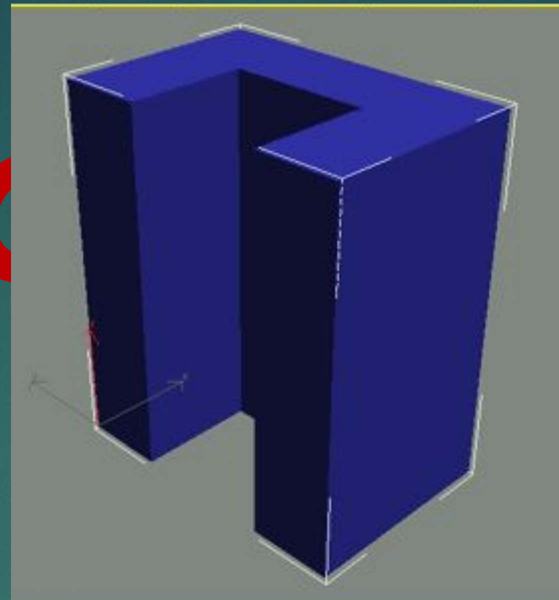
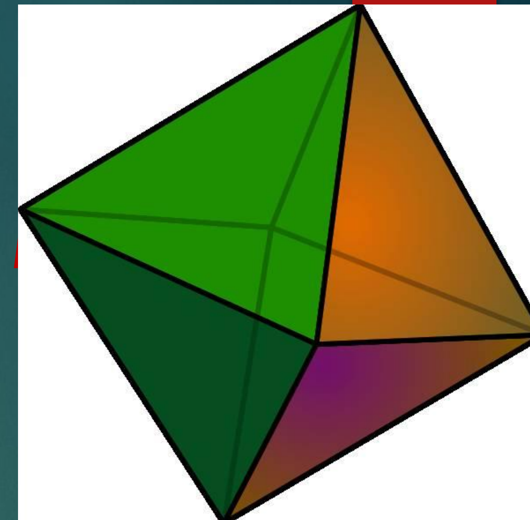
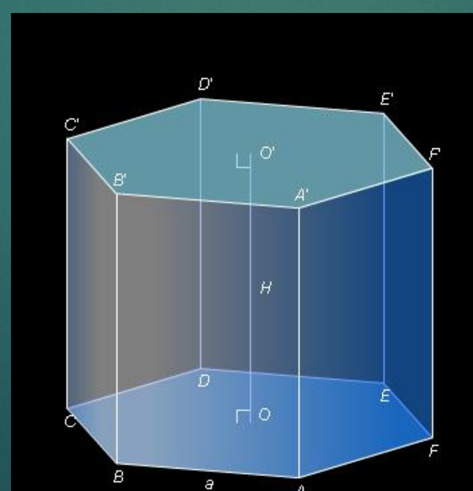
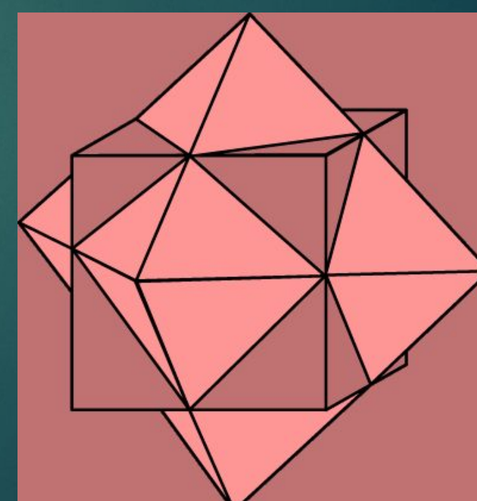




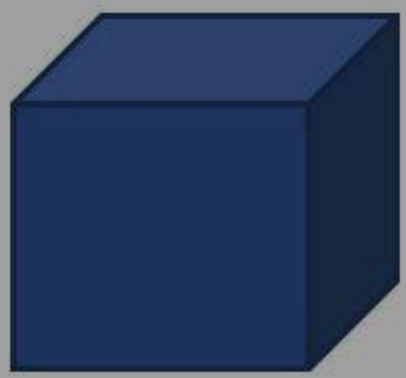

D'
E'
C'
F'
B'
O'
A'
H
D
E
C
O
F
B
a
A



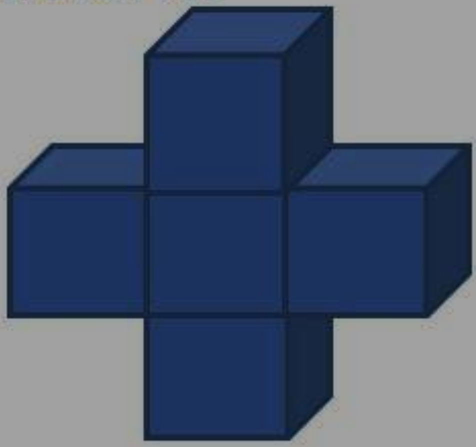
Многогранники

МНОГОГРАННИК – ЭТО *ТЕЛО, ГРАНИЦА КОТОРОГО СОСТОИТ ИЗ КУСКОВ ПЛОСКОСТЕЙ* (*МНОГОУГОЛЬНИКОВ*). ЭТИ МНОГОУГОЛЬНИКИ НАЗЫВАЮТСЯ *ГРАНЯМИ*, ИХ СТОРОНЫ – *РЁБРАМИ*, ИХ ВЕРШИНЫ – *ВЕРШИНАМИ МНОГОГРАННИКА*. ОТРЕЗКИ, СОЕДИНЯЮЩИЕ ДВЕ ВЕРШИНЫ И НЕ ЛЕЖАЩИЕ НА ОДНОЙ ГРАНИ, НАЗЫВАЮТСЯ *ДИАГОНАЛЯМИ МНОГОГРАННИКА*

Многогранники бывают ***выпуклыми*** *и* ***невыпуклыми****. Выпуклый многогранник расположен по одну сторону от плоскости каждой своей грани. Невыпуклый многогранник расположен по разные стороны от одной из плоскости.*

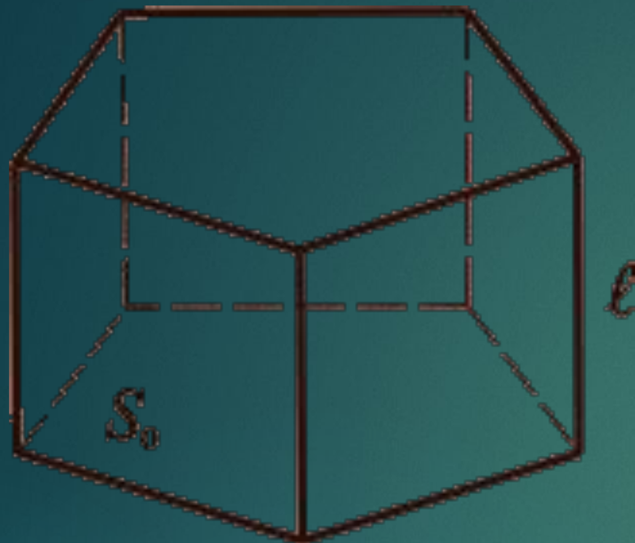


Выпуклый многогранник

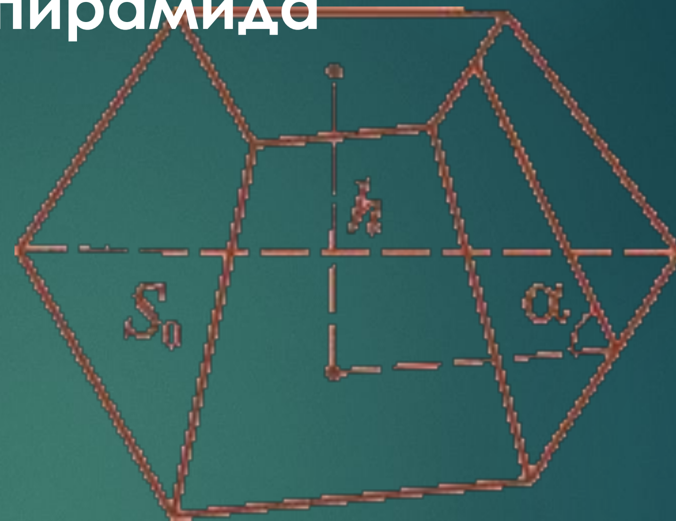


Невыпуклый многогранник

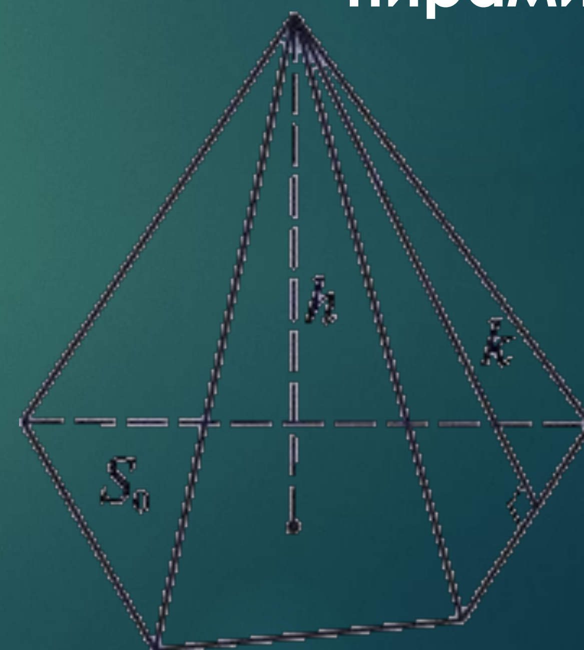
призма



Усечённая пирамида

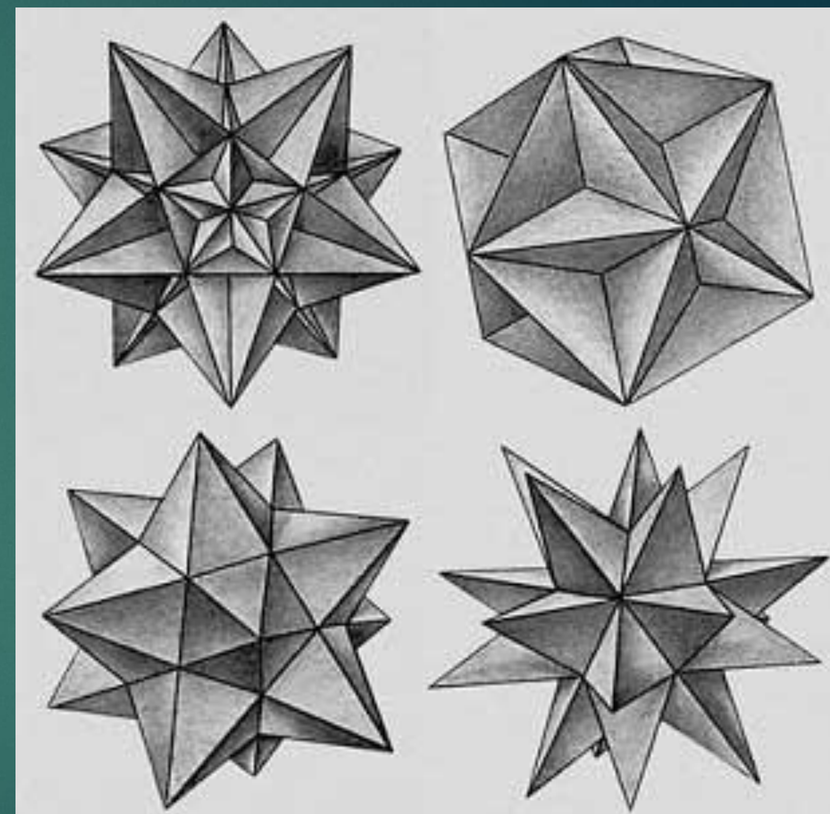


пирамида

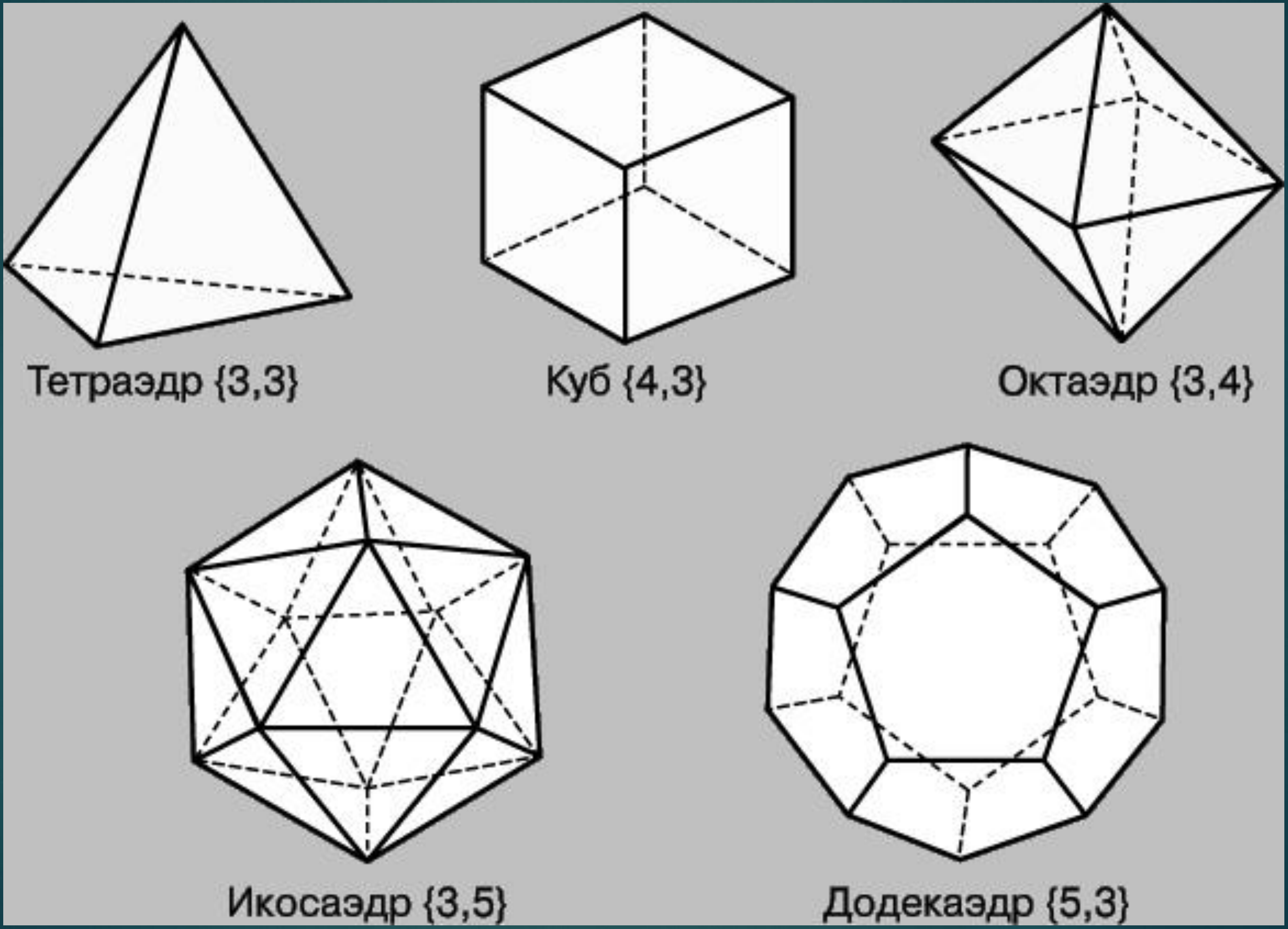


параллелепипед

Тела Кеплера-Пуансо



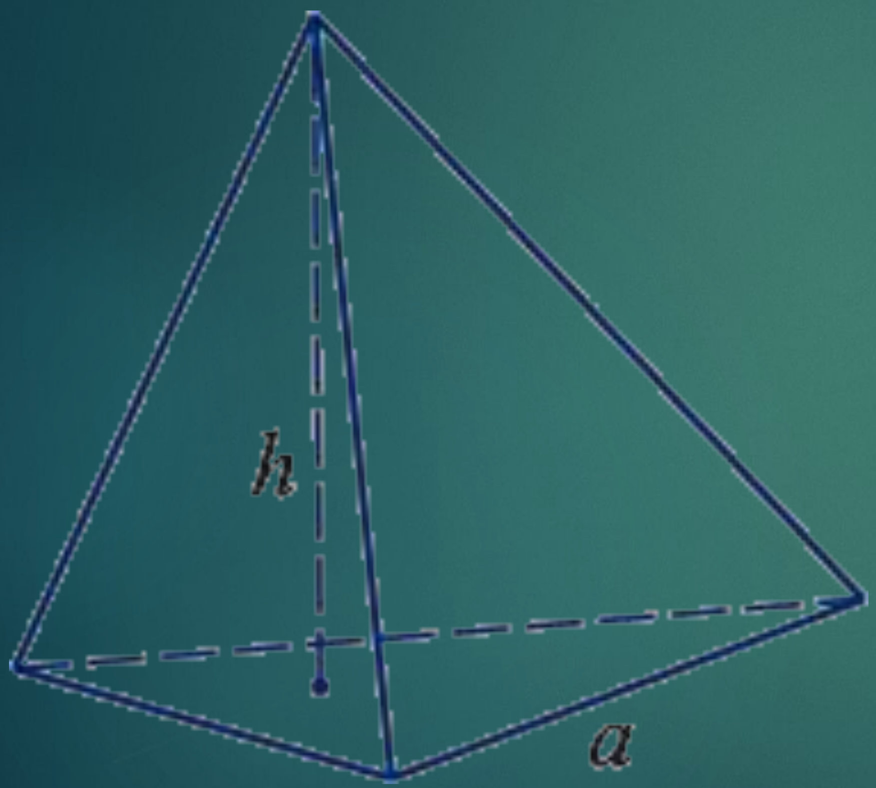
пять удивительных многогранников



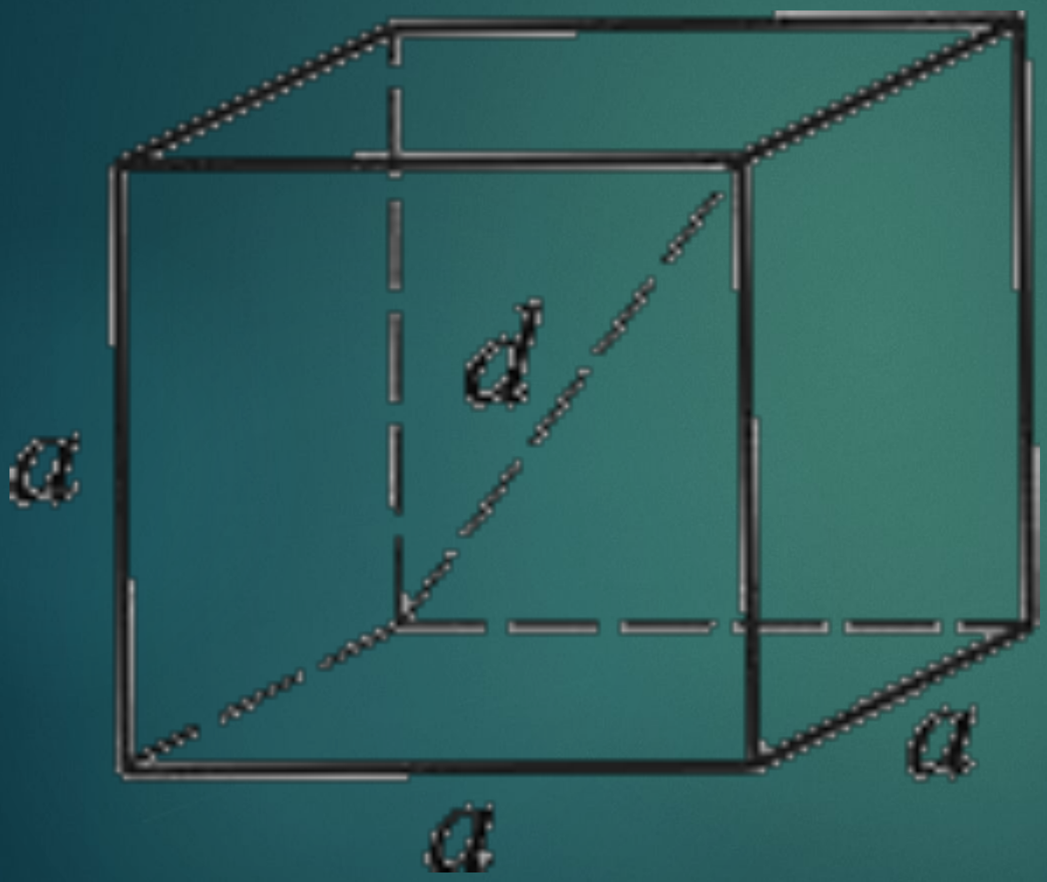
Правильные многогранники

Их изучали ученые, ювелиры, священники, архитекторы. Этим многогранникам даже приписывали магические свойства. Древнегреческий ученый и философ Платон (IV–V в до н. э.) считал, что эти тела олицетворяют сущность природы. В своем диалоге «Тимей» Платон говорит, что атом огня имеет вид тетраэдра, земли – гексаэдра (куба), воздуха – октаэдра, воды – икосаэдра. В этом соответствии не нашлось места только додекаэдру и Платон предположил существование еще одной, пятой сущности – эфира, атомы которого как раз и имеют форму додекаэдра. Ученики Платона продолжили его дело в изучении перечисленных тел. Поэтому эти многогранники называют платоновыми телами.

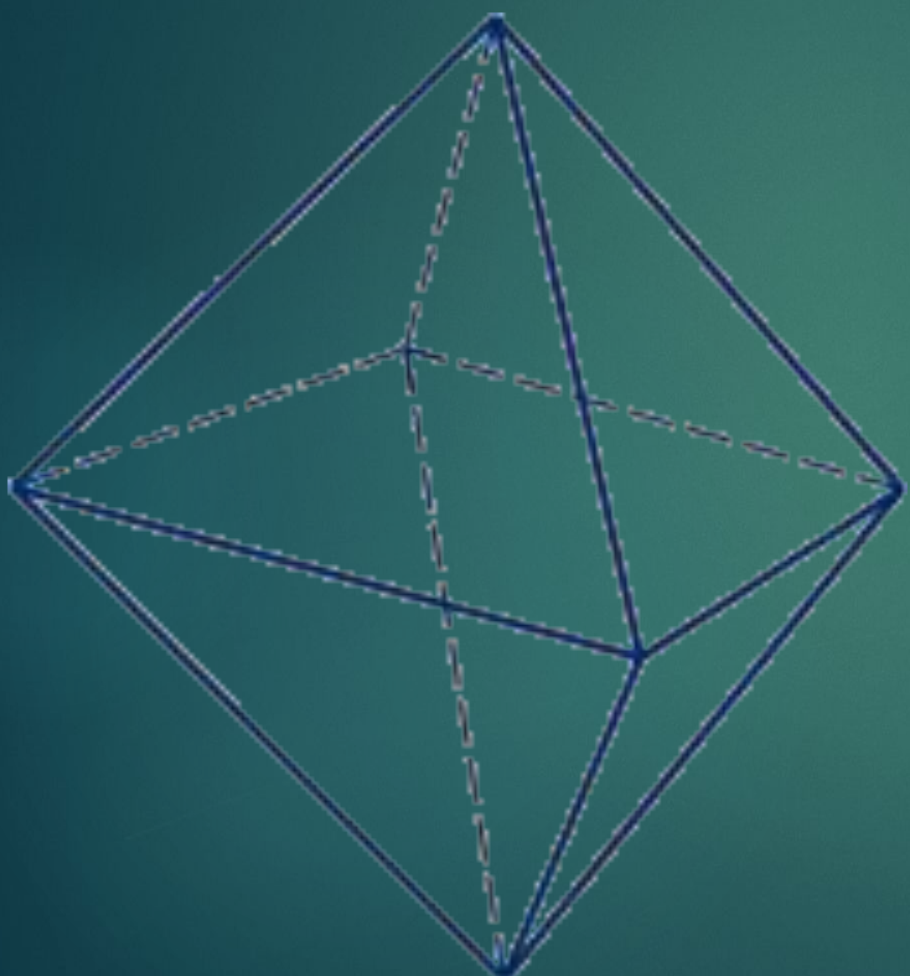
Тетраэдр



Правильный четырёхгранник у которого грани правильные треугольники, в каждой вершине сходится по 3 ребра и по три грани. У тетраэдра 4 ребра, 4 грани и шесть рёбер.

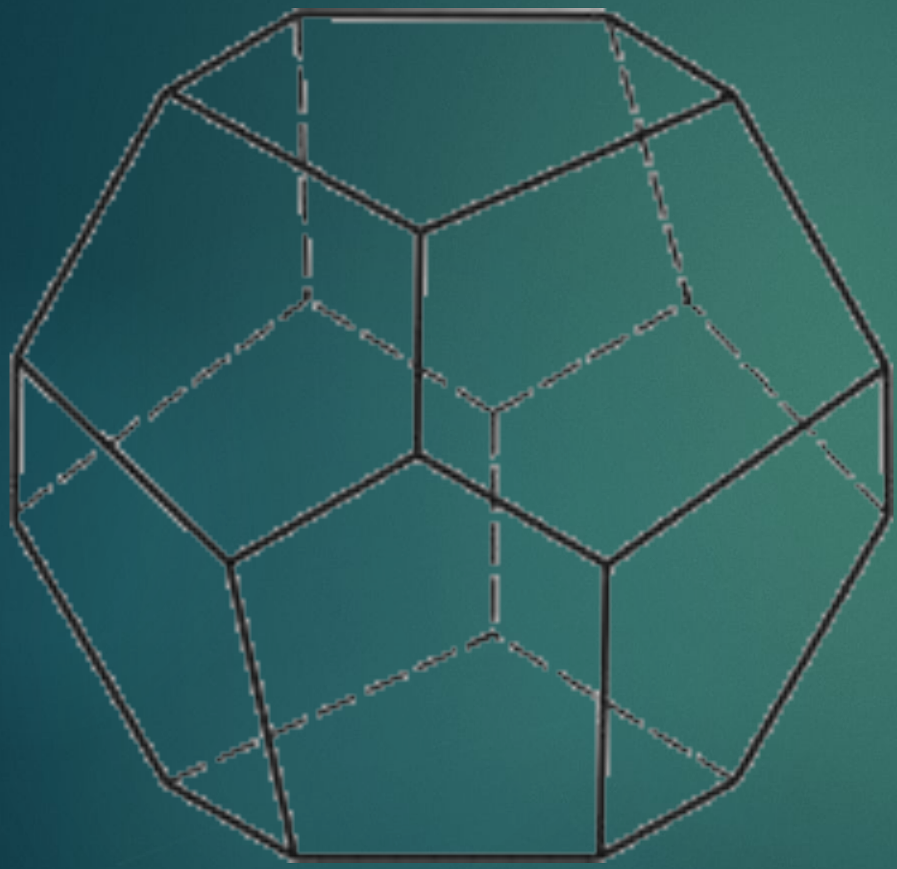


Куб — шесть граней — равные квадраты. Куб имеет восемь вершин и двенадцать ребер.



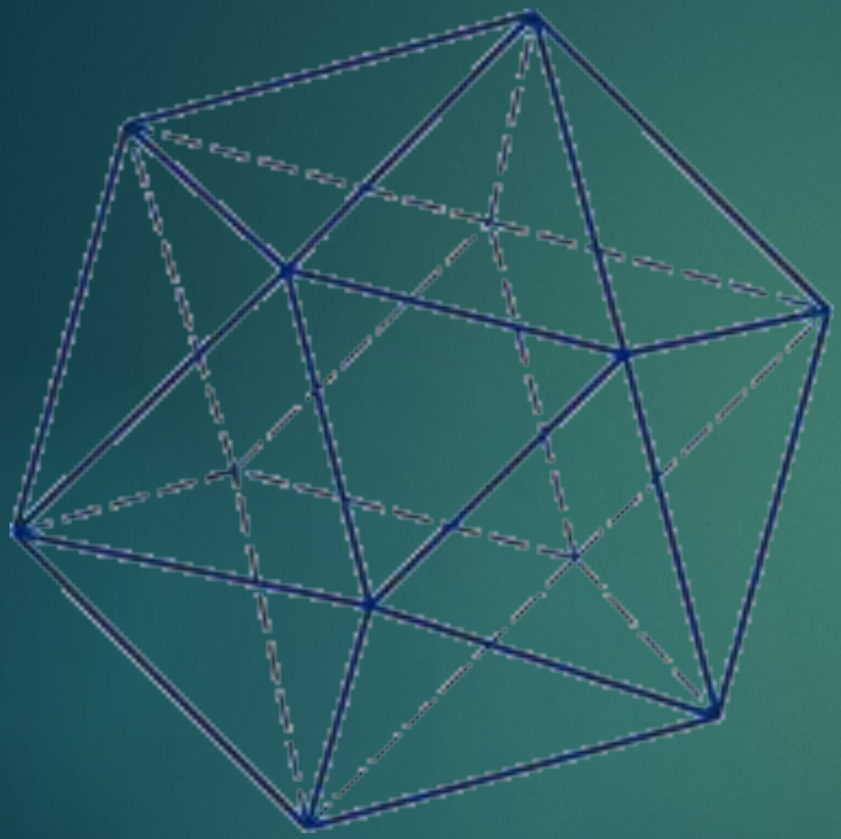
Октаэдр

— восемь граней — равносторонние равные треугольники. Октаэдр имеет шесть вершин и двенадцать ребер



Додекаэдр — двенадцать граней — правильные равные пятиугольники. Додекаэдр имеет двадцать вершин и тридцать ребер.

Икосаэдр — двадцать граней — равносторонние равные треугольники. Икосаэдр имеет двенадцать вершин и тридцать ребер.



Сечения многогранников

Правила построения сечений многогранников:

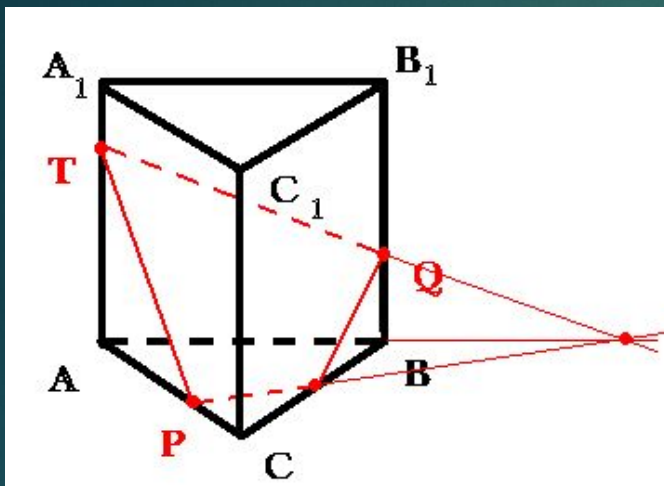
1) проводим прямые через точки, лежащие в одной плоскости;

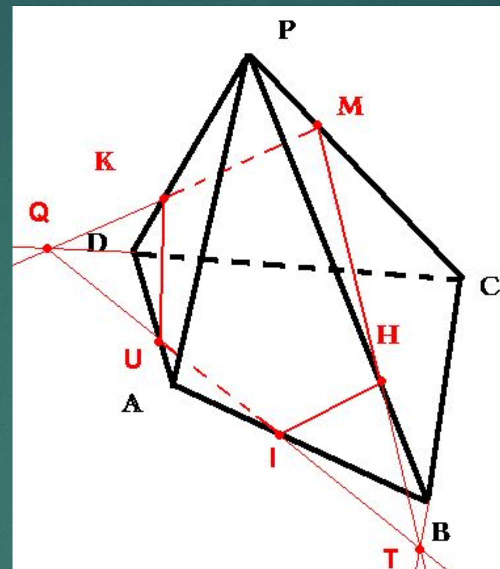
2) ищем прямые пересечения плоскости сечения с гранями многогранника, для этого

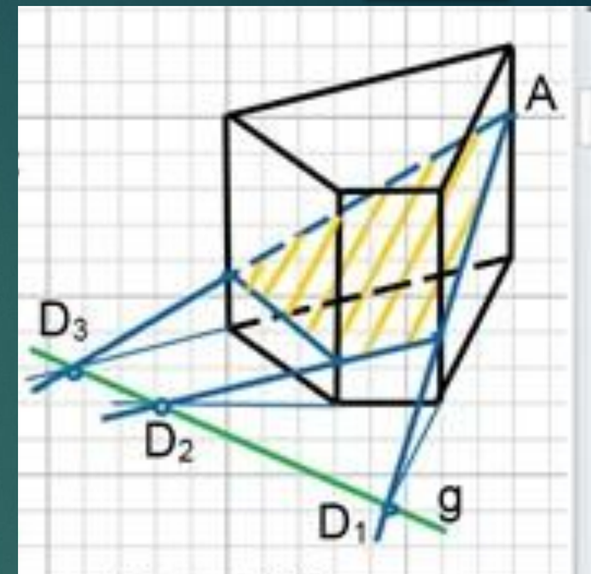
а) ищем точки пересечения прямой принадлежащей плоскости сечения с прямой, принадлежащей одной из граней (лежащие в одной плоскости);

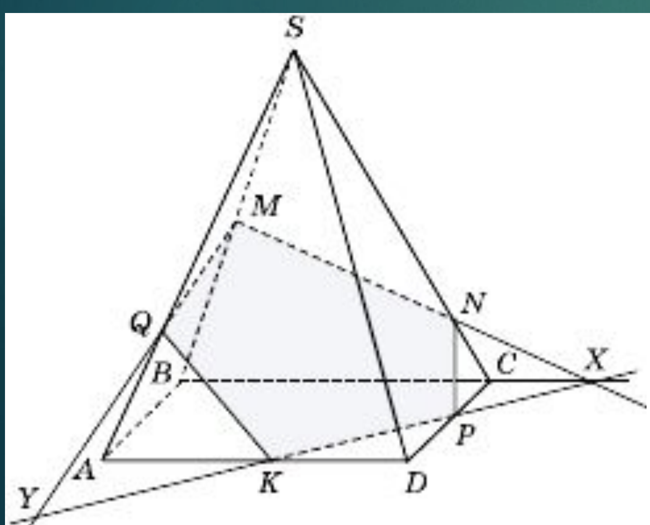
б) параллельные грани плоскость сечения пересекает по параллельным прямым.

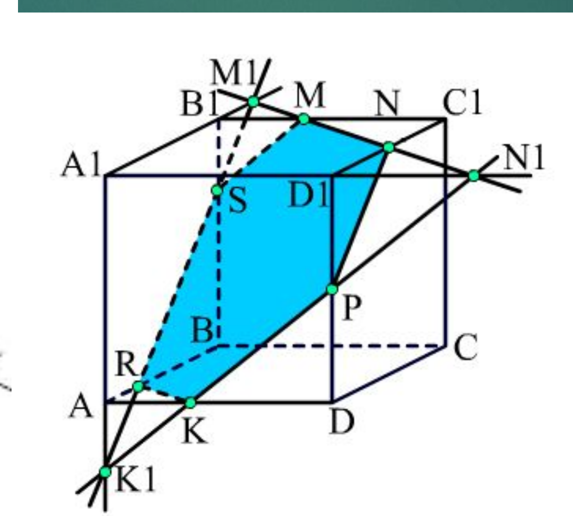
сечения

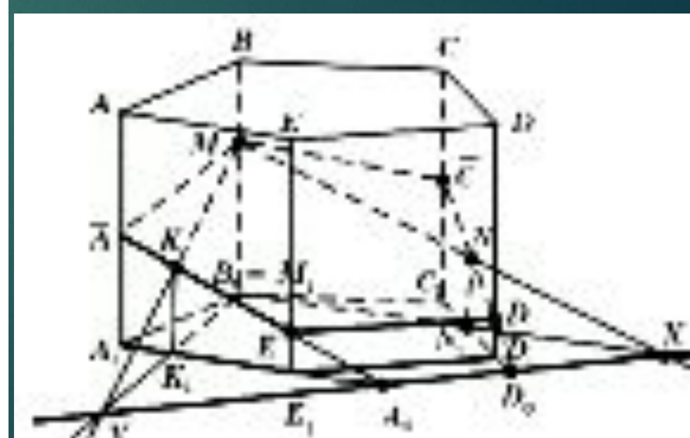

A1
B1
T
C1
Q
A
B
P
C


P
M
K
Q
D
C
H
U
A
I
B
T


A
D3
D2
D1
g

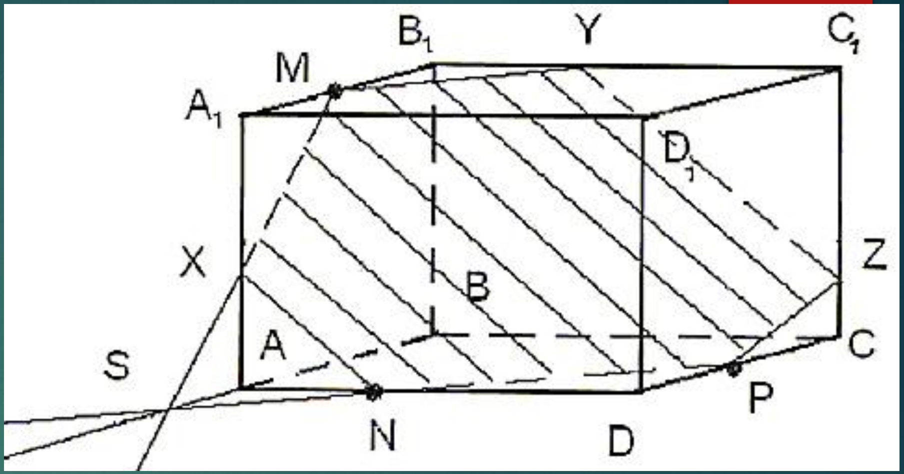

S
M
N
Q
B
C
X
P
A
K
D
Y


M1
B1
M
N
C1
A1
N1
S
D1
P
B
C
R
A
K
D
K1



ВАЖНО!

- ***ДЛЯ ПОСТРОЕНИЯ СЕЧЕНИЙ ИЩЕМ ОТРЕЗКИ, ПО КОТОРЫМ СЕКУЩАЯ ПЛОСКОСТЬ ПЕРЕСЕКАЕТ КАЖДУЮ ГРАНЬ.***
- ***МОЖНО СОЕДИНЯТЬ ТОЛЬКО ТОЧКИ, КОТОРЫЕ ЛЕЖАТ В ОДНОЙ ПЛОСКОСТИ.***
- ***ЕСЛИ СЕКУЩАЯ ПЛОСКОСТЬ ПЕРЕСЕКАЕТ ПРОТИВОПОЛОЖНЫЕ ГРАНИ, ТО ОНА ПЕРЕСЕКАЕТ ИХ ПО ПАРАЛЛЕЛЬНЫМ ОТРЕЗКАМ.***



Задача

Построить сечение призмы $ABCDA_1B_1C_1D_1$ плоскостью, проходящей через точки P, Q, R (точки указаны на чертеже).

Решение.

1. Построим след секущей плоскости на плоскость нижнего основания призмы. Рассмотрим грань AA_1B_1B. В этой грани лежат точки сечения P и Q. Проведем прямую PQ.

2. Продолжим прямую PQ, которая принадлежит сечению, до пересечения с прямой AB. Получим точку S_1, принадлежащую следу.

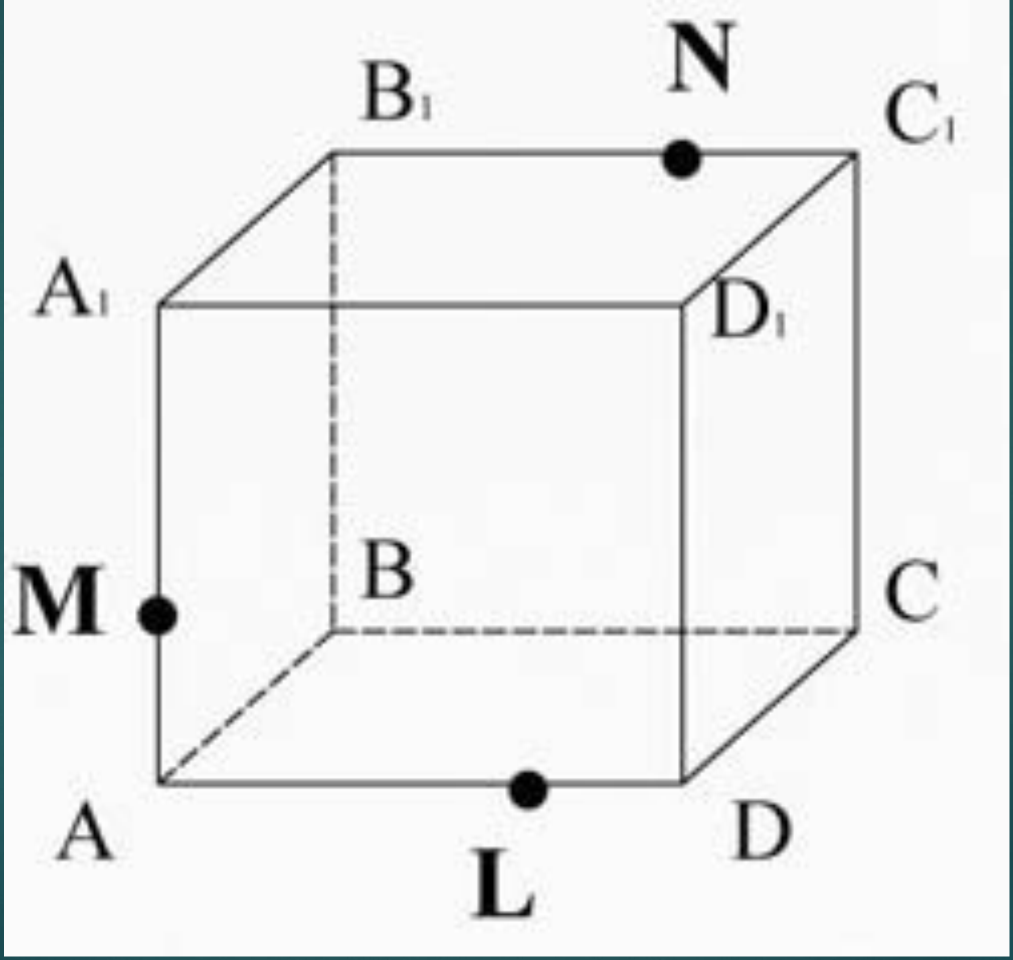
3. Аналогично получаем точку S_2 пересечением прямых QR и BC.

4. Прямая S_1S_2 - след секущей плоскости на плоскость нижнего основания призмы.

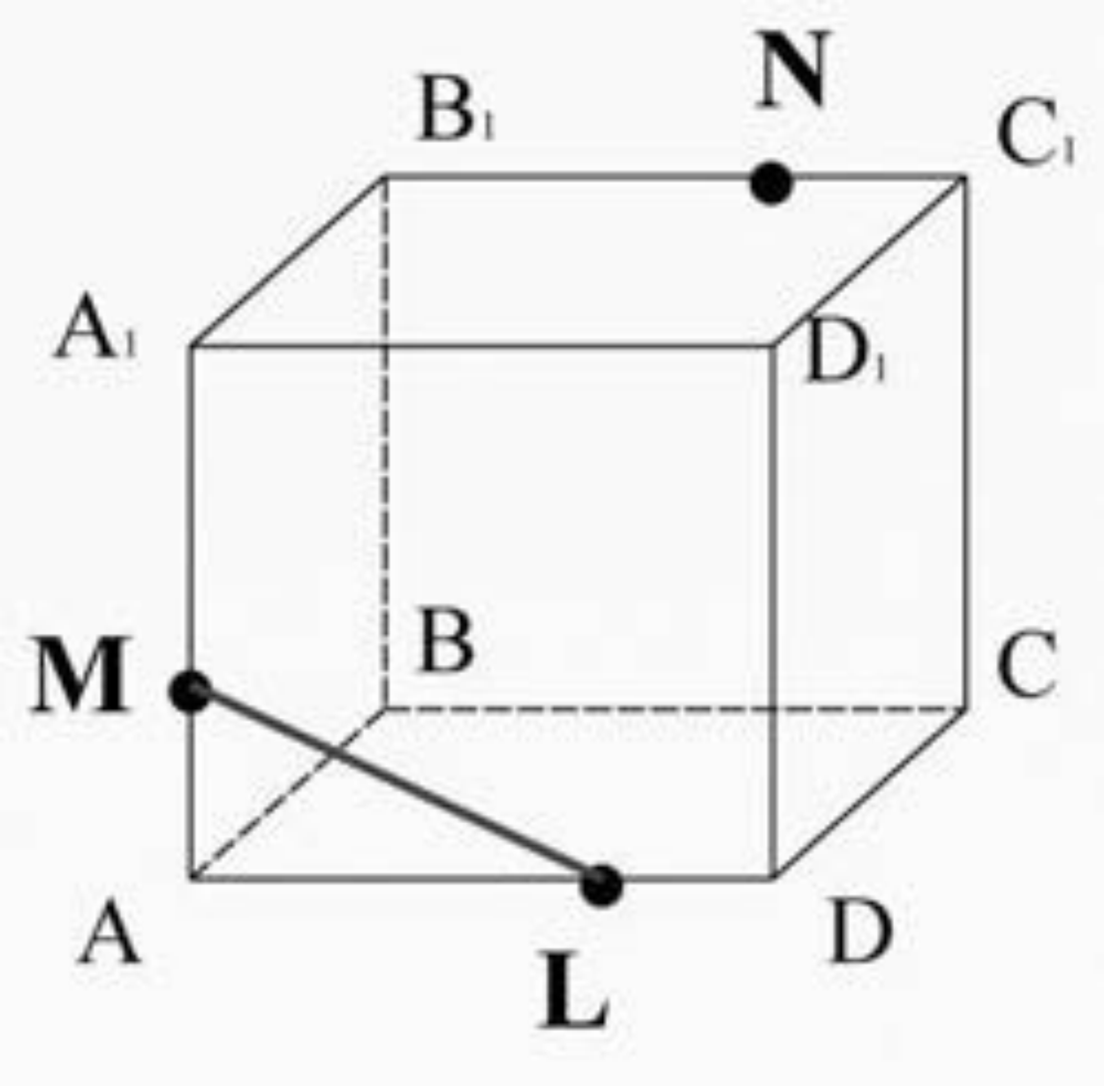
5. Прямая S_1S_2 пересекает сторону AD в точке U, сторону CD в точке T. Соединим точки P и U, так как они лежат в одной плоскости грани AA_1D_1D. Аналогично получаем TU и RT.

6. PQRTU – искомое сечение.

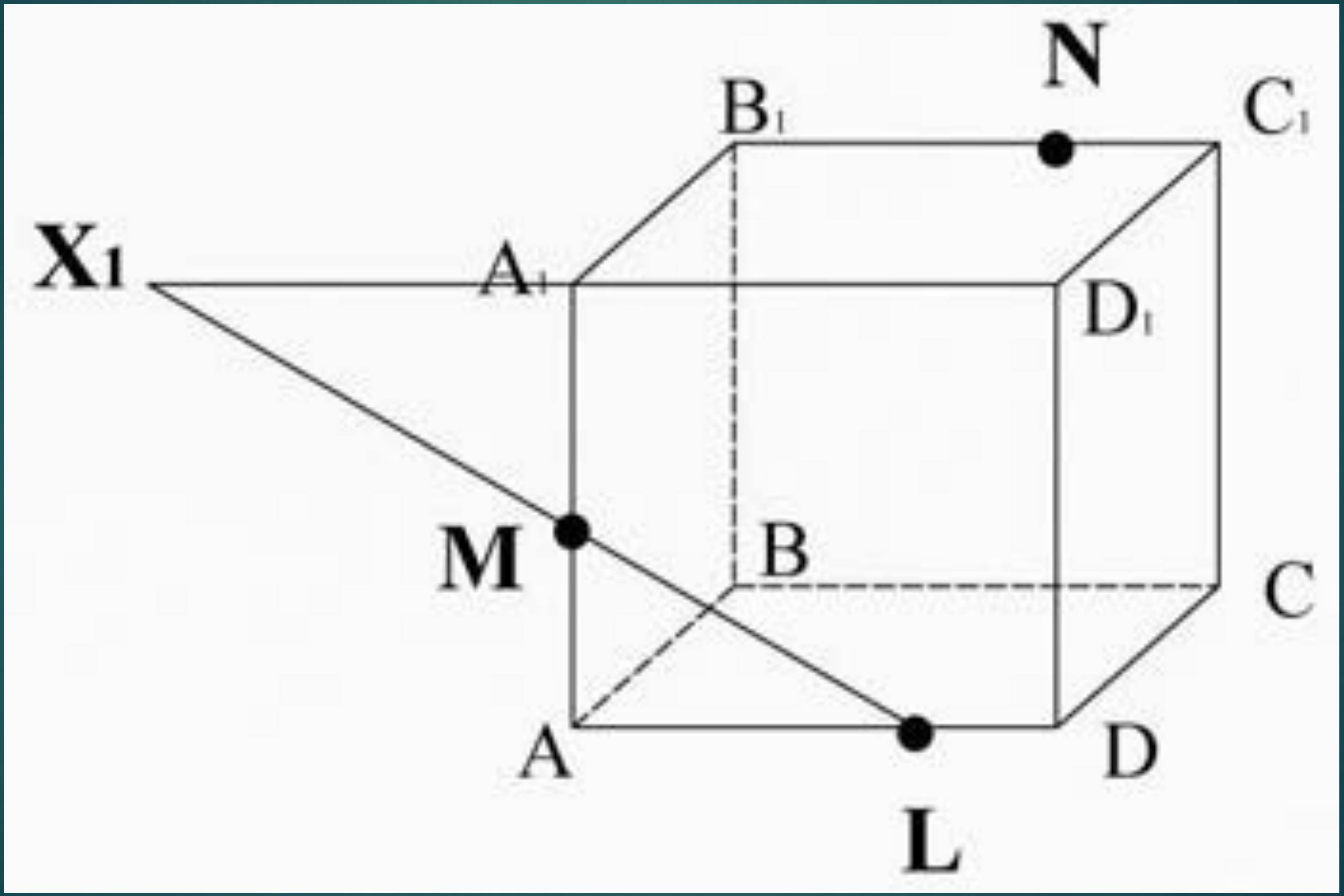
Рассмотрим прямоугольный параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Построим сечение, проходящее через точки M, N, L.



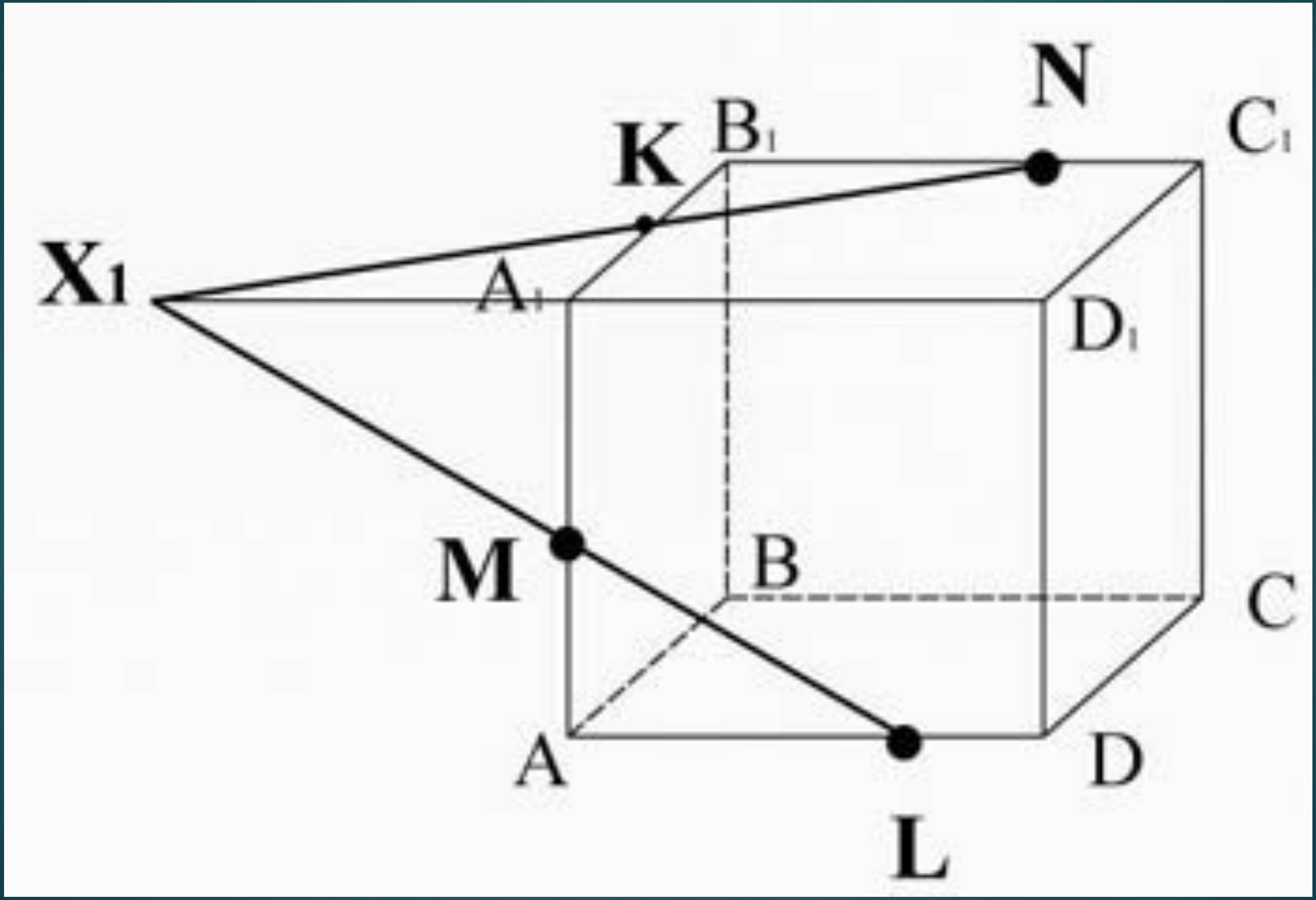
Соединим точки M и L, лежащие в плоскости AA_1D_1D.



Пересечем прямую ML (принадлежащую сечению) с ребром A_1D_1, они лежат в одной плоскости AA_1D_1D. Получим точку X_1.

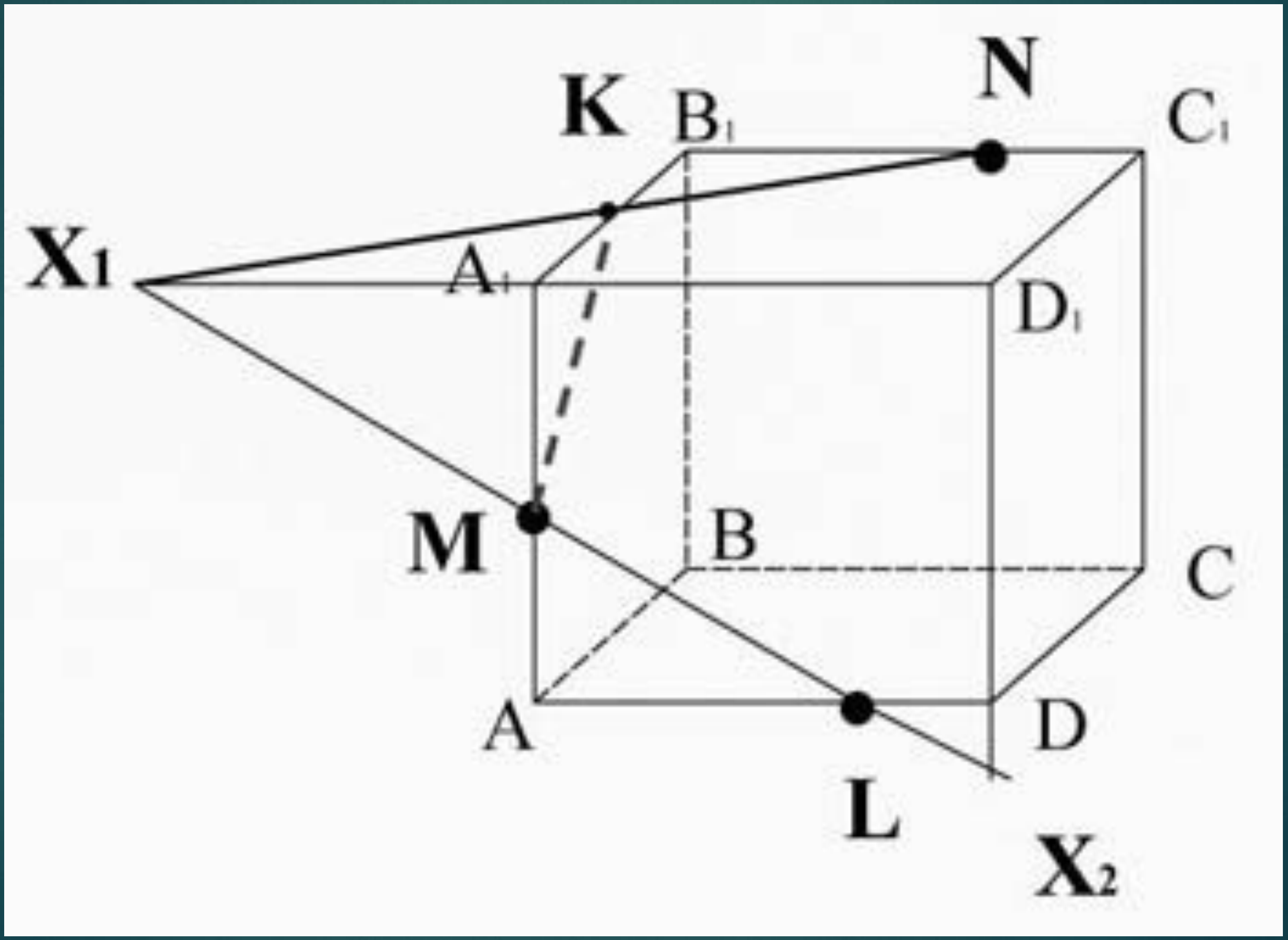


Точка X_1 лежит на ребре A_1D_1, а значит и плоскости $A_1B_1C_1D_1$, соединим ее сточкой N, лежащей в этой же плоскости.
X_1 N пересекается с ребром A_1B_1 в точке K.

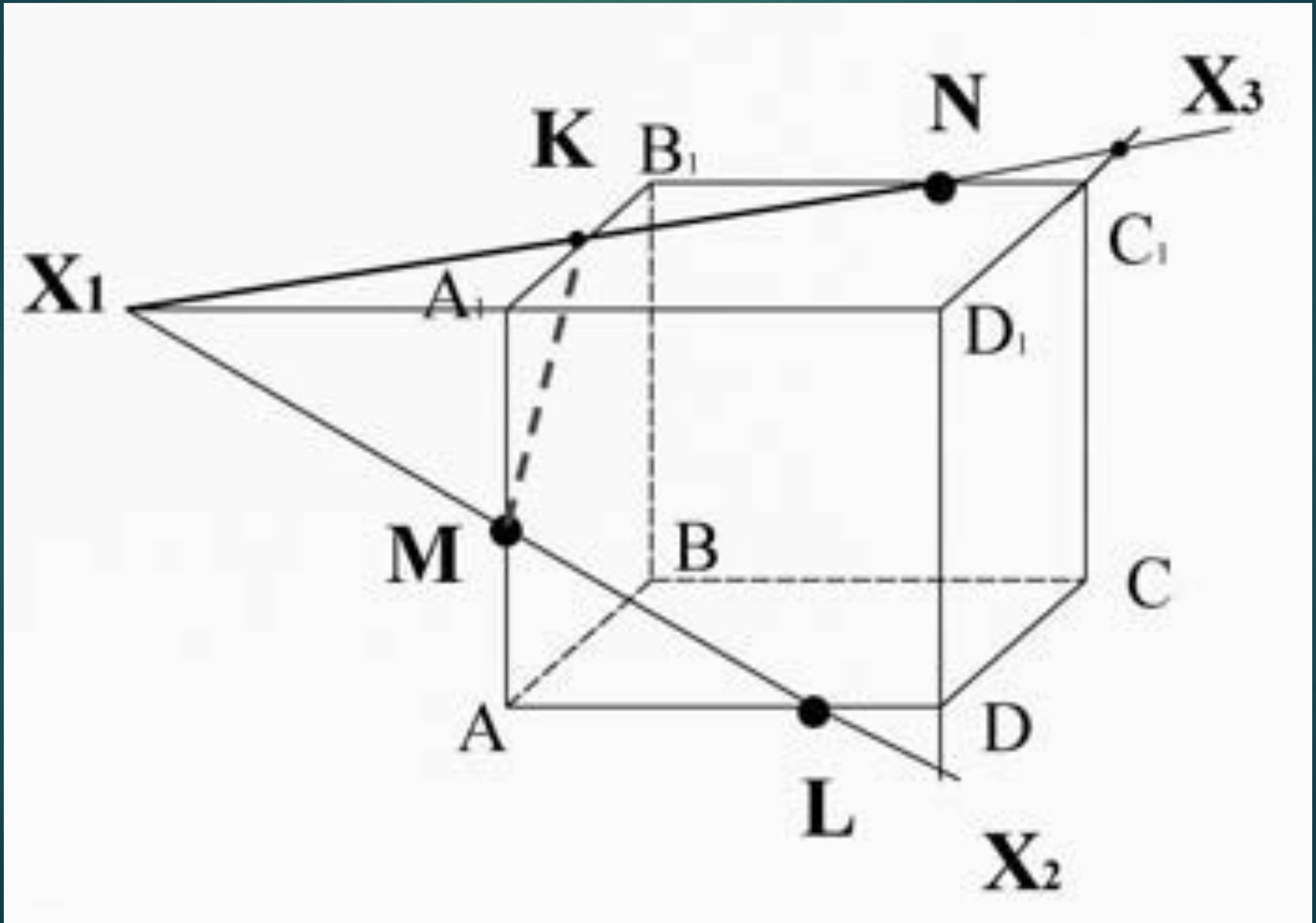


Найдем прямую пересечения плоскости сечения с плоскостью DD_1C_1C:

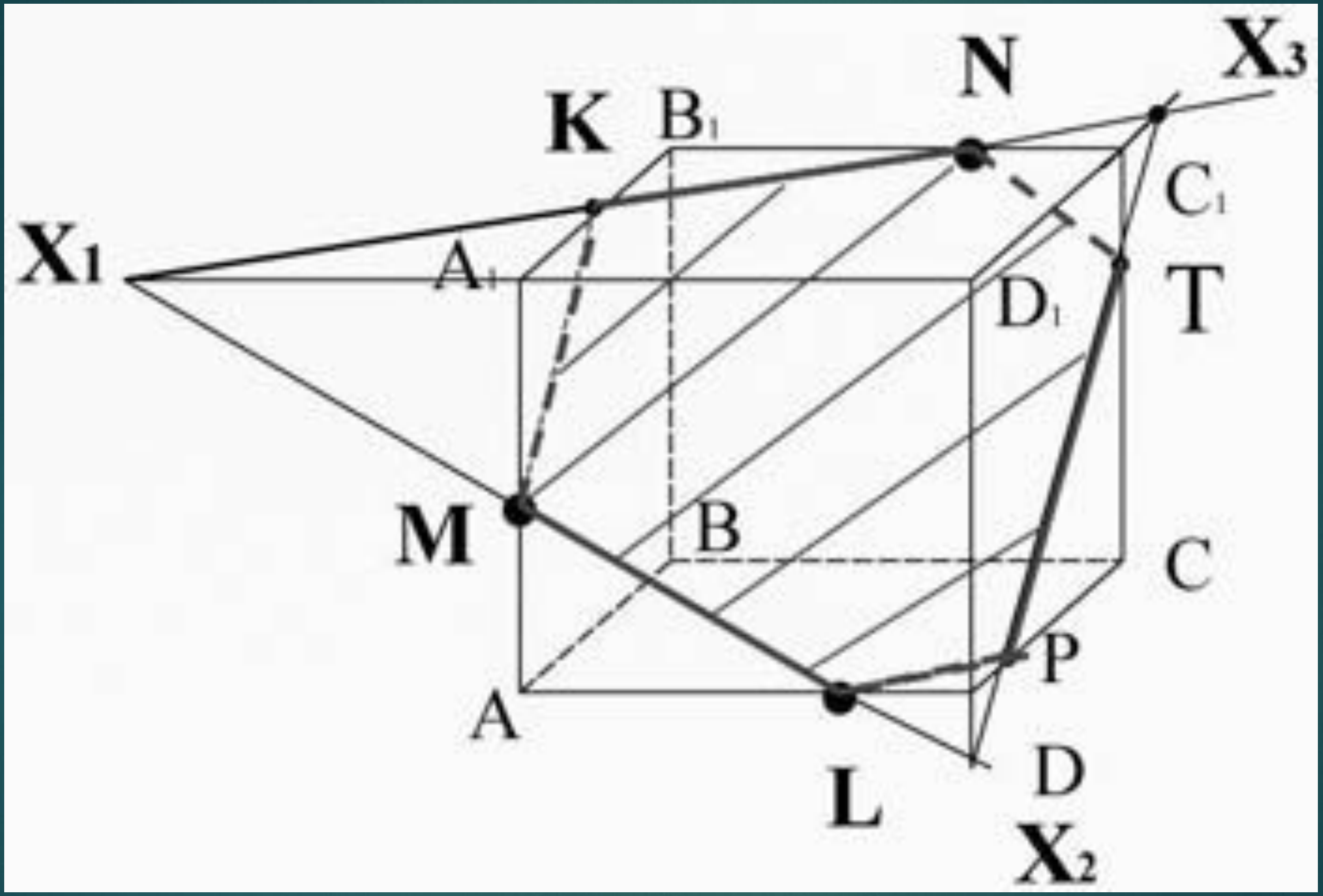
пересечем прямую ML (принадлежащую сечению) с ребром DD_1, они лежат в одной плоскости AA_1D_1D, получим точку X_2;



пересечем прямую KN (принадлежащую сечению) с ребром D_1C_1, они лежат в одной плоскости $A_1B_1C_1D_1$, получим точку X_3;



Точки X_2 и X_3 лежат в плоскости DD_1C_1C. Проведем прямую $X_2 X_3$, которая пересечет ребро C_1C в точке T, а ребро DC в точке P. И соединим точки L и P, лежащие в плоскости ABCD.



MKNTPL - искомое сечение.