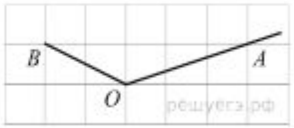
Квадратная решетка, координатная плоскость

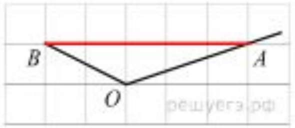
Тип 1. Многоугольники: вычисление длин и углов

Найдите тангенс угла AOB. Сторона одной клетки равна 1.



Решение.

Достроим угол до треугольника BOA. Из рисунка находим: $OA=\sqrt{10},\ OB=\sqrt{5},\ AB=5.$ Воспользуемся теоремой косинусов:



$$AB^2=OB^2+OA^2-2OB\cdot OA\cdot\cos AOB.$$

Тогда:

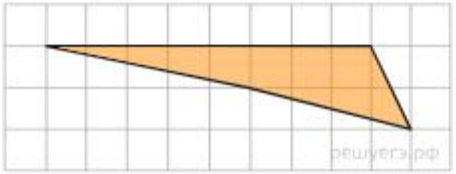
$$\cos AOB=\frac{OB^2+OA^2-AB^2}{2OB\cdot OA}=\frac{5+10-25}{2\cdot\sqrt{5}\cdot\sqrt{10}}=-\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Поэтому угол AOB равен 135°, а его тангенс равен −1.

Ответ: −1.

Тип 2. Многоугольники: вычисление площадей

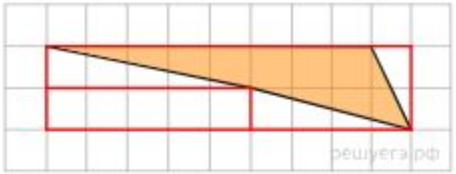
Найдите площадь четырехугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см $\times$ 1 см (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



Решение.

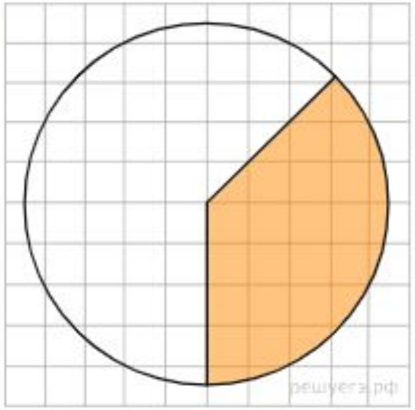
Площадь четырёхугольника равна разности площади прямоугольника и трёх прямоугольных треугольников, гипотенузы которых являются сторонами исходного четырёхугольника и прямоугольника. Поэтому:

$$S = 9 \cdot 2 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 5 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 4 - 5 \cdot 1 = 7{,}5 \text{ см}^2.$$



Тип 3. Круг и его элементы

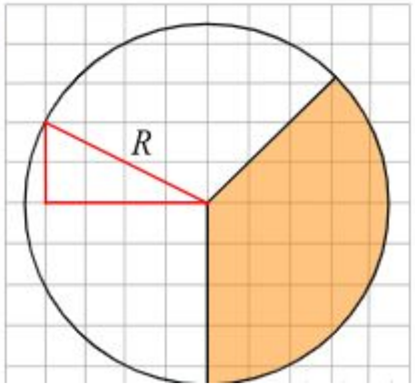
На клетчатой бумаге с размером клетки $\frac{1}{\sqrt{\pi}}$ см × $\frac{1}{\sqrt{\pi}}$ см изображён круг. Найдите площадь закрашенного сектора. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

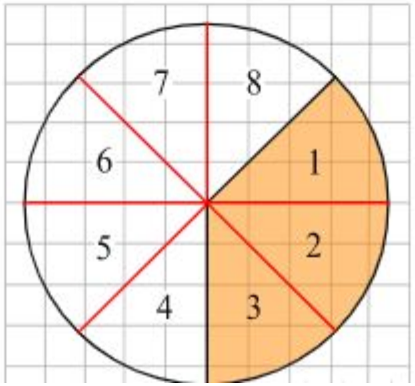


Решение.

Выполним дополнительное построение и из прямоугольного треугольника с катетами 2 и 4 найдем квадрат радиуса круга: $R^2 = \left(\frac{4}{\sqrt{\pi}}\right)^2 + \left(\frac{2}{\sqrt{\pi}}\right)^2 = \frac{20}{\pi}$ см^2 (см. рис. 1). Площадь фигуры равна трем восьмым площади этого круга (см. рис. 2). Поэтому

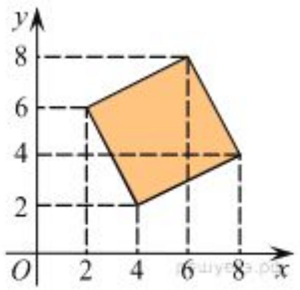
$$S = \frac{3}{8}\pi R^2 = \frac{3}{8}\pi \cdot \frac{20}{\pi} = 7{,}5 \text{ см}^2.$$





Тип 4. Координатная плоскость

Найдите площадь четырехугольника, вершины которого имеют координаты (4; 2), (8; 4), (6; 8), (2; 6).



Решение.

Четырехугольник является квадратом. Площадь квадрата равна квадрату его стороны. Сторона квадрата равна $\sqrt{(8-4)^2+(4-2)^2}=\sqrt{20}$, тогда площадь квадрата $S=20$.