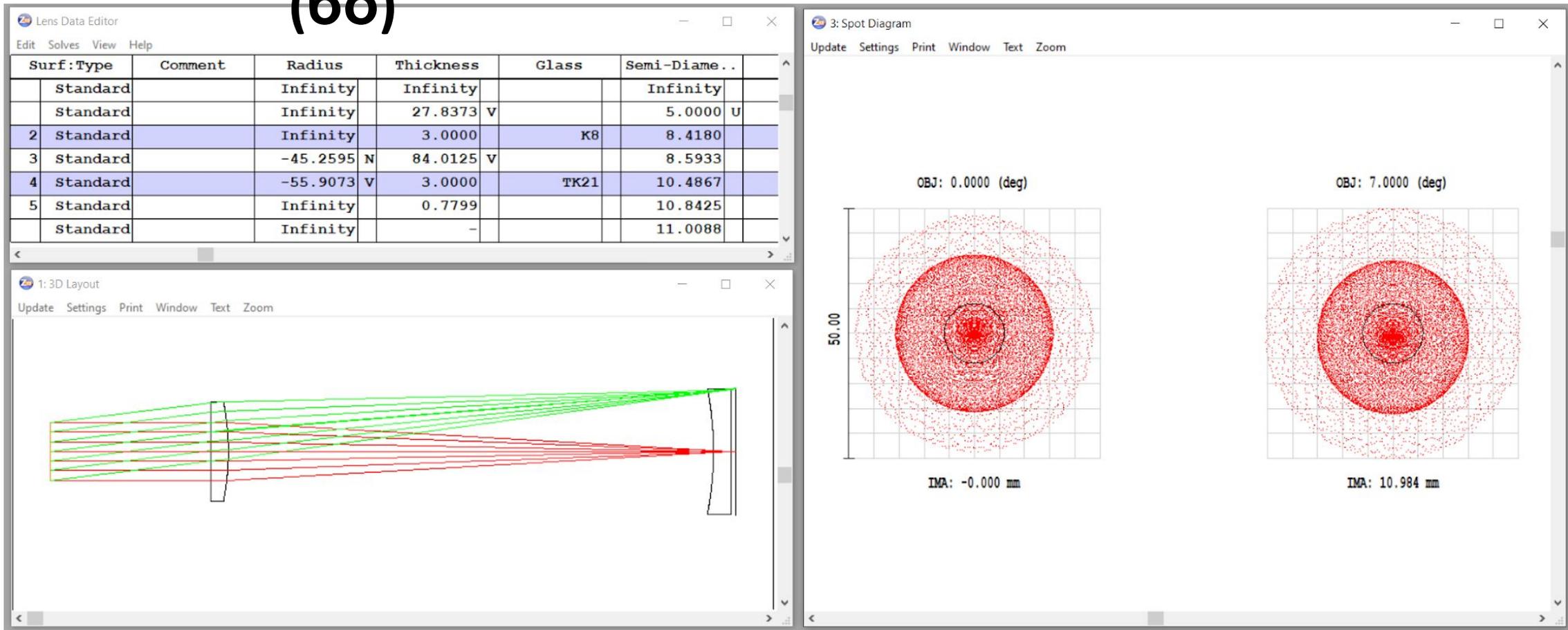
Рисунок  
3



Линза Смита исправляет кривизну поля, практически не меняя другие aberrации и масштаб изображения

По классификации Русина – К (бо)

# Пример расчета: объектив Б(ок)+К (бо)



$f' = 90 \text{ mm}$ ,  $D = 10 \text{ mm}$

# **Зеркальные оптические системы**

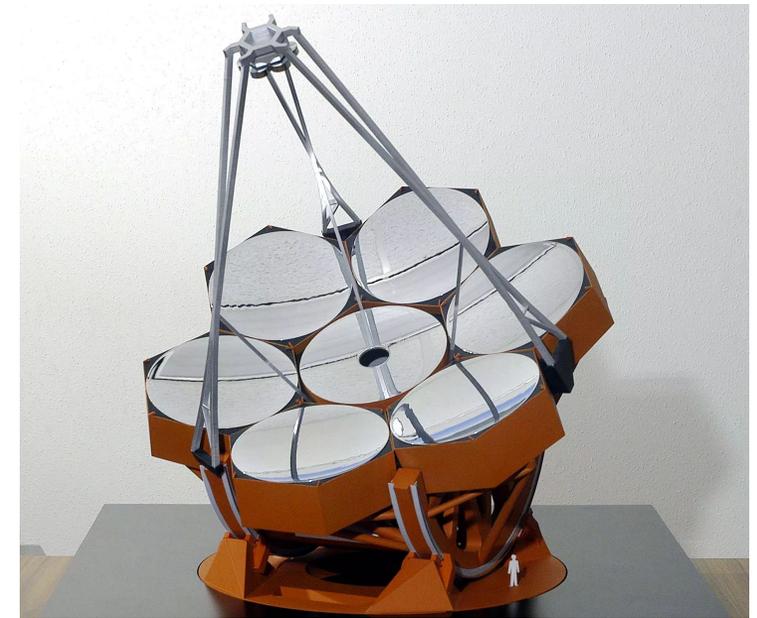
## Микрообъектив



## Фотообъективы

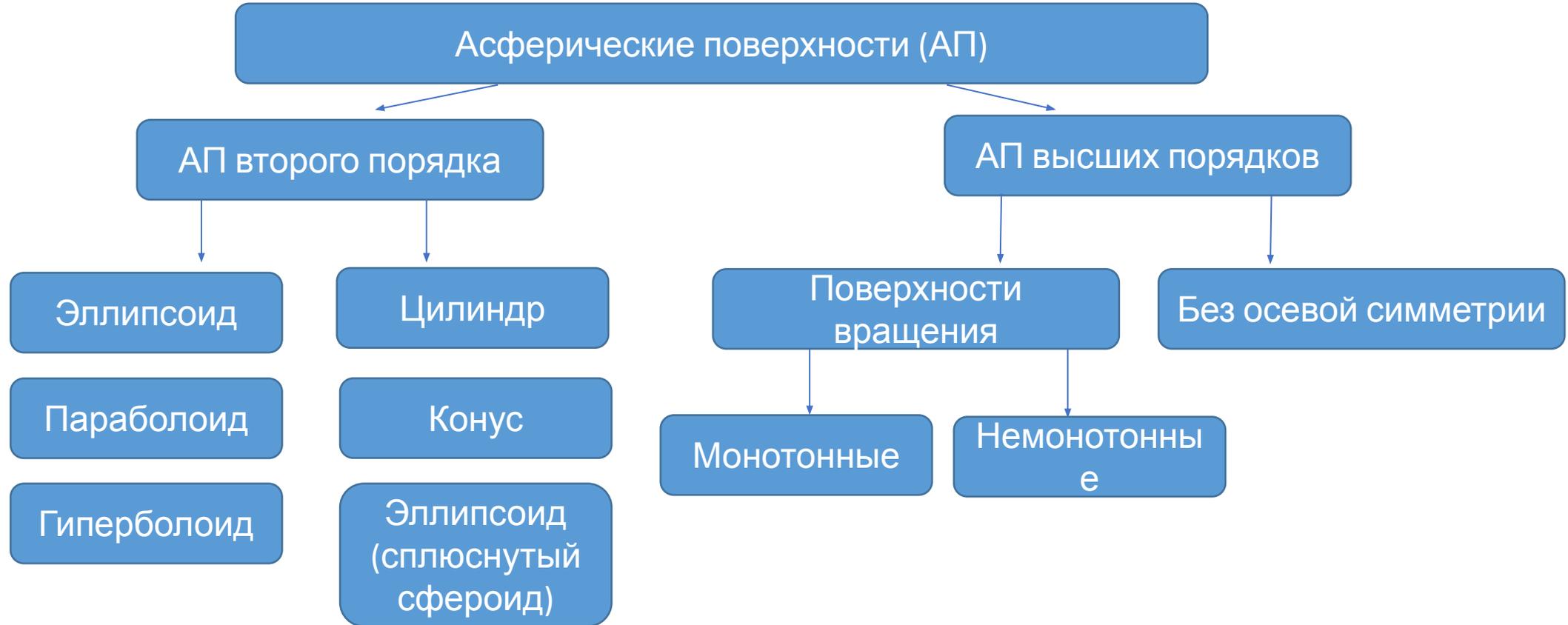


## Астрономические объективы



Оптические системы космических и наземных телескопов

# Классификация асферических поверхностей (АП)



# Уравнения поверхностей вращения

**1**  $y^2 + x^2 = a_1 z + a_2 z^2 + a_3 z^3 + \dots + a_n z^n$

$$a_1 = 2r_0, \quad a_2 = e^2 - 1$$

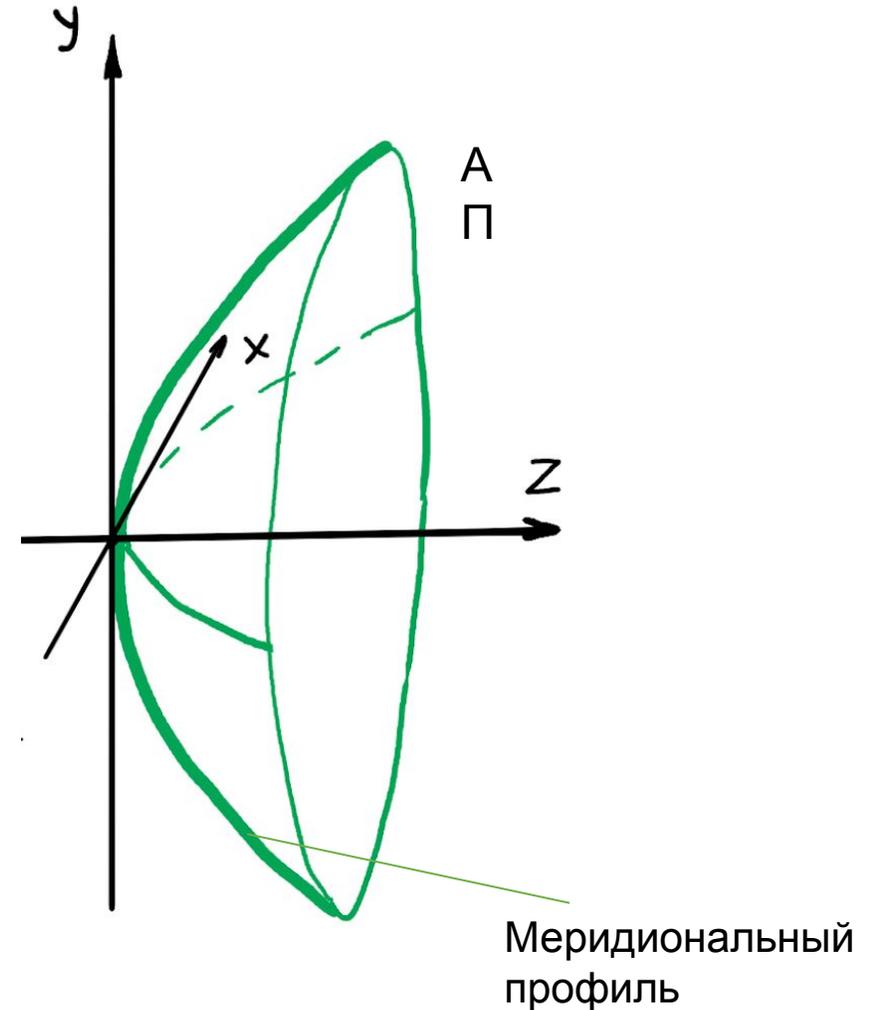
$r_0$  – радиус при  
вершине,

$e$  – эксцентриситет

**2**  $z = A_1 \rho^2 + A_2 \rho^4 + A_3 \rho^6 + \dots + A_n \rho^{2n}$

$$A_1 = 1 / 2r_0, \quad \rho = \sqrt{x^2 + y^2}$$

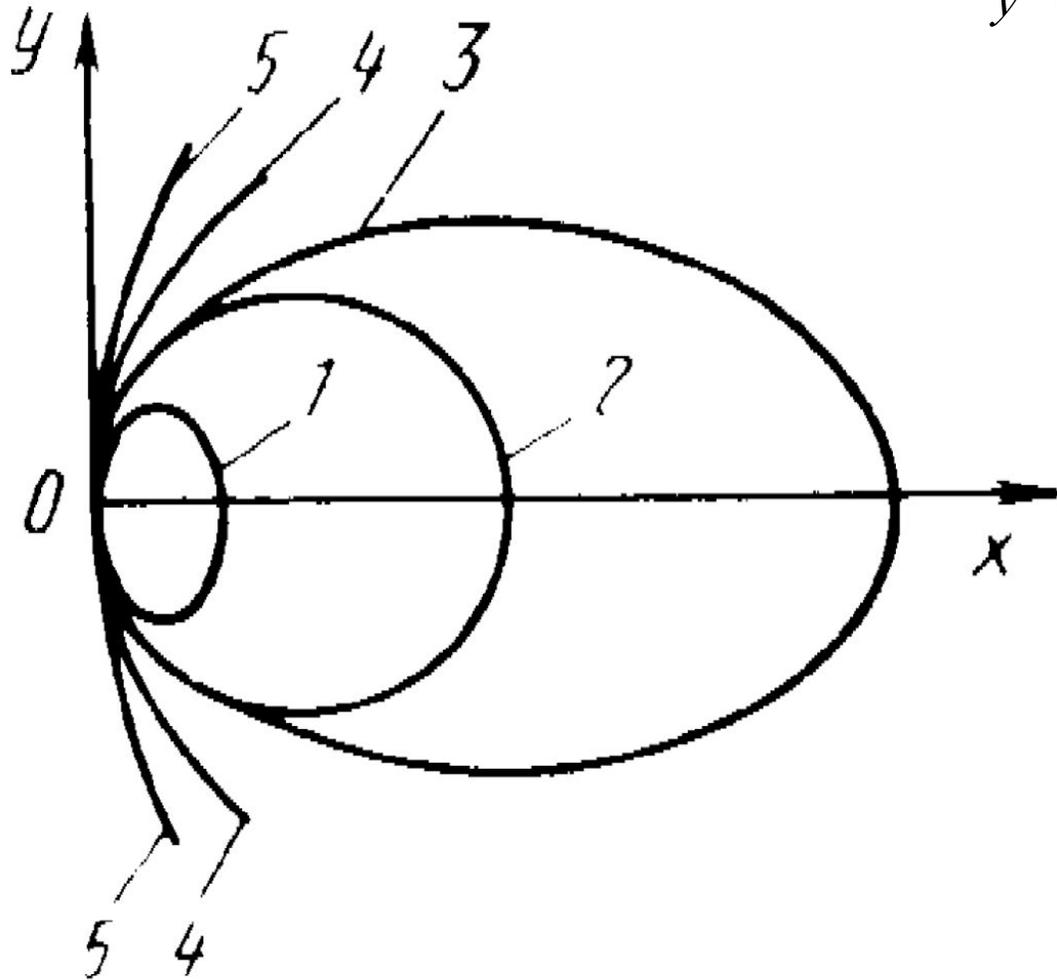
**3** 
$$z = \frac{\rho^2 / r}{1 + \sqrt{1 + (e^2 - 1) \rho^2 / r^2}} + \alpha_1 \rho^2 + \dots + \alpha_n \rho^{2n}$$



# Свойства АП второго порядка

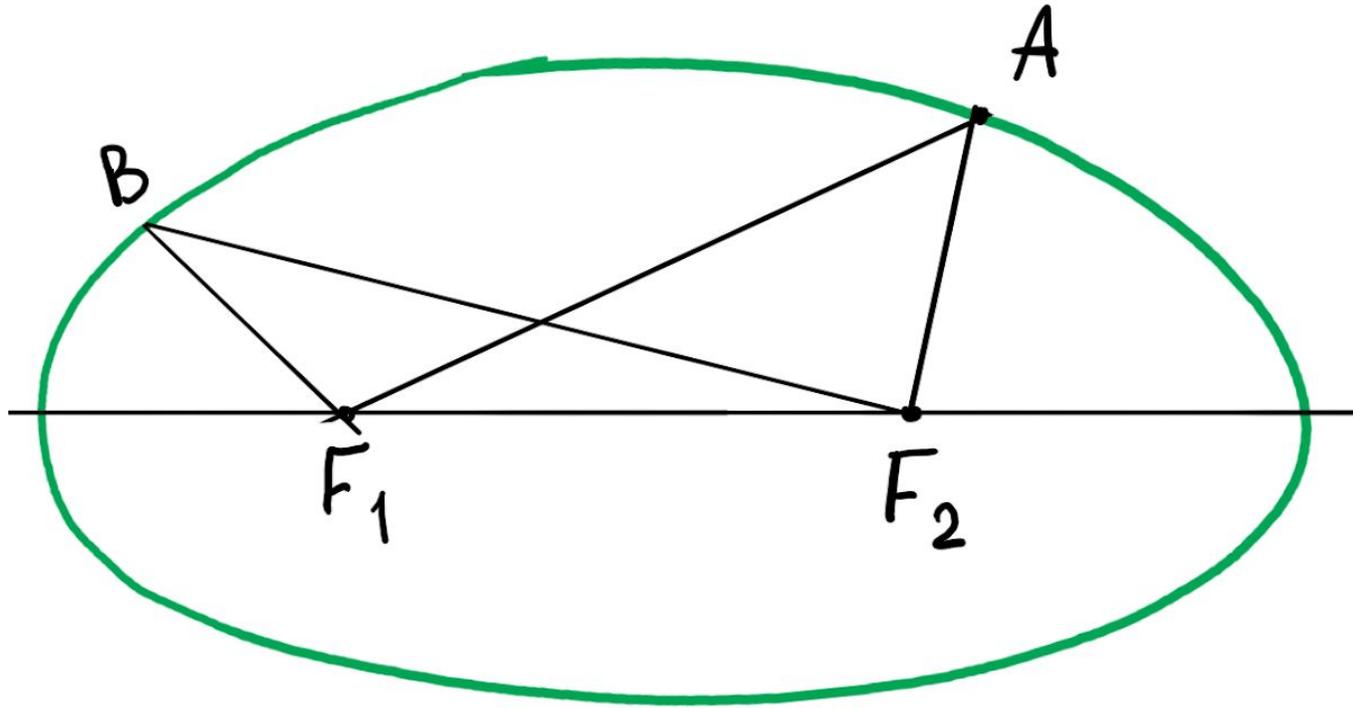
$$y^2 = 2r_0z + (e^2 - 1)z^2$$

$$z = \frac{y^2 / r}{1 + \sqrt{1 + (e^2 - 1)y^2 / r^2}}$$



1.  $e^2 < 0$  – эллипсоид (сплюснутый сфероид)
2.  $e^2 = 0$  – сфера
3.  $0 < e^2 < 1$  – эллипсоид
4.  $e^2 = 1$  – параболоид
5.  $e^2 > 1$  – гиперболоид

# Свойства АП второго порядка. Эллипсоид



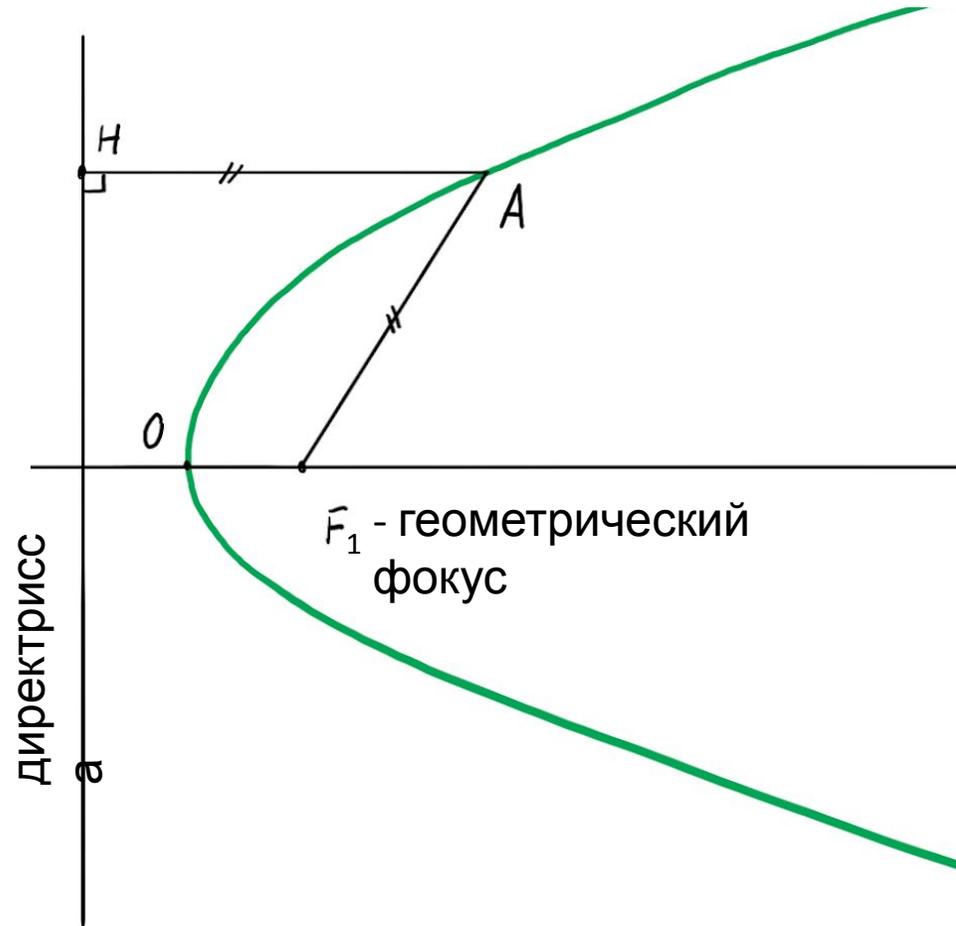
$F_1, F_2$  – геометрические фокусы

Эллипсоид – геометрическое место точек,  
сумма расстояний от которых до геометрических фокусов постоянна

$$AF_1 + AF_2 = BF_1 + BF_2$$

Оптические длины всех лучей, идущих из  $F_1$  в  $F_2$ , одинаковые, значит, сферическая абберация в осевом пучке отсутствует.

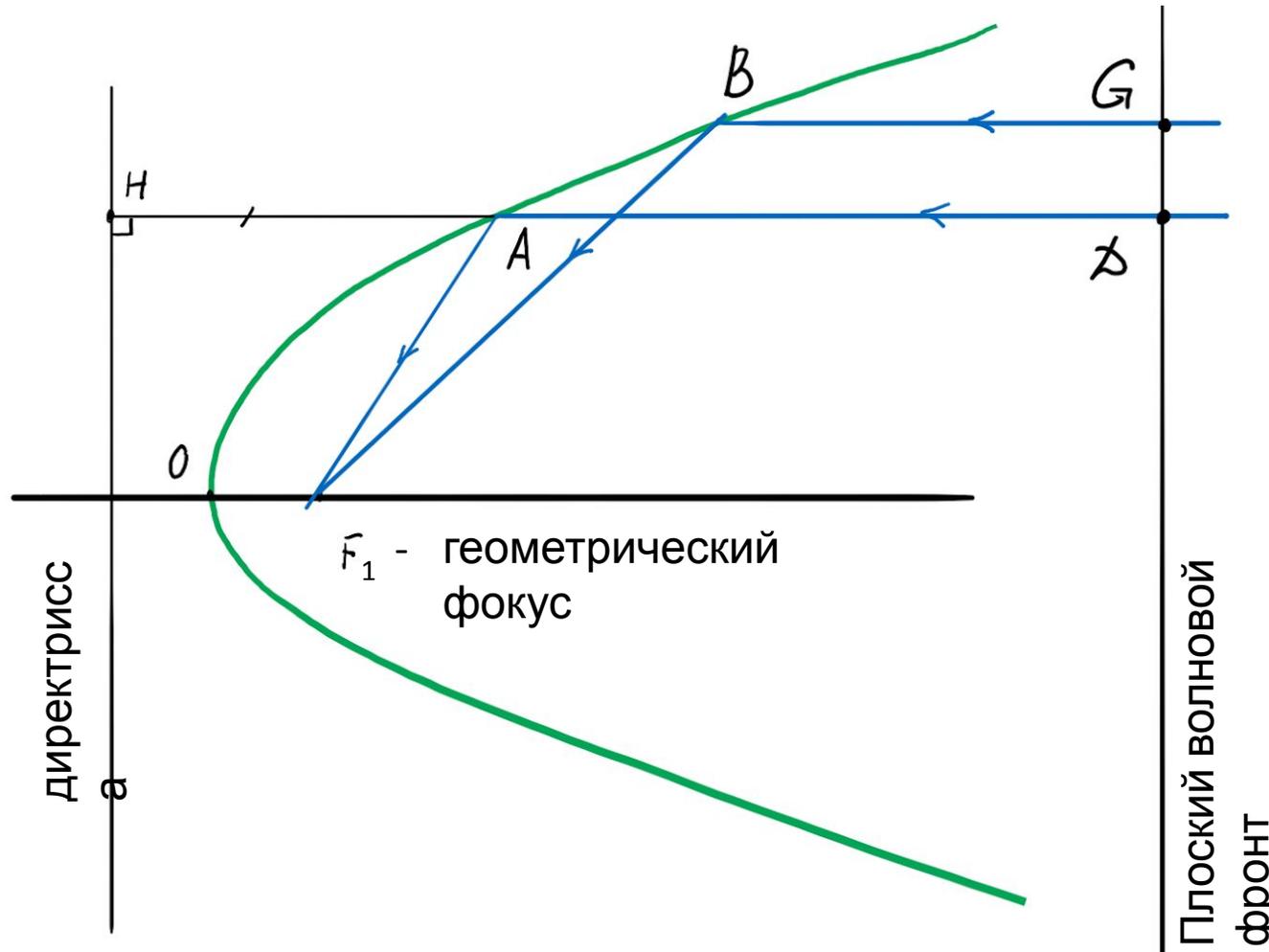
# Свойства АП второго порядка. Параболоид



Парабола – геометрическое место точек, равноудаленных от прямой (директрисы) и точки (геометрического фокуса)

$$AH = AF$$

# Свойства АП второго порядка. Параболоид

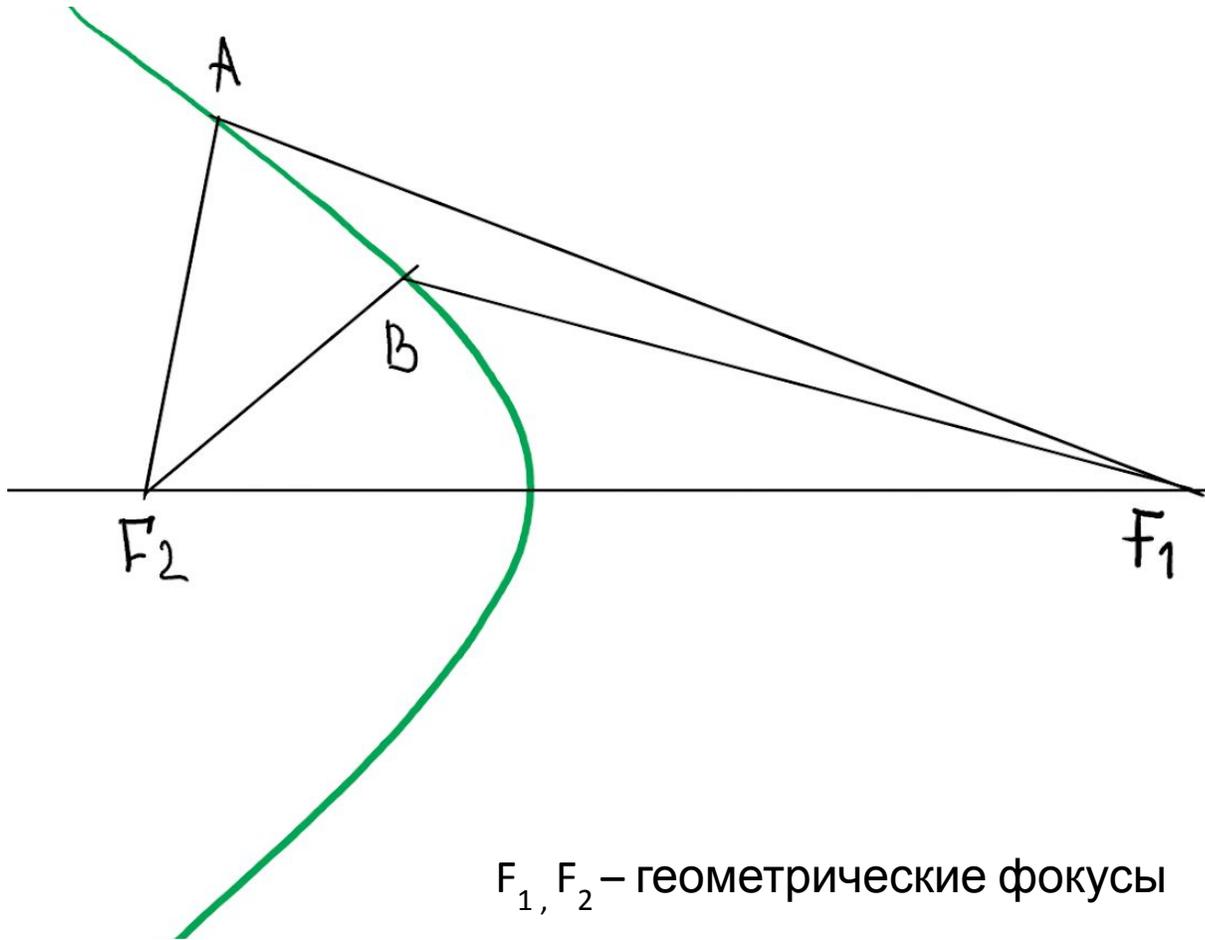


$$AD + AF_1 = BG + BF_1$$

Оптические длины всех лучей, идущих из бесконечно удаленной осевой точки предмета, одинаковые, значит, сферическая aberrация в осевом пучке отсутствует.

$F_1, F_2$  – геометрические фокусы,  $F_2$  в бесконечности

# Свойства АП второго порядка. Гиперболоид



Эллипсоид – геометрическое место точек,  
разность расстояний от которых до геометрических фокусов постоянна

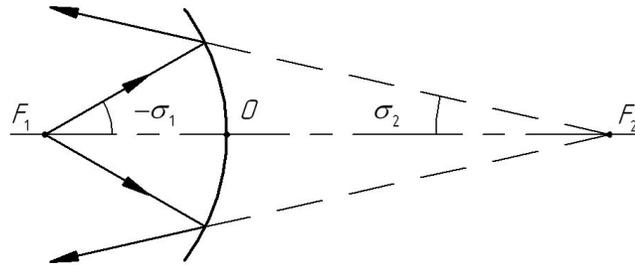
$$AF_1 - AF_2 = BF_1 - BF_2$$

Оптические длины всех лучей, направленных в  $F_1$  и отраженных в  $F_2$ , одинаковые, значит, сферическая aberrация в осевом пучке отсутствует.

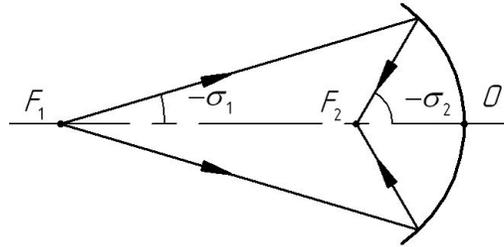
# Свойства АП второго порядка

Отражающие асферические поверхности, образованные вращением кривой второго порядка вокруг оси, соединяющей их геометрические фокусы, имеют замечательное оптическое свойство: геометрические фокусы этих АП являются оптически сопряженными анаберрационными точками.

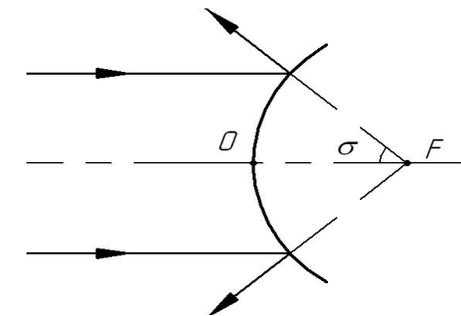
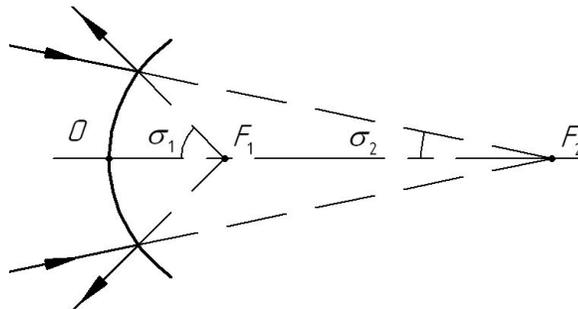
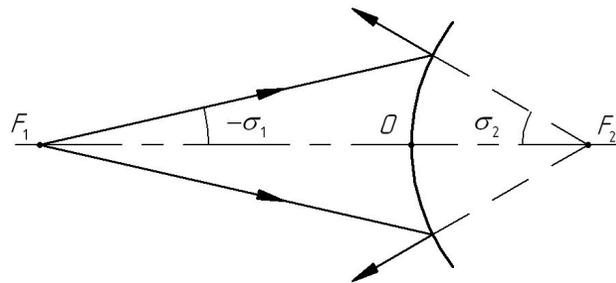
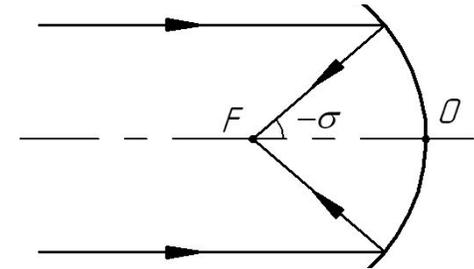
Гиперболоид



Эллипсоид

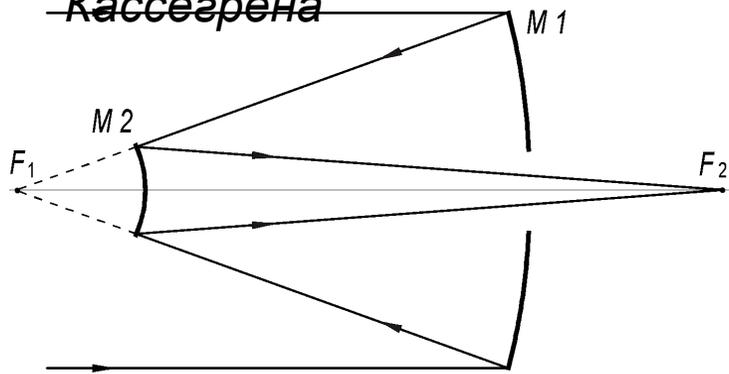


Параболоид

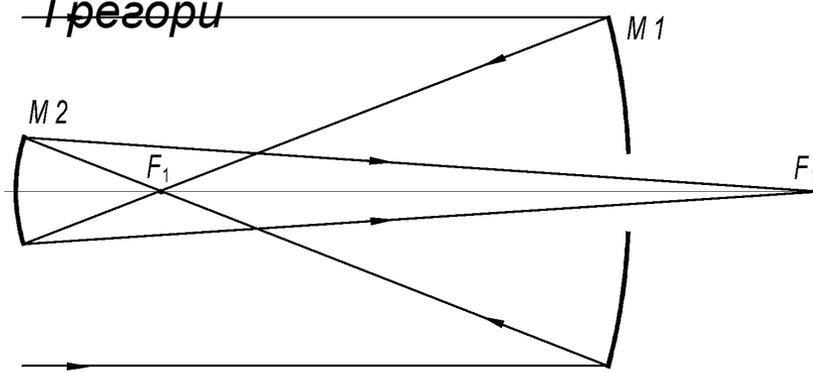


# Зеркальные оптические системы

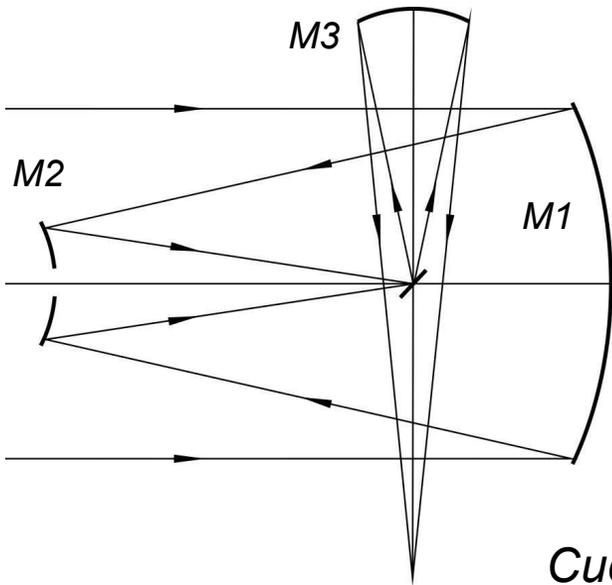
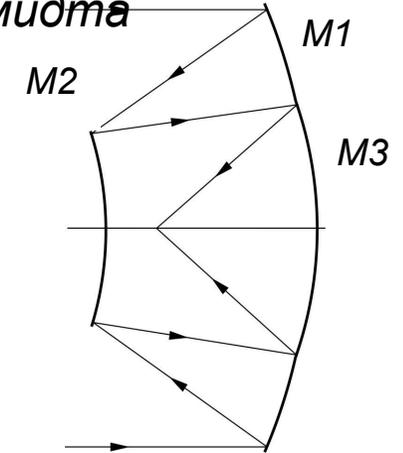
Система  
Кассегрена



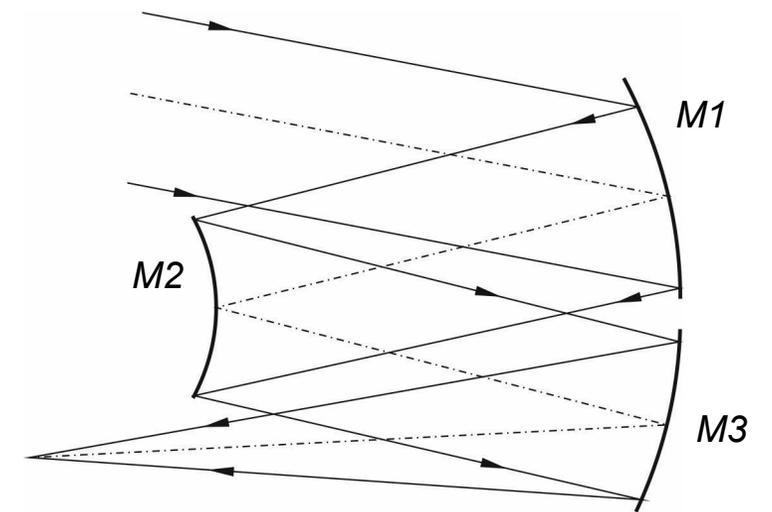
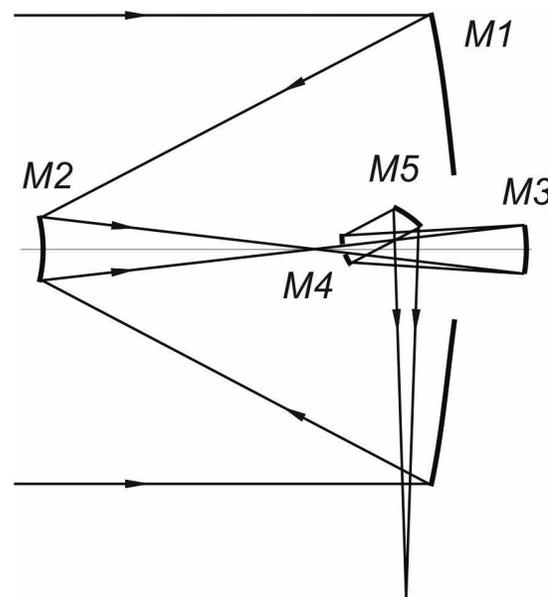
Система  
Грегори



Система Мерсена-  
Шмидта

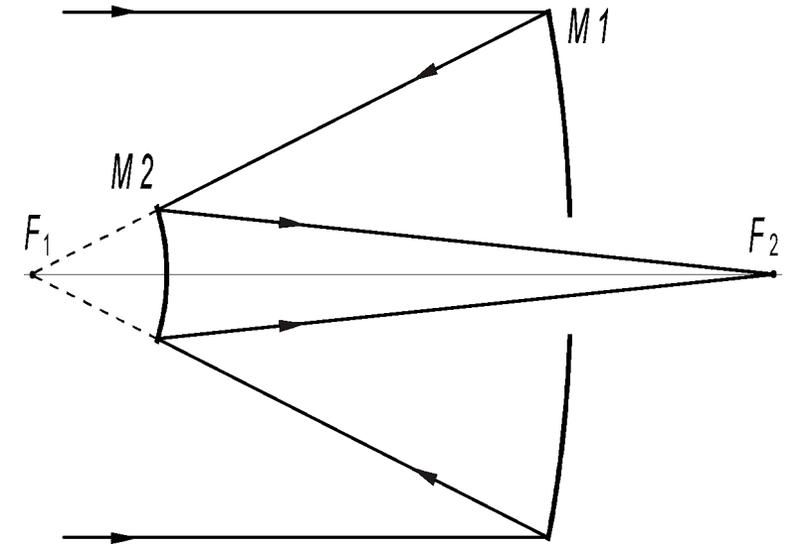
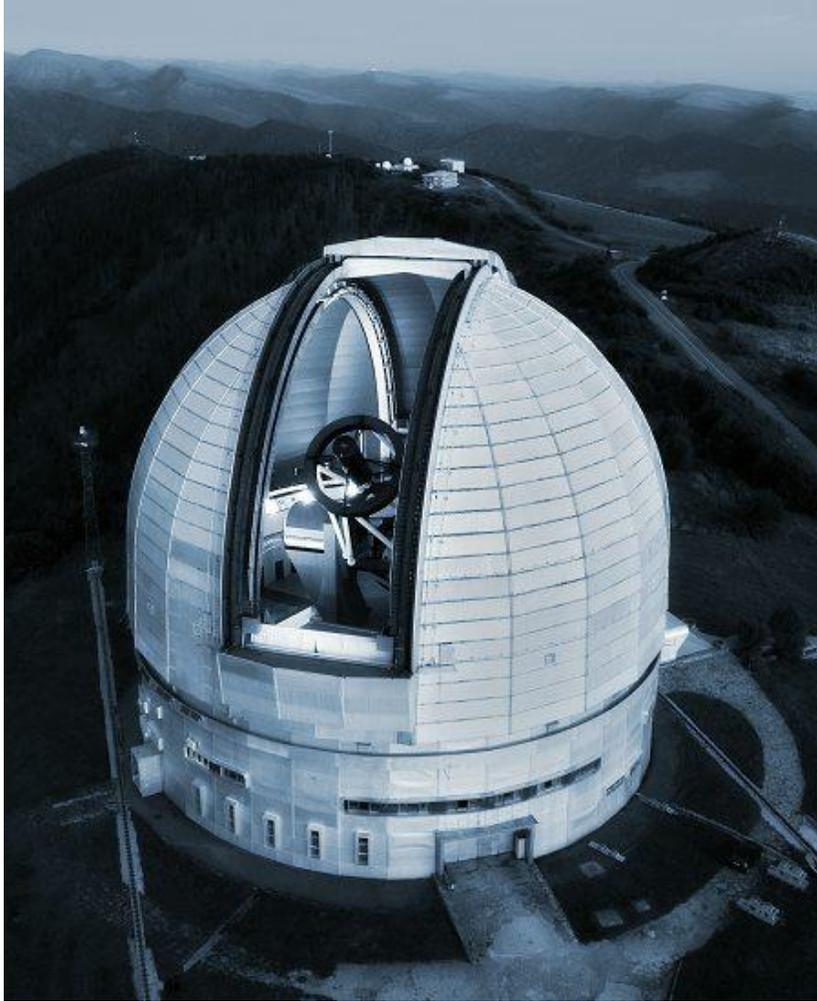


Системы  
Корша



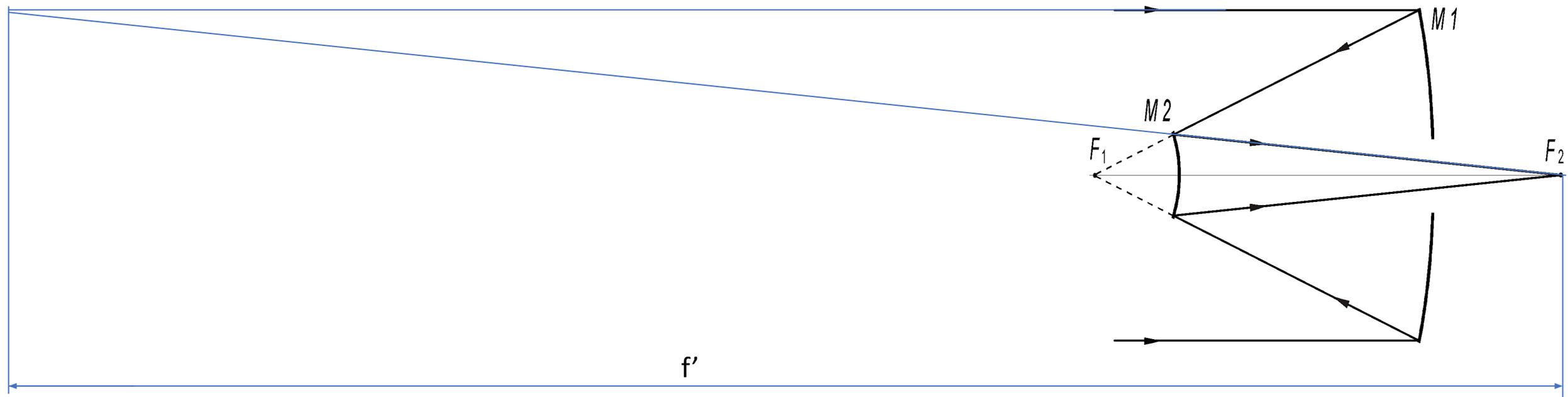
Триплет  
Кука

# Система Кассегрена

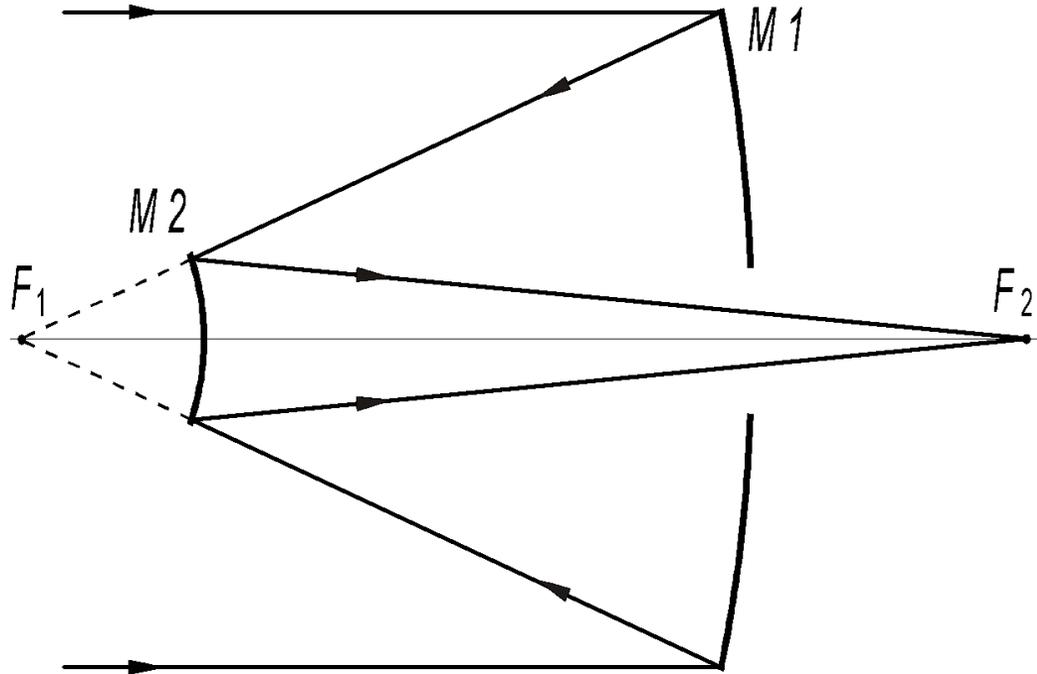


Телескоп БТА

# Система Кассегрена



# Система Кассегрена



Отсутствуют только aberrации осевого пучка лучей и хроматические aberrации.

Полевые aberrации – кома, астигматизм, кривизна и дисторсия – присутствуют.

Типичные характеристики:

$D/f'$  до 1:8,

$2\omega$  не более 1 градуса,

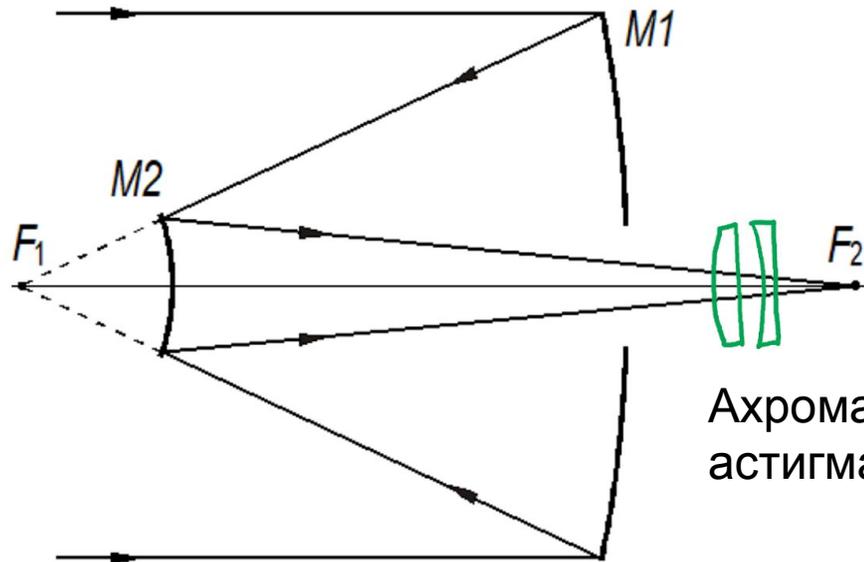
коэффициент экранирования менее 0.4

M1 – параболоид

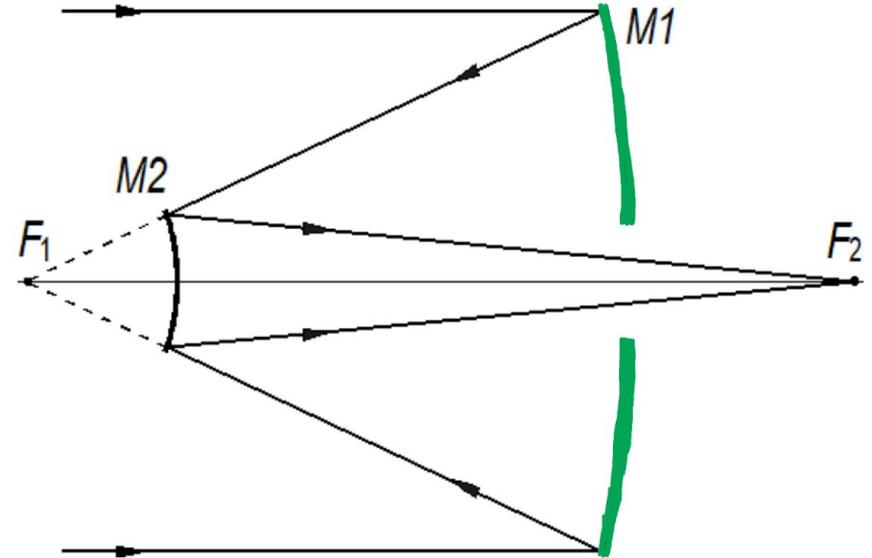
M2 – гиперболоид

# Методы коррекции полевых аберраций

Меридиональная кома исправлена в системе Ричи-Кретьена,  
которая отличается от системы Кассегрена формой  
главного зеркала:  
M1 – гиперболоид,  
M2 – гиперболоид

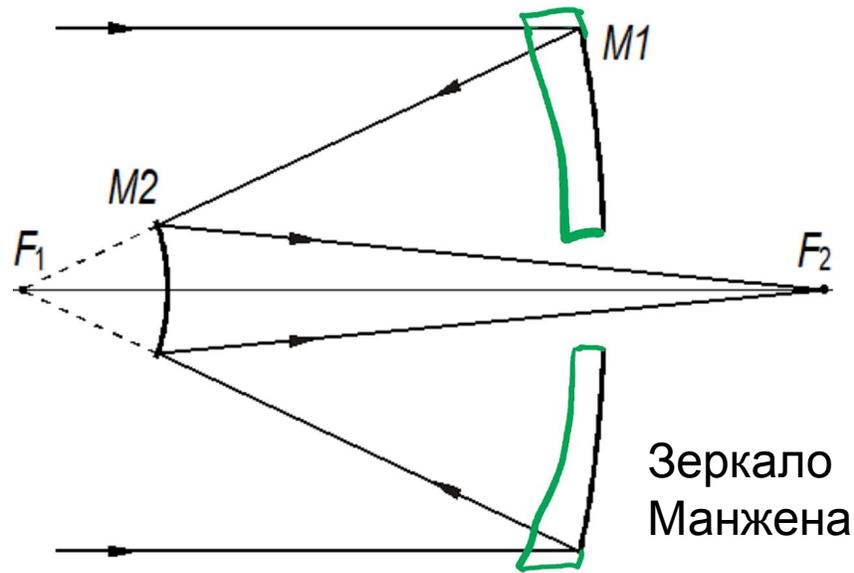
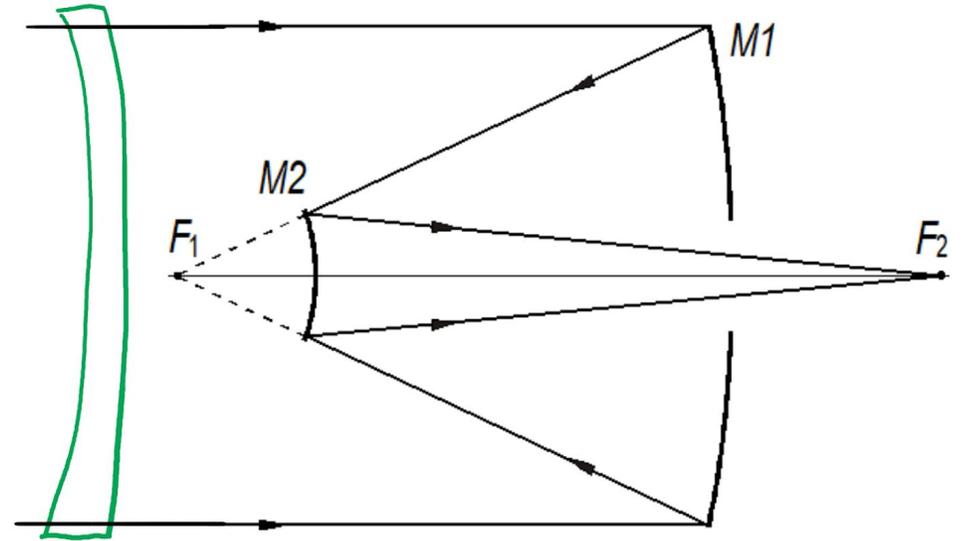


Ахроматический афокальный корректор кома и астигматизма



# Методы коррекции полевых аберраций

Мениск  
Максутова



Зеркало  
Манжена

