

**Ох уж, эта
тригонометрия!
(Подготовка к ЕГЭ
по математике)**

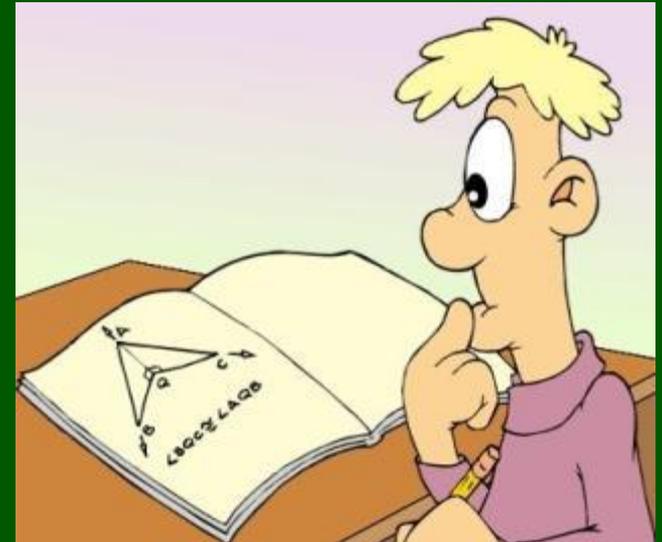


Полезные советы при решении части 1

- 1 Прочитайте условие задачи. Если уверены, что умеете решать её – делайте это сразу, если же есть сомнение, то переходите к следующей.
- 2 Решайте задачу не торопясь – обидно получить 0 баллов по невнимательности или из-за описки.
- 3 Особое внимание уделите проверке выполнения арифметических действий.
- 4 Если после второго прохода остались «белые пятна», не заполняйте их «наугад». Постарайтесь вернуться к ним в конце всей работы.
- 5 Если вам кажется, что вопрос слишком прост, не ищите подвоха – в части 1 есть действительно простые вопросы.
- 6 В задачах части 1 полученный ответ часто можно проверить, подставив его в исходную задачу, – сделайте это, если такая возможность есть.
- 7 На экзамене отсутствует справочный материал, поэтому постарайтесь запомнить (выучить) необходимые формулы и т.д.

Полезные советы при решении части 2

- 1 После выполнения заданий части 1 сделайте небольшой перерыв, отвлекитесь, а затем снова настройтесь на спокойную и вдумчивую работу.
- 2 Приготовьтесь к тому, что задачи этой части имеют «подводные камни».
- 3 Не забывайте о краткости записи решения при «полном» обосновании.



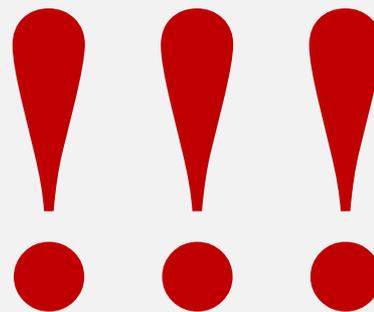
Тригонометрия



В чём ошибка?

$$\cos x = 0,2, \quad x = \arccos 0,2 + 2\pi n,$$

$$\sin x = 0,2, \quad x = (-1)^k \arcsin 0,2 + \pi n.$$





По мнению многих учеников, запись « $n \in Z$ » - избыточная.

В записи с использованием символа « \pm » теряется идея двух серий решений тригонометрического уравнения.

$$\cos \pi \sqrt{x} = -\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Решение.

$$\pi \sqrt{x} = \arccos \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} \right) + 2\pi n \quad \text{или} \quad \pi \sqrt{x} = -\arccos \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} \right) + 2\pi n, \quad \text{где } n \in Z;$$

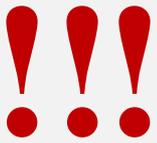
$$\sqrt{x} = \frac{5}{6} + 2n, \quad n \in Z$$

$$\sqrt{x} = -\frac{5}{6} + 2n, \quad n \in Z.$$

$$x = \left(\frac{5}{6} + 2n \right)^2, \quad n = 0, 1, 2, \dots, \quad \text{так как } \frac{5}{6} + 2n \geq 0.$$

$$x = \left(-\frac{5}{6} + 2n \right)^2, \quad n = 1, 2, \dots, \quad \text{так как } -\frac{5}{6} + 2n \geq 0.$$

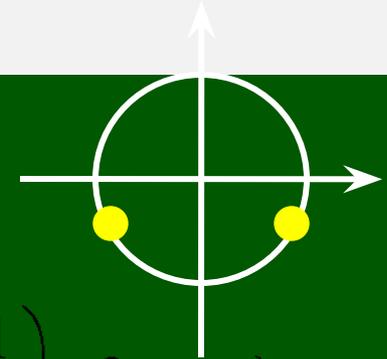




В формуле корней простейшего тригонометрического уравнения $\sin t = a$ теряются идеи как двух серий решений тригонометрического уравнения, так и периодичность функции синус.

$$\sin 4\pi x^2 = -\frac{1}{2}$$

Решение.



$$4\pi x^2 = \arcsin\left(-\frac{1}{2}\right) + 2\pi n \quad \text{или} \quad 4\pi x^2 = \pi - \arcsin\left(-\frac{1}{2}\right) + 2\pi n, \text{ где } n \in \mathbb{Z};$$

$$x^2 = -\frac{1}{24} + \frac{1}{2}n, \quad n=1, 2, \dots,$$

$$x^2 = \frac{7}{24} + \frac{1}{2}n, \quad n=0, 1, 2, \dots;$$

$$\text{так как } -\frac{\pi}{6} + 2\pi n \geq 0.$$

$$\text{так как } \frac{7\pi}{6} + 2\pi n \geq 0$$

$$x = \pm \sqrt{-\frac{1}{24} + \frac{1}{2}n}, \quad n=1, 2, \dots,$$

$$x = \pm \sqrt{\frac{7}{24} + \frac{1}{2}n}, \quad n=0, 1, 2, \dots$$

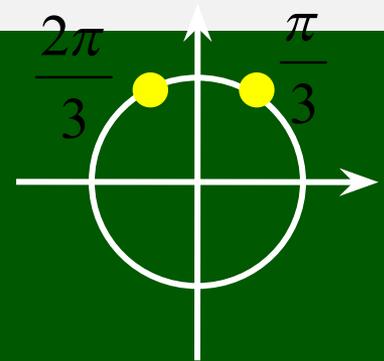
Учимся решать!



Тригонометрия на ЕГЭ Задания В5

Решите уравнение $\sin \frac{\pi(8x-7)}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

В ответе напишите наибольший отрицательный корень.



Решение

$$\frac{\pi(8x-7)}{3} = \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z};$$

$$\frac{8x-7}{3} = \frac{1}{3} + 2n, n \in \mathbb{Z};$$

$$8x-7 = 1+6n, n \in \mathbb{Z};$$

$$x = 1 + \frac{3}{4}n, n \in \mathbb{Z};$$

$$n = -2, x = -0,5;$$

$$\frac{\pi(8x-7)}{3} = \frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}; \quad | : \pi$$

$$\frac{8x-7}{3} = \frac{2}{3} + 2n, n \in \mathbb{Z}; \quad | \times 3$$

$$8x-7 = 2+6n, n \in \mathbb{Z};$$

$$x = \frac{9}{8} + \frac{6}{8}n, n \in \mathbb{Z};$$

$$n = -2, x = -\frac{3}{8} = -0,375.$$

Ответ : $-0,375$.

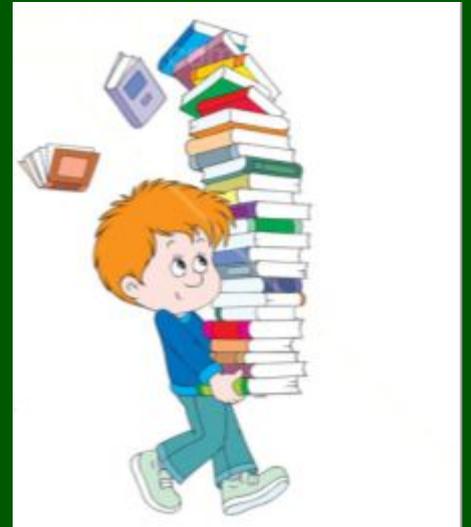
Тригонометрия на ЕГЭ Задания В7

Найдите значение выражения $\sqrt{12} \cos^2 \frac{5\pi}{12} - \sqrt{3}$.

Решение.

$$\begin{aligned} \sqrt{12} \cos^2 \frac{5\pi}{12} - \sqrt{3} &= \sqrt{3} \left(\sqrt{4} \cos^2 \frac{5\pi}{12} - 1 \right) = \sqrt{3} \left(2 \cos^2 \frac{5\pi}{12} - 1 \right) = \\ &= \sqrt{3} \cos \frac{5\pi}{6} = \sqrt{3} \cdot \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} \right) = -1,5. \end{aligned}$$

Ответ: $-1,5$.



Тригонометрия на ЕГЭ Задания В7

Найдите $\frac{10 \cos \alpha + 4 \sin \alpha + 15}{2 \sin \alpha + 5 \cos \alpha + 3}$, если $\operatorname{tg} \alpha = -2,5$.

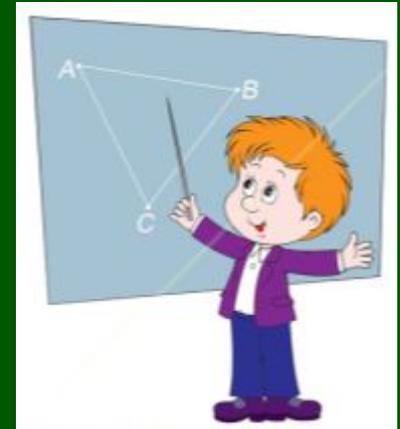
Решение.

Если $\operatorname{tg} \alpha = -2,5$, то $\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = -2,5$, значит, $\sin \alpha = -2,5 \cos \alpha$.

Получим: $\frac{10 \cos \alpha + 4(-2,5 \cos \alpha) + 15}{2(-2,5 \cos \alpha) + 5 \cos \alpha + 3} = \frac{10 \cos \alpha - 10 \cos \alpha + 15}{-5 \cos \alpha + 5 \cos \alpha + 3} =$

$$= \frac{15}{3} = 5.$$

Ответ: 5.



Тригонометрия на ЕГЭ Задания В12

Груз массой 0,08 кг колеблется на пружине со скоростью, меняющейся по закону $v(t) = 0,5 \sin \pi t$, где t — время в секундах. Кинетическая энергия

груза, измеряемая в джоулях, вычисляется по формуле $E = \frac{mv^2}{2}$,

где m — масса груза (в кг), v — скорость груза (в м/с). Определите, какую долю времени из первой секунды после начала движения кинетическая

энергия груза будет не менее $5 \cdot 10^{-3}$ Дж. Ответ выразите десятичной дробью, если нужно, округлите до сотых.

Решение.

$$E \geq 5 \cdot 10^{-3}; \quad \frac{mv^2}{2} \geq 5 \cdot 10^{-3}; \quad \frac{m(0,5 \sin \pi t)^2}{2} \geq 5 \cdot 10^{-3}.$$

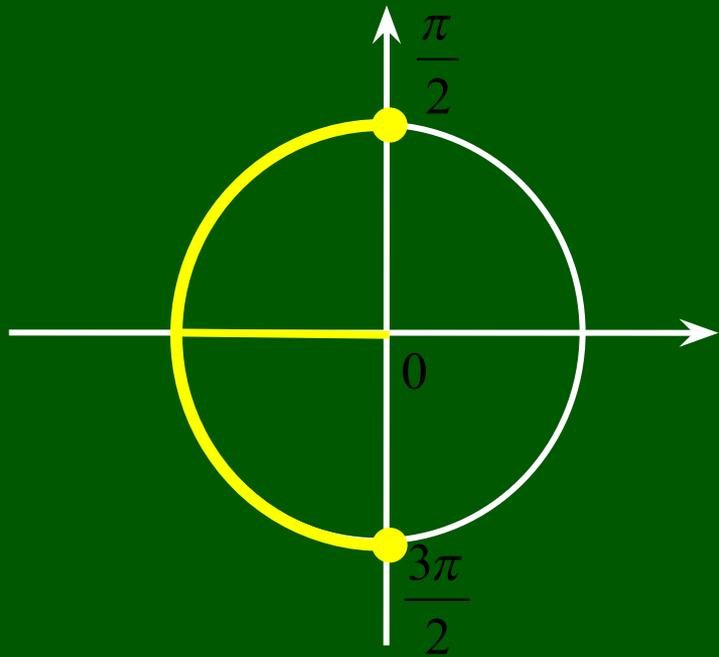
Получим неравенство:
$$\frac{0,08(0,5 \sin \pi t)^2}{2} \geq 5 \cdot 10^{-3}.$$



$$\frac{0,08(0,5 \sin \pi t)^2}{2} \geq 5 \cdot 10^{-3}; \quad | \times 2 \qquad 0,08 \cdot 0,25 \sin^2 \pi t \geq 10^{-2}; \quad | \times 100$$

$$8 \cdot 0,25 \sin^2 \pi t \geq 1; \quad 2 \sin^2 \pi t \geq 1; \quad 2 \sin^2 \pi t - 1 \geq 0;$$

$$-\cos 2\pi t \geq 0; \quad \cos 2\pi t \leq 0.$$



Так как необходимо найти долю времени из первой секунды после начала движения, то имеем:

$$\frac{\pi}{2} \leq 2\pi t \leq \frac{3\pi}{2}; \quad | : 2\pi; \quad \frac{1}{4} \leq t \leq \frac{3}{4}.$$

$$\text{Значит, } \Delta t = \frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} = 0,5 \text{ сек.}$$

$$\text{Получим: } \frac{0,5}{1} = 0,5.$$

Ответ: 0,5.

Тригонометрия на ЕГЭ Задания В14

Найдите точку минимума функции $y = (0,5 - x) \cos x + \sin x$,
принадлежащую промежутку $(0; \frac{\pi}{2})$.

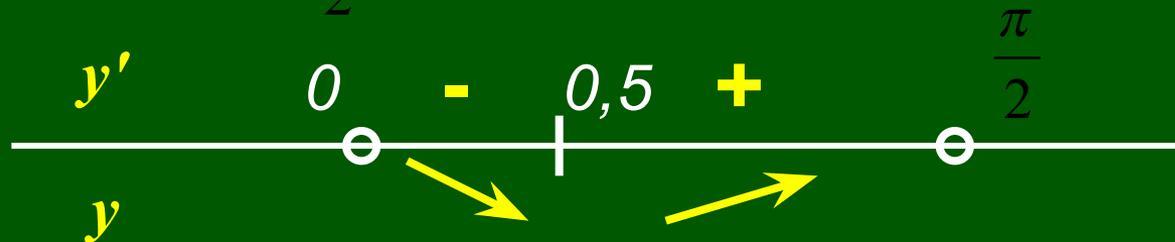
Решение

$$y = (0,5 - x) \cos x + \sin x, \quad D(y) = R.$$

$$y' = (0,5 - x)' \cos x + (0,5 - x)(\cos x)' + \cos x = -\cos x - (0,5 - x) \sin x + \cos x = \\ = (x - 0,5) \sin x. \quad y' = 0, \quad \text{если} \quad (x - 0,5) \sin x = 0.$$

$$x - 0,5 = 0 \quad \text{или} \quad \sin x = 0 \quad \text{решений на промежутке}$$

$$x = 0,5 \in (0; \frac{\pi}{2}) \quad (0; \frac{\pi}{2}) \text{ нет.}$$



$$x_{\min} = 0,5.$$

Ответ: 0,5.

Тригонометрия на ЕГЭ Задания В14

Найдите наибольшее значение функции $y = -2\operatorname{tg}x + 4x - \pi - 3$

на отрезке $\left[-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{3}\right]$.

Решение.

$$y = -2\operatorname{tg}x + 4x - \pi - 3, \quad D(y) : \cos x \neq 0, \quad y' = \frac{-2}{\cos^2 x} + 4.$$

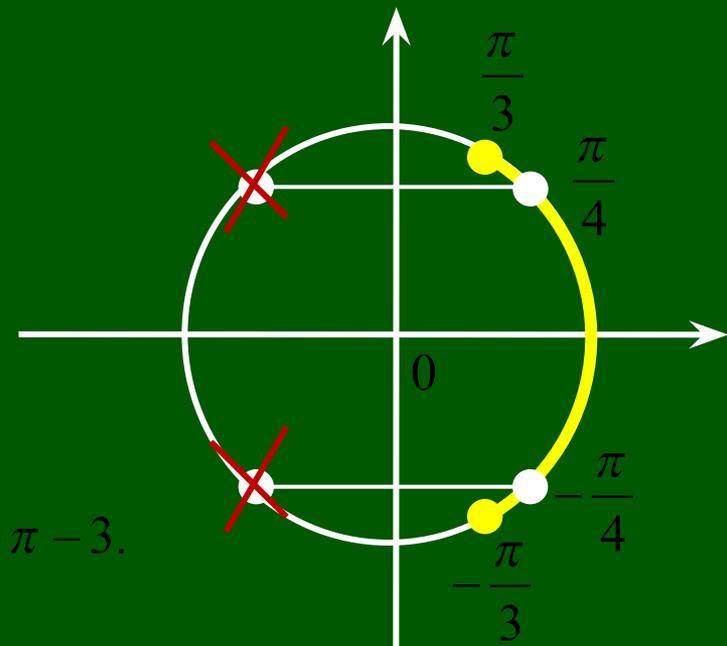
$$y' = 0, \text{ если } \frac{-2}{\cos^2 x} + 4 = 0; \quad \cos^2 x = \frac{1}{2};$$

$$\cos x = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \text{или} \quad \cos x = -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

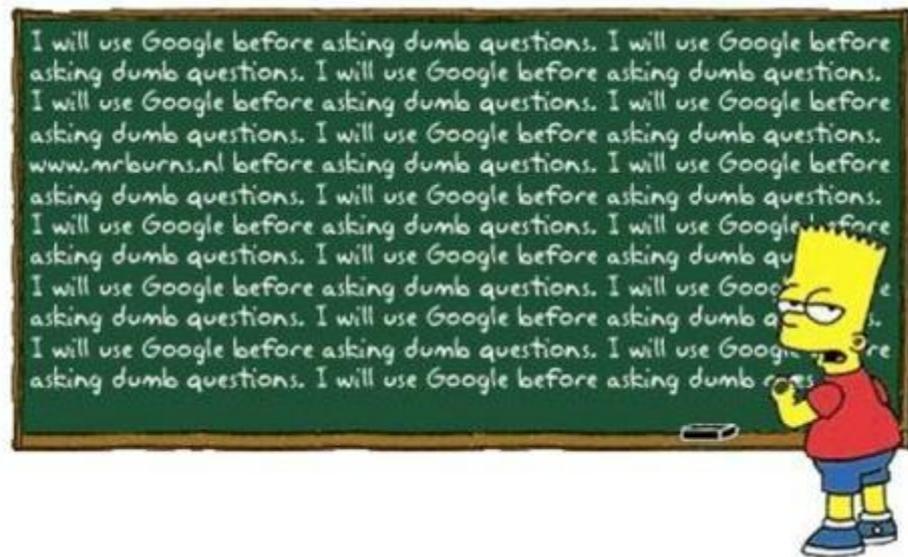
$$\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4}\right) = -5; \quad \operatorname{tg}\left(-\frac{\pi}{4}\right) = -1 - 2\pi;$$

$$\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{3}\right) = -2\sqrt{3} + \frac{4\pi}{3} - \pi - 3; \quad \operatorname{tg}\left(-\frac{\pi}{3}\right) = 2\sqrt{3} - \frac{4\pi}{3} - \pi - 3.$$

Ответ: -5 .



Ура тестам!



Найдите область определения выражения $\sqrt{x - \frac{\pi}{3}}$.

$$x \geq \frac{\pi}{3}$$

$$x \geq -\frac{\pi}{3}$$

$$x > \frac{\pi}{3}$$

$$x > -\frac{\pi}{3}$$

При каких значениях x имеет смысл выражения $\frac{2}{\sqrt{x + \frac{\pi}{5}}}$.

$$x \geq \frac{\pi}{5}$$

$$x > \frac{\pi}{5}$$

$$x > -\frac{\pi}{5}$$

$$x \geq -\frac{\pi}{5}$$

Укажите в каких четвертях расположен $\operatorname{ctg} x$, если $\frac{1}{\sqrt{-\operatorname{ctg} x}}$.

1 и 4

1 и 3

1 и 2

2 и 4

Укажите какие значения может принимать $\sin x$, если $y^2 = 4 \sin x$.

$\sin x > 0$

$\sin x < 0$

$\sin x \geq 0$

$\sin x \leq 0$

Укажите какие значения может принимать $\operatorname{tg} x$, если $\sqrt{y^2 - y - 3} + 2\operatorname{tg} x = 0$.

$$\operatorname{tg} x > 0$$

$$\operatorname{tg} x < 0$$

$$\operatorname{tg} x \geq 0$$

$$\operatorname{tg} x \leq 0$$

Укажите в каких четвертях расположен $\cos x$, если $3y + 2\cos x = 0$.

1 и 4

1 и 2

2 и 3

3 и 4

Хочу всё знать!

Задание С1



Решить уравнение:

$$\frac{\cos 2x + \cos x + 2 \sin^2 x - 1,5}{\sqrt{-2 \sin x}} = 0.$$



Решение:

$-2 \sin x > 0$, значит, $\sin x < 0$. Получим:

$$1 - 2 \sin^2 x + \cos x + 2 \sin^2 x - 1,5 = 0,$$

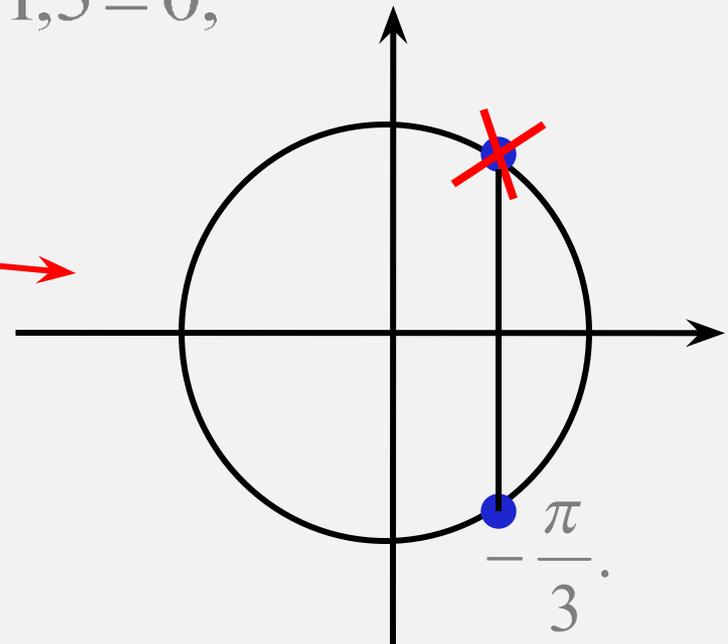
$$\cos x - 0,5 = 0,$$

$$\cos x = 0,5.$$

Так как $\sin x < 0$, то

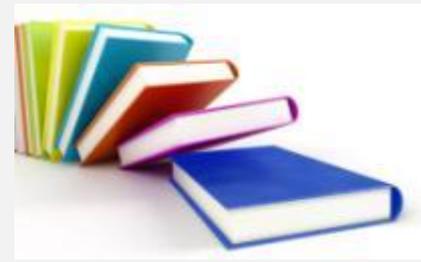
$$x = -\frac{\pi}{3} + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}.$$

$$\text{Ответ: } -\frac{\pi}{3} + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}.$$



Решите уравнение: $\sqrt{3} \cdot \sin x - \operatorname{tg} x + \operatorname{tg} x \cdot \sin x = \sqrt{3}$.

Укажите корни, принадлежащие промежутку $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{7\pi}{4}\right]$.



Решение:

1) $\cos x \neq 0$.

2) $\sin x(\sqrt{3} + \operatorname{tg} x) - (\sqrt{3} + \operatorname{tg} x) = 0$; $(\sqrt{3} + \operatorname{tg} x)(\sin x - 1) = 0$;

$\operatorname{tg} x = -\sqrt{3}$ или $\sin x = 1$, так как $\cos x \neq 0$, то решений нет

$x = -\frac{\pi}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$.

3) Отберем корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{7\pi}{4}\right]$:

$$-\frac{\pi}{2} \leq -\frac{\pi}{3} + \pi n \leq \frac{7\pi}{4} \quad \left| \times \frac{12}{\pi} \right.; \quad -6 \leq -4 + 12n \leq 21; \quad -\frac{2}{12} \leq n \leq \frac{25}{12}.$$

Так как $n \in \mathbb{Z}$, то $n = 0, x = -\frac{\pi}{3}$; $n = 1, x = \frac{2\pi}{3}$; $n = 2, x = \frac{5\pi}{3}$.

Ответ: $-\frac{\pi}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}; -\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}$.

Решите уравнение: $(9 \sin^3 x - 4 \sin x) \cdot \sqrt{-8 \operatorname{ctgx}} = 0$.



Найдите корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\pi; -\frac{5\pi}{4}\right]$.

1) $\begin{cases} -8 \operatorname{ctgx} \geq 0, \\ \sin x \neq 0; \end{cases}$ $\begin{cases} \operatorname{ctgx} \leq 0, \\ \sin x \neq 0. \end{cases}$

2) $(9 \sin^3 x - 4 \sin x) \cdot \sqrt{-8 \operatorname{ctgx}} = 0;$

$\sin x = 0$

или $9 \sin^2 x - 4 = 0$

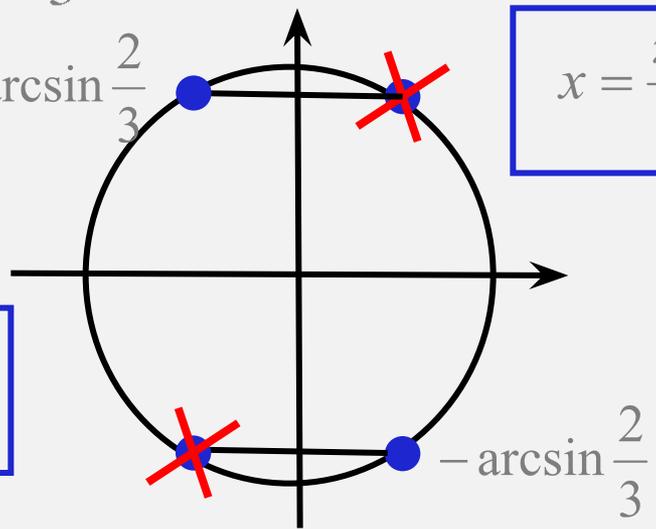
или $\sqrt{-8 \operatorname{ctgx}} = 0$

решений нет

$\sin x = \pm \frac{2}{3}$

$\operatorname{ctgx} = 0$

$x = -\arcsin \frac{2}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$



$x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

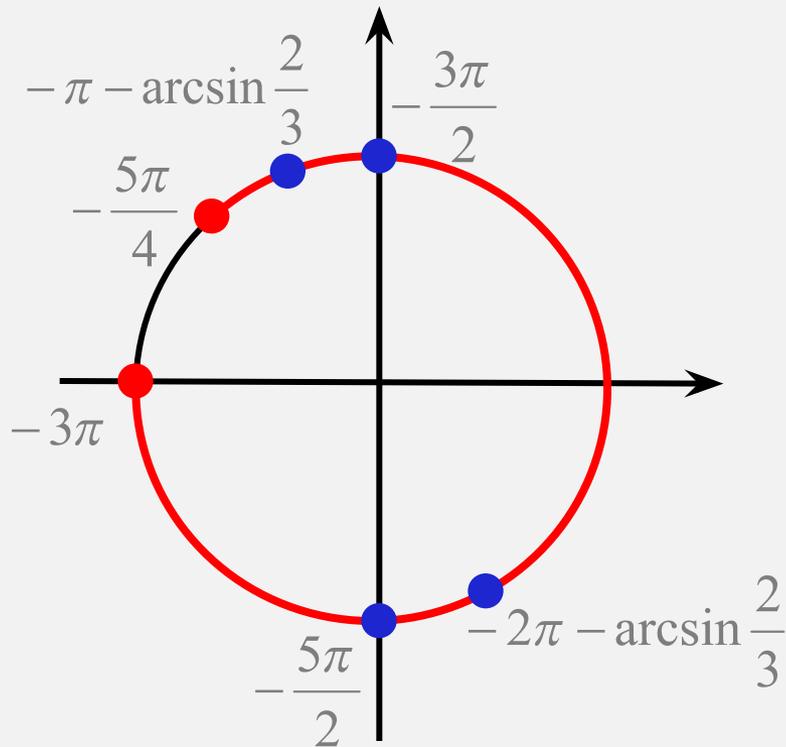


Найдём корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\pi; -\frac{5\pi}{4}\right]$,

с помощью тригонометрического круга.

$$x = -\arcsin \frac{2}{3} + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{2} + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$



Ответ: $-\arcsin \frac{2}{3} + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z};$

$$\frac{\pi}{2} + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z};$$

$$-\frac{5\pi}{2}, \quad -2\pi - \arcsin \frac{2}{3},$$

$$-\frac{3\pi}{2}, \quad -\pi - \arcsin \frac{2}{3}.$$

**Чем мы хуже
МИОО?**



При каких значениях p имеет решения

уравнение
$$\frac{2 \sin^2 x + 2p \cos x - 6p + 7 \cos x - 5}{\sqrt{\sin x + 1}} = 0.$$



Решение :

$\sin x + 1 > 0$, $\sin x > -1$, *значит*, $\sin x \neq -1$, $\cos x \neq 0$.

$$2 \cos^2 x - (2p + 7) \cos x + (6p + 3) = 0,$$

$$\cos x = t, \quad -1 \leq t \leq 1, \quad 2t^2 - (2p + 7)t + (6p + 3) = 0,$$

$$D = (2p - 5)^2 \geq 0 \text{ при } p \in R,$$

$$t_1 = p + 0,5, \quad t_2 = 3 - \text{не удовлетворяет } -1 \leq t \leq 1.$$

$$\text{Значит, } \begin{cases} -1 \leq p + 0,5 \leq 1, \\ p + 0,5 \neq 0; \end{cases} \quad \begin{cases} -1,5 \leq p \leq 0,5, \\ p \neq -0,5. \end{cases}$$

$$\text{Ответ : } p \in [-1,5; -0,5) \cup (-0,5; 0,5].$$

Всемирная паутина на службе у ЕГЭ!



<http://avangard-school.nm.ru/>

<http://www.ctege.org/content/category/15/67/48/>

<http://rsr-olymp.ru/splash/>

<http://www.alleng.ru/edu/phys1.htm>

<http://alexlarin.narod.ru/ege.html>

<http://ege.stavedu.ru/>

<http://mathgia.ru:8080/or/gia12/>

<http://mathege.ru/or/ege/Main>

<http://shpargalkaege.ru/>

<http://pedsovet.su/>

http://ege.do.am/news/shpargalka_dlja_ekzamena/2010-12-18-160

<http://pedsovet.org/>

<http://www.openclass.ru/>

<http://1september.ru/>

<http://festival.1september.ru/>

<http://edu.1september.ru/>

<http://portfolio.1september.ru/>

http://www.mcppomsk.ru/index.php?option=com_content&view=article&id=1&Itemid=1

<http://le-savchen.ucoz.ru/>

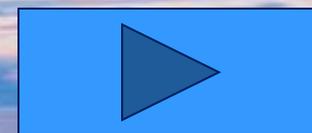
Какое из данных уравнений не имеет решений?



$$1) \cos(2x - \pi) = \frac{\sqrt{5}}{3} \quad 2) \sin 0,3x = -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$3) \operatorname{ctg} x = 3; \quad 4) 2\sin x \cdot \cos x = \frac{\sqrt{10}}{3}.$$

Ответ: 4.



Решите уравнение:



$$2 \sin^2 x - \sin x - 1 = 0.$$

$$\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}; \quad (-1)^k \frac{\pi}{6} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$





КОТ В МЕШКЕ

Выберите среди данных уравнений однородное уравнение первой степени и решите его:

1) $\cos x - \sin 3x = 0$;

2) $\cos x - 3\sin x = 0$;

3) $\cos x - 3\sin x = 2$;

4) $\cos^2 x - 3\sin x = 0$.

$\cos x - 3\sin x = 0$

Ответ: $x = \operatorname{arctg} \frac{1}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$.



Решите уравнение:



$$4\sin^2 x + 5 \sin x \cos x + \cos^2 x = 0.$$

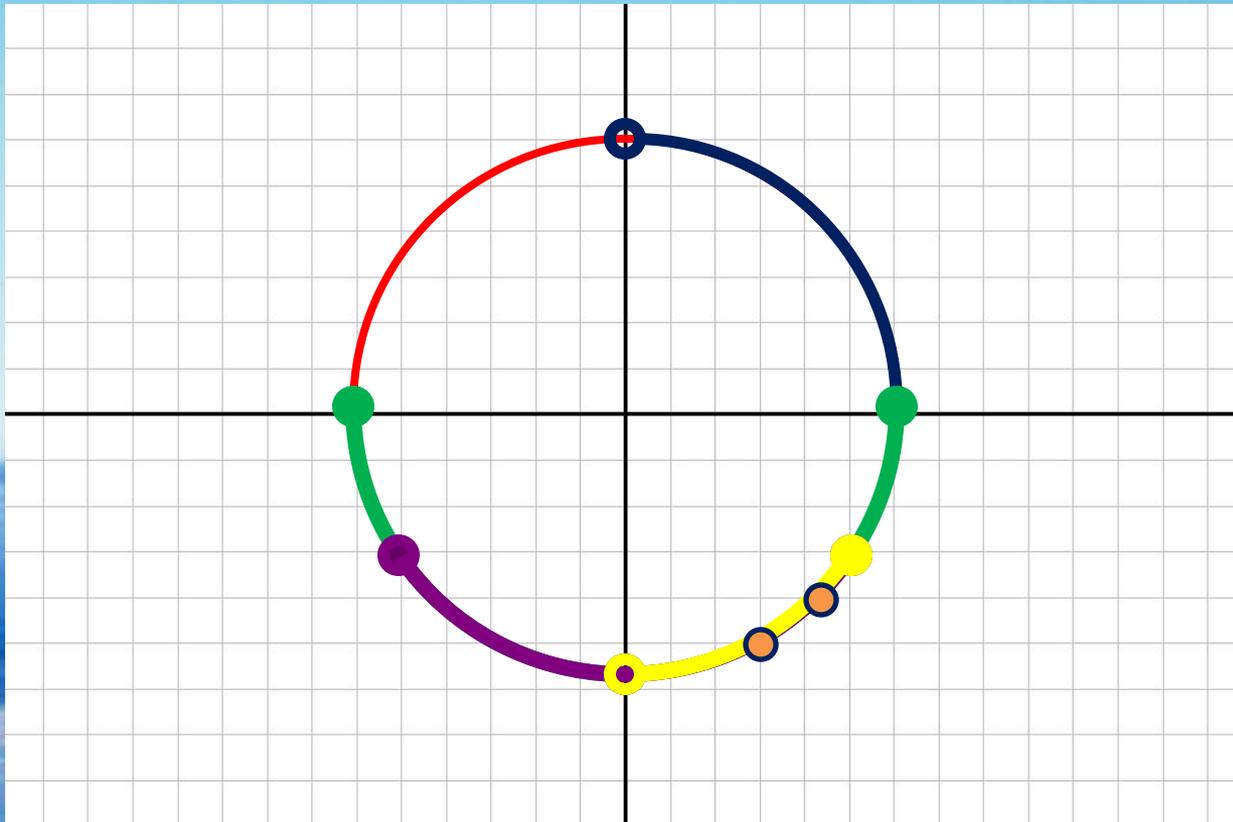
$$x = -\frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}; \quad x = -\operatorname{arctg} \frac{1}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$



Даны неравенства:

$$\cos x > 0, \quad \sin x \leq 0, \quad \sin x \leq -0,5.$$

Укажите какое-либо число, удовлетворяющее всем трём неравенствам одновременно.



Решите уравнение $\sin 2x - 3 \cos x = 0$.

$$2 \sin x \cos x - 3 \cos x = 0,$$

$$\cos x (2 \sin x - 3) = 0,$$

$$\cos x = 0 \quad \text{или} \quad 2 \sin x - 3 = 0,$$

$$x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$\sin x = 1,5$ – решений нет.



Ответ: $\frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$.



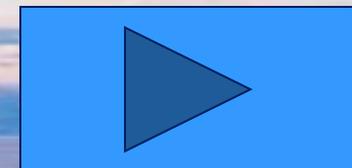
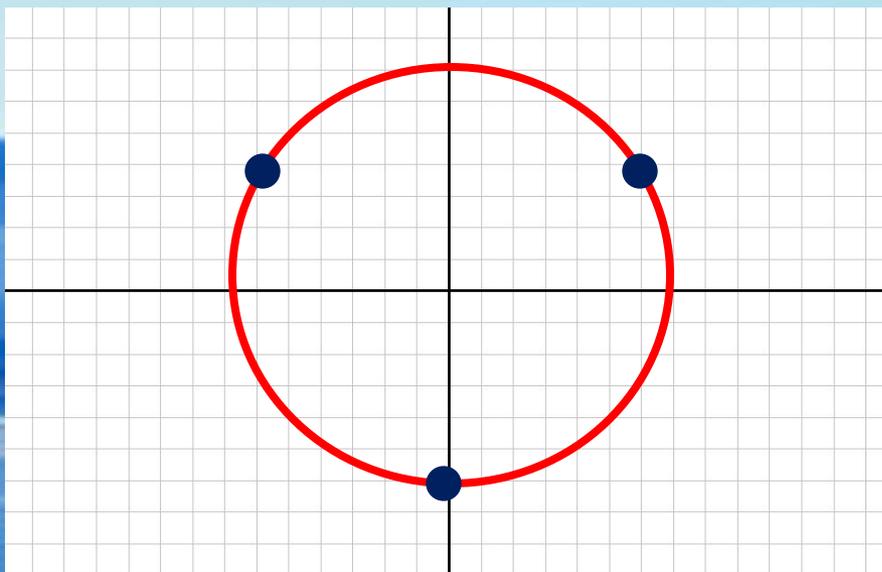
Найдите наименьший корень уравнения
 $2\cos^2 x = 1 + \sin x$.



$$2(1 - \sin^2 x) = 1 + \sin x, \quad 2\sin^2 x + \sin x - 1 = 0,$$

$$\sin x = -1 \quad \text{или} \quad \sin x = \frac{1}{2},$$

Наименьший положительный корень $x = \frac{\pi}{6}$.



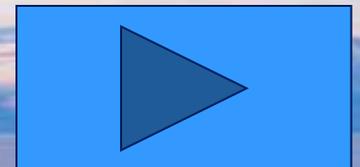
При каких значениях x значения функции



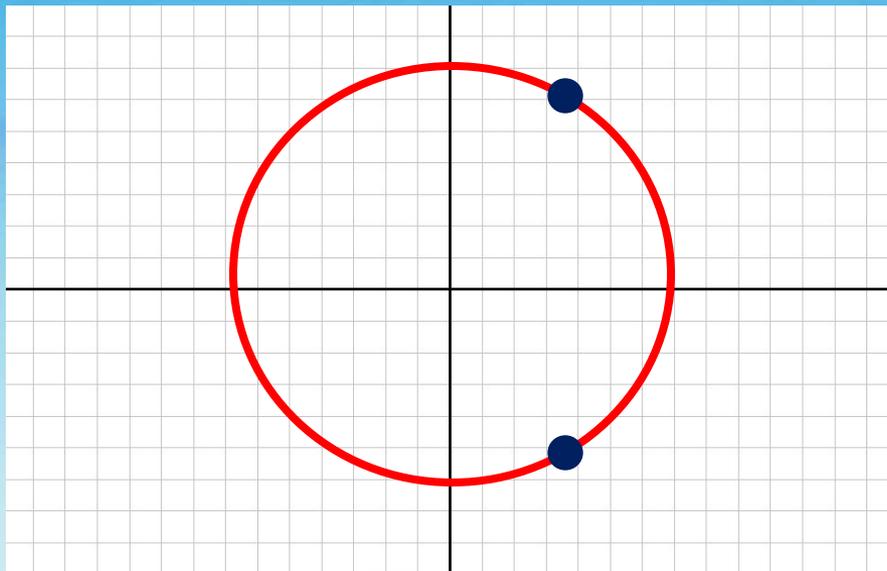
$$f(x) = 4 \sin \frac{x}{2} \cdot \cos \frac{x}{2} - 1 \quad \text{равно } 0?$$

$$4 \sin \frac{x}{2} \cdot \cos \frac{x}{2} - 1 = 0, \quad 2 \sin x = 1, \quad \sin x = \frac{1}{2},$$

$$x = (-1)^k \frac{\pi}{6} + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$



Выберите уравнение, которое имеет решение, показанное на единичной окружности:



1) $tg x = 1;$

2) $sin x = 0;$

3) $cos x = \frac{1}{2};$

4) $sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}.$



Вопрос от учителя



Какая ошибка допущена в решении уравнения?

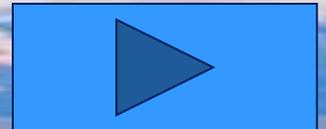
$$\operatorname{tg}\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{3},$$

$$2x + \frac{\pi}{4} = \operatorname{arctg}\sqrt{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z},$$

$$2x = \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z},$$

$$x = \frac{\pi}{24} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

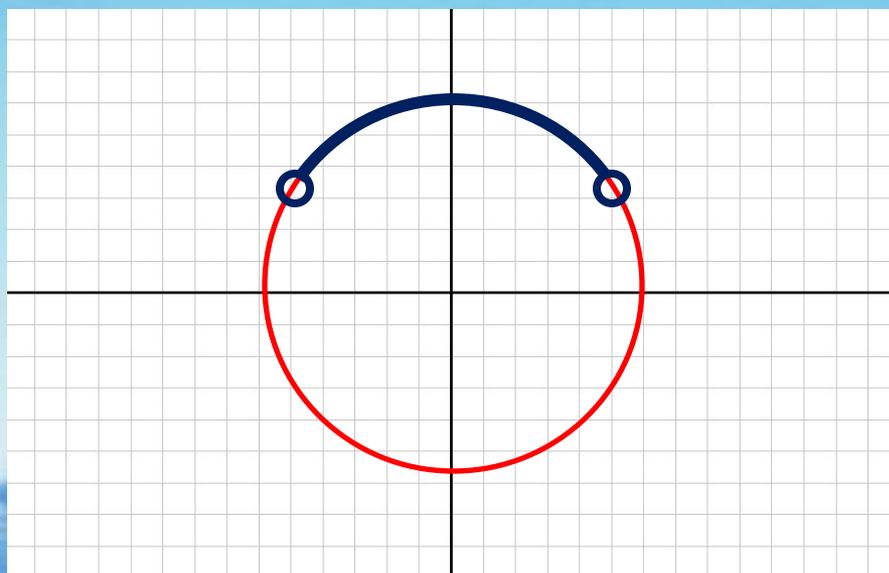
$$x = \frac{\pi}{24} + \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z}.$$



Аукцион



Укажите на тригонометрической окружности все точки, удовлетворяющие неравенству: $\sin x > 0,5$.



Какой корень уравнения



$\cos \frac{x}{2} = 1$ принадлежит отрезку $[-\pi; \pi]$?

$$x = 0$$





При каких значениях a уравнение
 $\sin^2 x - (a + 3) \sin x + 3a = 0$
не имеет решений?

Пусть $\sin x = t$, $|t| \leq 1$. $t^2 - (a + 3)t + 3a = 0$.

$D = (a - 3)^2 \geq 0$ при $a \in \mathbb{R}$, $t_1 = 3$, $t_2 = a$.

Значит, уравнение не будет иметь корней
при $a \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$.

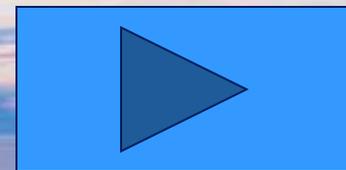
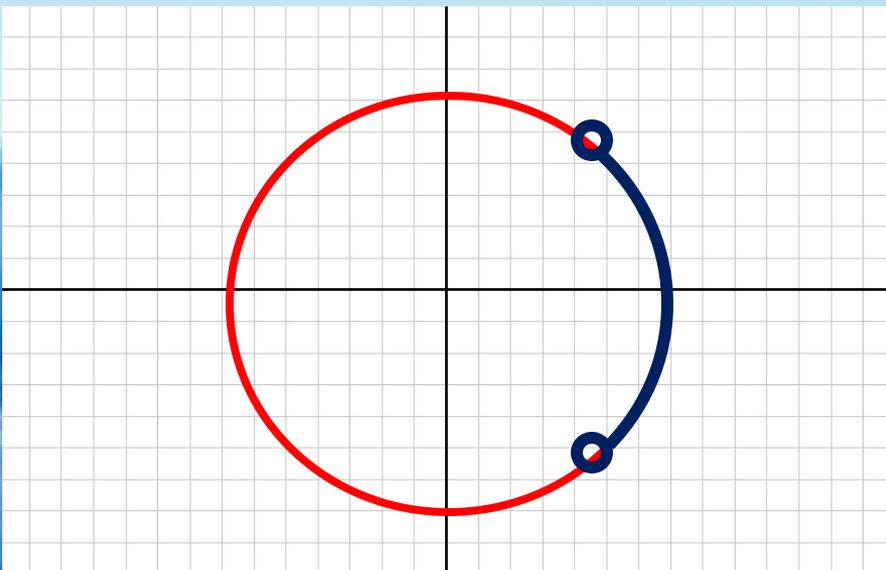




Кот в мешке

Найдите значения x , при которых график функции $y = \sqrt{2} \cos x - 1$ лежит выше оси x .

$$\sqrt{2} \cos x - 1 > 0, \quad \cos x > \frac{1}{\sqrt{2}}, \quad -\frac{\pi}{4} + 2\pi n < x < \frac{\pi}{4} + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$



Как, не решая уравнения $\operatorname{ctg}^2 x = 1 - \frac{1}{\sin^2 x}$,

определить, какая серия является решением?

1) $\frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

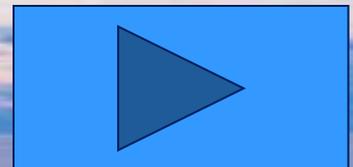
2) $\pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

3) $\pi n, n \in \mathbb{Z}$

4) $\frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z}$



1)



Найдите все x , обращающие в нуль произведение



функций $y = \cos x - \frac{\sqrt{2}}{2}$ и $y = \sin 4x$.

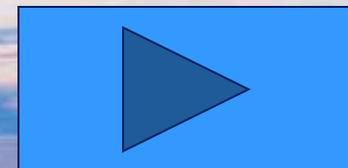
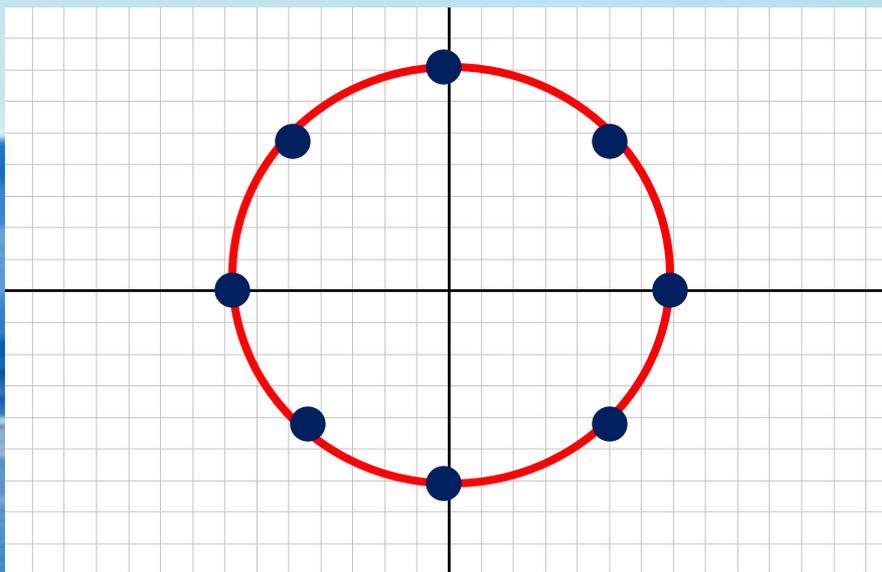
$$\left(\cos x - \frac{\sqrt{2}}{2} \right) \sin 4x = 0,$$

$$\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \text{или}$$

$$\sin 4x = 0$$

$$4x = \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi n}{4}, \quad n \in \mathbb{Z}$$



Вопрос от учителя



Решите неоднородное уравнение второй степени
 $2\sin^2 x - 5 \sin x \cos x + 5 \cos^2 x = 1.$

$$2\sin^2 x - 5 \sin x \cos x + 5 \cos^2 x = \sin^2 x + \cos^2 x,$$

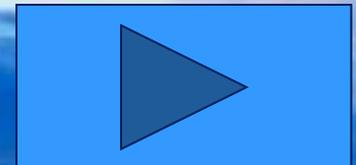
$$\sin^2 x - 5 \sin x \cos x + 4 \cos^2 x = 0, \text{ разделим на } \cos^2 x,$$

$$\operatorname{tg}^2 x - 5 \operatorname{tg} x + 4 = 0,$$

$$\operatorname{tg} x = 1 \qquad \text{или} \qquad \operatorname{tg} x = 4$$

$$x = \frac{\pi}{4} + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \operatorname{arctg} 4 + \pi m, \quad m \in \mathbb{Z}$$



Решите уравнение $\sin^2 x + \cos 2x = b$, если

одно из его решений $\frac{\pi}{6}$.

$$b = \sin^2 \frac{\pi}{6} + \cos \frac{2\pi}{6} = \frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{3}{4}.$$

$$\sin^2 x + \cos 2x = \frac{3}{4}, \quad \frac{1 - \cos 2x}{2} + \cos 2x = \frac{3}{4},$$

$$2 - 2 \cos 2x + 4 \cos 2x = 3, \quad 2 \cos 2x = 1, \quad \cos 2x = \frac{1}{2},$$

$$2x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}, \quad x = \pm \frac{\pi}{6} + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$



Решите уравнение $\cos x + \sin x = \cos 3x$.



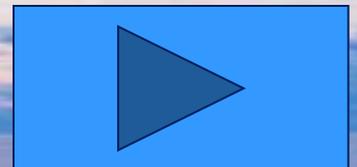
$$\begin{aligned}(\cos 3x - \cos x) - \sin x &= 0, & -2 \sin 2x \sin x - \sin x &= 0, \\ -\sin x (2 \sin 2x + 1) &= 0,\end{aligned}$$

$$\sin x = 0 \qquad \text{или} \qquad \sin 2x = -\frac{1}{2}$$

$$x = \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$2x = (-1)^{k+1} \frac{\pi}{6} + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z},$$

$$x = (-1)^{k+1} \frac{\pi}{12} + \frac{\pi k}{2}, \quad k \in \mathbb{Z}$$

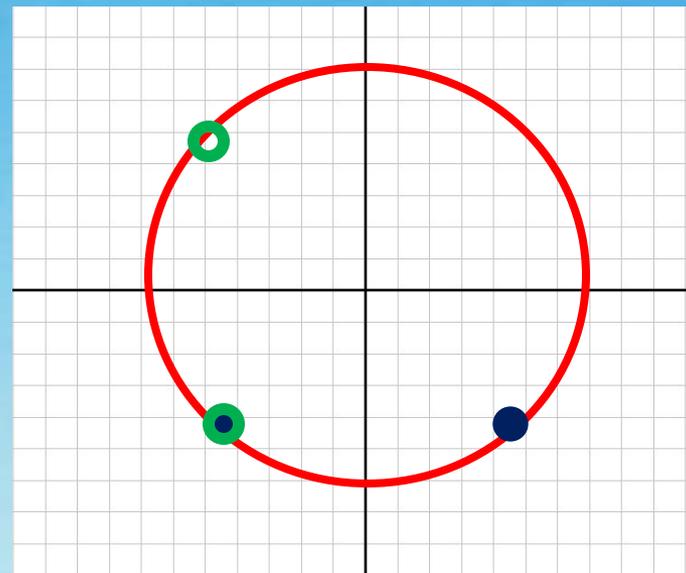


Решите уравнение $\frac{2 \sin x + \sqrt{2}}{2 \cos x + \sqrt{2}} = 0$.



$$\begin{cases} 2 \sin x + \sqrt{2} = 0, \\ 2 \cos x + \sqrt{2} \neq 0; \end{cases} \quad \begin{cases} \sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2}, \\ \cos x \neq -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

$$x = -\frac{\pi}{4} + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$



СУПЕРИГРА

Решите уравнение $1 + \operatorname{tg}^2 x = x^2 + \left(\sqrt{4 - x^2}\right)^2$.

$$\begin{cases} 1 + \operatorname{tg}^2 x = x^2 + 4 - x^2, \\ -2 \leq x \leq 2 \end{cases}, \quad \begin{cases} \operatorname{tg}^2 x = 3, \\ -2 \leq x \leq 2 \end{cases}, \quad \begin{cases} x = \pm \frac{\pi}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}, \\ -2 \leq x \leq 2 \end{cases}$$

$$-2 \leq \frac{\pi}{3} + \pi n \leq 2$$

$$-2 \leq -\frac{\pi}{3} + \pi n \leq 2$$

$$\frac{-6 - \pi}{3\pi} \leq n \leq \frac{6 - \pi}{3\pi}$$

$$\frac{-6 + \pi}{3\pi} \leq n \leq \frac{6 + \pi}{3\pi}$$

$$n = 0, \quad x = \frac{\pi}{3}$$

$$n = 0, \quad x = -\frac{\pi}{3}$$





М о л о д ц ы ! ! !