ДОСТОИНСТВА ЛЕММЫ МАРКОВА И НЕРАВЕНСТВА ЧЕБЫШЕВА ПРИ ОЦЕНИВАНИИ РИСКА

Калёнов Евгений

Кравец Ирина

2410 Финансовый факультет

- Одним из приемов получения оценки уровня риска или надежности в виде показателя вероятности может оказаться использование леммы Маркова.
- Уровень вероятности в этом случае определяется не очень четко, поэтому прибегать к данному приему следует в силу крайней необходимости, когда других способов более точной оценки уровня риска нет.
- **Лемма Маркова** позволяет находить нижнюю границу вероятности того, что случайная величина X не превысит некоторого, заранее заданного значения а.

$$P(X < \alpha) \geq 1 - \frac{M(x)}{\alpha}$$

УСЛОВИЕ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ

- Чтобы использовать лемму Маркова при оценке риска инвестиционных операций, в качестве X необходимо взять такой показатель финансового состояния получателя инвестиций (объекта вложений), от которого в значительной мере зависит его платежеспособность, а значит, и благополучный возврат инвестиций.
- Для промышленного предприятия таким показателем может быть *коэффициент текущей ликвидности* (КТЛ). В качестве величины a при этом можно будет взять пограничное значение КТЛ, равное 2. Предприятия с меньшим значением КТЛ должны считаться утратившими платежеспособность.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОЖИДАНИЕ В ЛЕММЕ

$M(x)$ в приведенном выше неравенстве обозначает *математическое ожидание* случайной величины. В качестве его в нашем случае следует взять *среднее значение показателя*, принятого за основу оценки платежеспособности получателя инвестиций.

- Если мы возьмем в качестве такого показателя КТЛ, то после соответствующей подстановки выражение $1-\frac{M(x)}{\alpha}$

  будет отвечать на вопрос, чему ***как минимум*** равна *вероятность потери средств*, инвестированных в предприятие с тем или иным средним значением КТЛ.

ПРИМЕР

Оценить вероятность того, что инвестор может потерять свои средства, вложенные в предприятие, у которого среднее значение КТЛ составило 1,6.

- **Решение.**

Используем лемму Маркова, предположив, что инвестиции будут потеряны, если КТЛ у объекта инвестиций останется ниже 2.

$$P(\text{КТЛ} < 2) \geq 1 - \frac{1{,}6}{2} = 0{,}20 \text{ или } 20\%.$$

Достоинством леммы Маркова является то, что при ее использовании не накладывается никаких ограничений ни на возможный вид распределения вероятностей, ни на объем исходных данных.

НЕРАВЕНСТВО ЧЕБЫШЕВА В ОЦЕНКЕ РИСКОВ

Рассмотрим возможности использования неравенства Чебышева для оценки риска. ***Неравенство Чебышева*** имеет следующий вид:

$$P\left(|x - M(x)| < \varepsilon\right) \geq 1 - \frac{D(x)}{\varepsilon^2}.$$

Неравенство говорит о том, что вероятность отклонения случайной величины X от своего математического ожидания на величину, меньшую *e*, будет больше

$$1 - \frac{D(x)}{\varepsilon^2}$$

Вероятность противоположного события при этом будет определяться так:

$$P\left(|x - M(x)| > \varepsilon\right) \leq \frac{D(x)}{\varepsilon^2}.$$

ПРИМЕР

- Динамика КТЛ у предприятия, ожидающего инвестиций, за пять прошлых месяцев имеет следующий вид. Найти вероятность того, что предприятие восстановит свою платежеспособность и погасит долг перед инвестором.

Месяц					
Значение КТЛ	1,8	1,5	1,4	1,7	1,6

- **Решение.**

Среднее значение КТЛ по этим данным составит: $M(x) = \frac{1{,}8+1{,}5+1{,}4+1{,}7+1{,}6}{5} = 1{,}6;$

а дисперсия будет равна: $D(x) = \frac{(1{,}8-1{,}6)^2+(1{,}5-1{,}6)^2+(1{,}4-1{,}6)^2+(1{,}7-1{,}6)^2+(1{,}6-1{,}6)^2}{5} \approx 0{,}02.$

Определим вероятность того, что предприятие восстановит свою платежеспособность. Чтобы это произошло, КТЛ у предприятия должен вырасти и достичь величины 2, т.е. он должен будет отклониться от своего нынешнего среднего значения, равного 1,6, как минимум на 0,4, причем в большую сторону.

ПРОДОЛЖЕНИЕ РЕШЕНИЯ

- Вероятность отклонения случайной величины (здесь КТЛ) от своего среднего значения, равного 1,6, на величину большую 0,4 в обе стороны (и большую, и меньшую) равна:

$$100\% - 6{,}25\% \;=\; 93{,}75\%$$

Вероятность отклонения в одну (большую) сторону будет не более: $\frac{12{,}5}{2} = 6{,}25\%.$

Итак, *вероятность восстановления предприятием своей платежеспособности и возврата долга инвестору* равна *не более* 6,25%. Значит, *вероятность* противоположного события, когда инвестор *потеряет свои средства, вложенные в ненадежное предприятие,* будет равна *не меньше.*

$$P(|КТЛ \;-\; 1{,}6| > 0{,}4) \le \frac{0{,}02}{0{,}4^2} = \;0{,}125 \text{ или } 12{,}5\,\%.$$

Достоинством неравенства Чебышева является то, что на его использование не накладывается каких-либо ограничений в части вида распределения вероятностей и объема исходных данных.

ОТЛИЧИТЕЛЬНЫЕ ПРИЗНАКИ (СРАВНЕНИЕ)

- Лемма Маркова дает оценку вероятности , что модуль случайной величины X окажется больше некой положительной константы или равен ей.
- Получаемая оценка слишком груба, но она позволяет получить определенное представление о распределении, когда оно не известно явным образом.

- Неравенство Чебышева дает оценку вероятности , что модуль отклонения случайной величины X от ее математического ожидания окажется больше некой положительной константы или равен ей.
- Более точно, оно дает оценку вероятности, что случайная величина примет значение, далекое от своего среднего.

НЕРАВЕНСТВО ЧЕБЫШЕВА ЯВЛЯЕТСЯ ПРЯМЫМ СЛЕДСТВИЕМ ЛЕММЫ МАРКОВА