АЛГЕБРА

УРОК НА ТЕМУ:
СВОЙСТВА КОРНЯ N-ОЙ СТЕПЕНИ.

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$$

$$\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$$

Корень n-ой степени.

Ребята, мы продолжаем изучать корни n-ой степени из действительного числа. Как и практически все математические объекты корни n-ой степени обладают некоторыми свойствами, сегодня мы и займемся изучением этих свойств.

Все свойства, которые мы с вами рассмотрим, формулируются и доказываются только для неотрицательных значений переменных, содержащихся под знаком корня.

Однако заметим, ***в случае нечетного показателя корня они выполняются и для отрицательных переменных.***

$$\sqrt[n]{a} \qquad \sqrt[n]{b}$$

Корень n-ой степени.

Теорема1.

Корень n-ой степени из произведения двух неотрицательных чисел равен произведению корней n-ой степени этих чисел:

$$\boxed{\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}}$$

Корень n-ой степени.

Теорема2.

Если a≥0, b>0 и n – натуральное число, большее одного тогда выполняется следующее равенство:

$$\boxed{\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}}$$

То есть корень n-ой степени частного равен частному корней n-ой степени.

Корень n-ой степени.

Пример. Вычислить

$$\sqrt[4]{16\cdot 81\cdot 256}$$

Решение. Воспользуемся теоремой 1

$$\sqrt[4]{16\cdot 81\cdot 256}=\sqrt[4]{16}\cdot\sqrt[4]{81}\cdot\sqrt[4]{256}=2\cdot 3\cdot 4=24$$

Пример. Вычислить $\sqrt[5]{7\frac{19}{32}}$

Решение. Представим подкоренное выражение в виде неправильной дроби:

$$7\frac{19}{32}=\frac{7\cdot 32+19}{32}=\frac{243}{32}$$

Воспользуемся теоремой 2:

$$\sqrt[5]{\frac{243}{32}}=\frac{\sqrt[5]{243}}{\sqrt[5]{32}}=\frac{3}{2}=1\frac{1}{2}$$

Корень n-ой степени.

Пример. Вычислить

а) $\sqrt[4]{24} \cdot \sqrt[4]{54}$

б) $\sqrt[6]{256} : \sqrt[6]{4}$

Решение.

а) $\sqrt[4]{24} \cdot \sqrt[4]{54} = \sqrt[4]{24 \cdot 54} = \sqrt[4]{8 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 27} = \sqrt[4]{16 \cdot 81} = \sqrt[4]{16} \cdot \sqrt[4]{81} = 2 \cdot 3 = 6$

б) $\sqrt[6]{256} : \sqrt[6]{4} = \sqrt[6]{\frac{256}{4}} = \sqrt[6]{64} = 2$

Корень n-ой степени.

Теорема3.

Если a≥0, k – натуральное число и n – натуральное число, больше 1, то справедливо равенство:

$$\boxed{(\sqrt[n]{a})^k = \sqrt[n]{a^k}}$$

Чтобы возвести корень в натуральную степень, достаточно возвести в эту степень подкоренное выражение.

$$(\sqrt[n]{a})^3 = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{a} = \sqrt[n]{a \cdot a \cdot a} = \sqrt[n]{a^3}$$

Корень n-ой степени.

Теорема4.

Если a≥0, n,k – натуральные числа, большие одного, то справедливо равенство:

$$\boxed{\sqrt[n]{\sqrt[k]{a}} = \sqrt[n\cdot k]{a}}$$

Чтобы извлечь корень из корня, достаточно перемножить показатели корней.

Пример.

$$\sqrt[3]{\sqrt[5]{a}} = \sqrt[15]{a} \qquad \sqrt[4]{\sqrt{a}} = \sqrt[8]{a} \qquad \sqrt{\sqrt{a}} = \sqrt[4]{a}$$

Корень n-ой степени.

Теорема 5.

Если показатели корня и подкоренного выражения умножить на одно и тоже натуральное число, то значение корня не изменится:

$$\boxed{\sqrt[n\cdot p]{a^{k\cdot p}} = \sqrt[n]{a^k}}$$

Корень n-ой степени.

Примеры:

$$\sqrt[15]{a^5} = \sqrt[5]{a} \text{ (разделили показатели на 5)}$$

$$\sqrt[24]{a^{22}} = \sqrt[12]{a^{11}} \text{ (разделили показатели на 2)}$$

$$\sqrt[3]{a^4} = \sqrt[9]{a^{12}} \text{(умножили показатели на 3)}$$

Пример. Выполнить действия:

$$\sqrt[4]{a} \cdot \sqrt[3]{a}$$

Решение.

Показатели корней разные числа, поэтому мы не можем воспользоваться теоремой1, но воспользовавшись теоремой5 мы можем получить равные показатели.

$$\sqrt[4]{a} = \sqrt[12]{a^3} \text{(умножили показатели на 3)}$$

$$\sqrt[3]{a} = \sqrt[12]{a^4} \text{(умножили показатели на 4)}$$

$$\sqrt[4]{a} \cdot \sqrt[3]{a} = \sqrt[12]{a^3} \cdot \sqrt[12]{a^4} = \sqrt[12]{a^3 \cdot a^4} = \sqrt[12]{a^7}$$

Корень n-ой степени.

Задачи для самостоятельного решения.

1. Вычислить $\sqrt[5]{32 \cdot 243 \cdot 1024}$

2. Вычислить $\sqrt[4]{7\frac{58}{81}}$

3. Вычислить

а) $\sqrt[3]{81} \cdot \sqrt[3]{72}$

б) $\sqrt[5]{1215} : \sqrt[5]{5}$

4. Упростить:

а) $\sqrt[8]{\sqrt[3]{a}}$ б) $\sqrt[5]{\sqrt{a}}$ в) $\sqrt{\sqrt[9]{a}}$

5. Выполнить действия:

$$\sqrt[7]{a^2} \cdot \sqrt[3]{a^4}$$