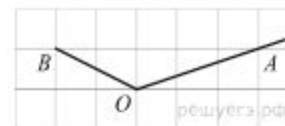


Квадратная решетка,
координатная плоскость

Тип 1. Многоугольники: вычисление длин и углов

Найдите тангенс угла AOB . Сторона одной клетки равна 1.



Решение.

Достроим угол до треугольника BOA . Из рисунка находим: $OA = \sqrt{10}$, $OB = \sqrt{5}$, $AB = 5$. Воспользуемся теоремой косинусов:

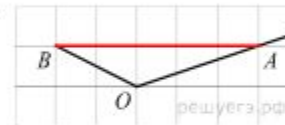
$$AB^2 = OB^2 + OA^2 - 2OB \cdot OA \cdot \cos AOB.$$

Тогда:

$$\cos AOB = \frac{OB^2 + OA^2 - AB^2}{2OB \cdot OA} = \frac{5 + 10 - 25}{2 \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{10}} = -\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Поэтому угол AOB равен 135° , а его тангенс равен -1 .

Ответ: -1 .



Тип 2. Многоугольники: вычисление площадей

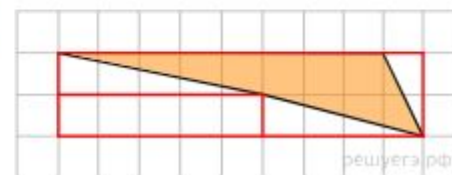
Найдите площадь четырехугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки $1\text{ см} \times 1\text{ см}$ (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



Решение.

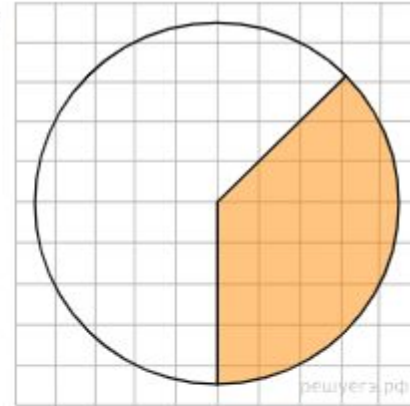
Площадь четырехугольника равна разности площади прямоугольника и трёх прямоугольных треугольников, гипотенузы которых являются сторонами исходного четырехугольника и прямоугольника. Поэтому:

$$S = 9 \cdot 2 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 5 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 4 - 5 \cdot 1 = 7,5 \text{ см}^2.$$



Тип 3. Круг и его элементы

На клетчатой бумаге с размером клетки $\frac{1}{\sqrt{\pi}}$ см \times $\frac{1}{\sqrt{\pi}}$ см изображён круг. Найдите площадь закрашенного сектора. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



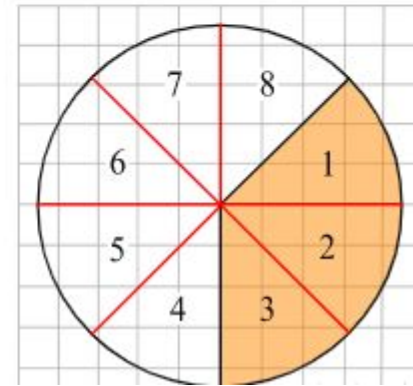
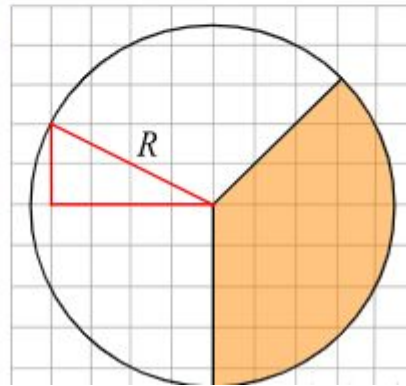
Решение.

Выполним дополнительное построение и из прямоугольного треугольника с катетами 2 и 4 найдем квадрат радиуса круга:

$$R^2 = \left(\frac{4}{\sqrt{\pi}}\right)^2 + \left(\frac{2}{\sqrt{\pi}}\right)^2 = \frac{20}{\pi} \text{ см}^2 \text{ (см. рис. 1).}$$

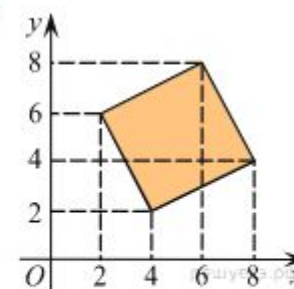
Площадь фигуры равна трем восьмым площади этого круга (см. рис. 2). Поэтому

$$S = \frac{3}{8} \pi R^2 = \frac{3}{8} \pi \cdot \frac{20}{\pi} = 7,5 \text{ см}^2.$$



Тип 4. Координатная плоскость

Найдите площадь четырехугольника, вершины которого имеют координаты $(4; 2)$, $(8; 4)$, $(6; 8)$, $(2; 6)$.



Решение.

Четырехугольник является квадратом. Площадь квадрата равна квадрату его стороны. Сторона квадрата равна $\sqrt{(8-4)^2 + (4-2)^2} = \sqrt{20}$, тогда площадь квадрата $S = 20$.