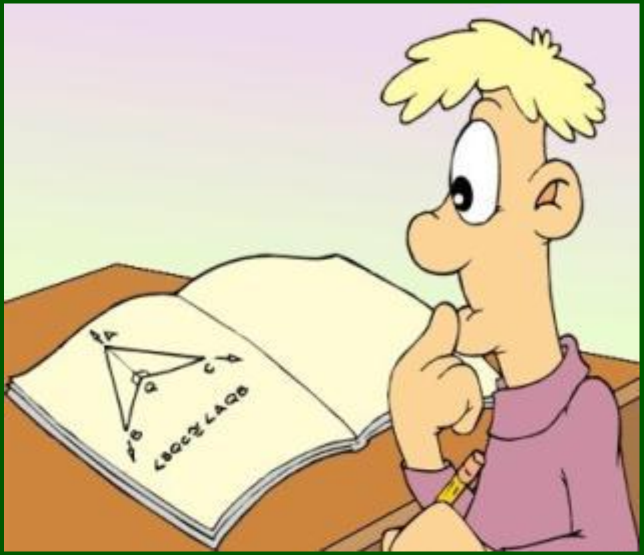
Ох уж, эта тригонометрия!

(Подготовка к ЕГЭ по математике)

Полезные советы при решении части 1

1	Прочитайте условие задачи. Если уверены, что умеете решать её – делайте это сразу, если же есть сомнение, то переходите к следующей.
2	Решайте задачу не торопясь – обидно получить 0 баллов по невнимательности или из-за описки.
3	Особое внимание уделите проверке выполнения арифметических действий.
4	Если после второго прохода остались «белые пятна», не заполняйте их «наугад». Постарайтесь вернуться к ним в конце всей работы.
5	Если вам кажется, что вопрос слишком прост, не ищите подвоха – в части 1 есть действительно простые вопросы.
6	В задачах части 1 полученный ответ часто можно проверить, подставив его в исходную задачу, – сделайте это, если такая возможность есть.
7	На экзамене отсутствует справочный материал, поэтому

Полезные советы при решении части 2	
1	После выполнения заданий части 1 сделайте небольшой перерыв, отвлекитесь, а затем снова настройтесь на спокойную и вдумчивую работу.
2	Приготовьтесь к тому, что задачи этой части имеют «подводные камни».
3	Не забывайте о краткости записи решения при «полном» обосновании.



Тригонометрия

В чём ошибка?

$\cos x = 0{,}2, \quad x = \arccos 0{,}2 + 2\Pi n,$

$\sin x = 0{,}2, \quad x = (-1)^k \arcsin 0{,}2 + \Pi n.$

!!!

!
! !

По мнению многих учеников, запись «*n* € *Z*» - избыточная.

В записи с использованием символа «±» теряется идея двух серий решений тригонометрического уравнения.

$$\cos \pi\sqrt{x} = -\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Решение.

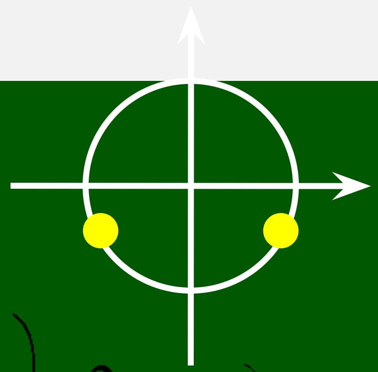
$$\pi\sqrt{x} = \arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + 2\pi n \quad \textit{или} \quad \pi\sqrt{x} = -\arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + 2\pi n, \ \textit{где} \ n \in Z;$$

$$\sqrt{x} = \frac{5}{6} + 2n, \ \ n \in Z \qquad\qquad \sqrt{x} = -\frac{5}{6} + 2n, \ n \in Z.$$

$$x = \left(\frac{5}{6} + 2n\right)^2, \ \ n = 0, \ 1, \ 2, \ldots, \ \textit{так как} \ \frac{5}{6} + 2n \geq 0.$$

$$x = \left(-\frac{5}{6} + 2n\right)^2, \ \ n = 1, \ 2, \ldots, \ \textit{так как} \ -\frac{5}{6} + 2n \geq 0.$$

!!! **В формуле корней простейшего тригонометрического уравнения *sin t = a* теряются идеи как двух серий решений тригонометрического уравнения, так и периодичность функции синус.**



$$\sin 4\pi x^2 = -\frac{1}{2}.$$ *Решение.*

$$4\pi x^2 = \arcsin\left(-\frac{1}{2}\right) + 2\pi n \quad \text{или} \quad 4\pi x^2 = \pi - \arcsin\left(-\frac{1}{2}\right) + 2\pi n, \text{ где } n \in Z;$$

$$x^2 = -\frac{1}{24} + \frac{1}{2}n, \quad n = 1, 2, \dots, \qquad x^2 = \frac{7}{24} + \frac{1}{2}n, \quad n = 0, 1, 2, \dots;$$

$$\text{так} \quad \text{как} \ -\frac{\pi}{6} + 2\pi n \geq 0. \qquad \text{так} \quad \text{как} \ \frac{7\pi}{6} + 2\pi n \geq 0$$

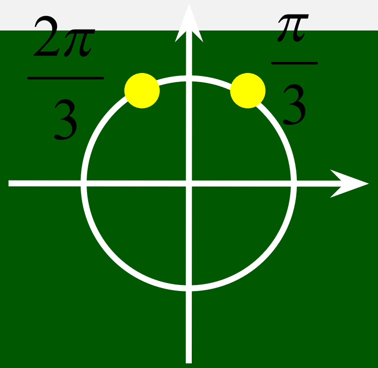
$$x = \pm\sqrt{-\frac{1}{24} + \frac{1}{2}n}, \quad n = 1, 2, \dots, \qquad x = \pm\sqrt{\frac{7}{24} + \frac{1}{2}n}, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

Учимся решать!

Тригонометрия на ЕГЭ <u>Задания В5</u>

Решите уравнение $\sin\frac{\pi(8x-7)}{3}=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

В ответе напишите наибольший отрицательный корень.



Решение

$$\frac{\pi(8x-7)}{3}=\frac{\pi}{3}+2\pi n,\ n\in Z;$$

$$\frac{8x-7}{3}=\frac{1}{3}+2n,\ n\in Z;$$

$$8x-7=1+6n,\ n\in Z;$$

$$x=1+\frac{3}{4}n,\ n\in Z;$$

$$n=-2,\ x=-0{,}5;$$

$$\frac{\pi(8x-7)}{3}=\frac{2\pi}{3}+2\pi n,\ n\in Z;\quad \Big|:\pi$$

$$\frac{8x-7}{3}=\frac{2}{3}+2n,\ n\in Z;\ \Big|\times 3$$

$$8x-7=2+6n,\ n\in Z;$$

$$x=\frac{9}{8}+\frac{6}{8}n,\ n\in Z;$$

$$n=-2,\quad x=-\frac{3}{8}=-0{,}375.$$

Ответ: $-0{,}375.$

Тригонометрия на ЕГЭ <u>Задания В7</u>

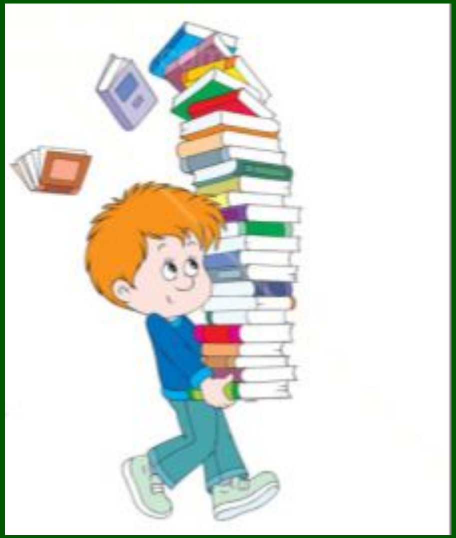
Найдите значение выражения $\sqrt{12}\cos^2\frac{5\pi}{12}-\sqrt{3}$.

Решение.

$$\sqrt{12}\cos^2\frac{5\pi}{12}-\sqrt{3}=\sqrt{3}\left(\sqrt{4}\cos^2\frac{5\pi}{12}-1\right)=\sqrt{3}\left(2\cos^2\frac{5\pi}{12}-1\right)=$$

$$=\sqrt{3}\cos\frac{5\pi}{6}=\sqrt{3}\cdot\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)=-1{,}5.$$

$\textit{Ответ}: -1{,}5.$



Тригонометрия на ЕГЭ **Задания В7**

Найдите $\dfrac{10\cos\alpha+4\sin\alpha+15}{2\sin\alpha+5\cos\alpha+3}$, *если* $tg\alpha=-2{,}5.$

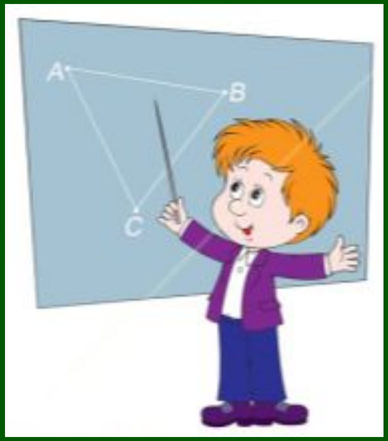
Решение.

Если $tg\alpha=-2{,}5,$ *то* $\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=-2{,}5,$ *значит,* $\sin\alpha=-2{,}5\cos\alpha.$

Получим: $\dfrac{10\cos\alpha+4\left(-2{,}5\cos\alpha\right)+15}{2\left(-2{,}5\cos\alpha\right)+5\cos\alpha+3}=\dfrac{10\cos\alpha-10\cos\alpha+15}{-5\cos\alpha+5\cos\alpha+3}=$

$=\dfrac{15}{3}=5.$

Ответ: 5.



Тригонометрия на ЕГЭ **Задания B12**

Груз массой 0,08 кг колеблется на пружине со скоростью, меняющейся по закону $v(t) = 0{,}5\sin\pi t$, где *t* — время в секундах. Кинетическая энергия груза, измеряемая в джоулях, вычисляется по формуле $E = \dfrac{mv^2}{2}$, где *m* — масса груза (в кг), *v* — скорость груза (в м/с). Определите, какую долю времени из первой секунды после начала движения кинетическая энергия груза будет не менее $5\cdot 10^{-3}$ Дж. Ответ выразите десятичной дробью, если нужно, округлите до сотых.

Решение.

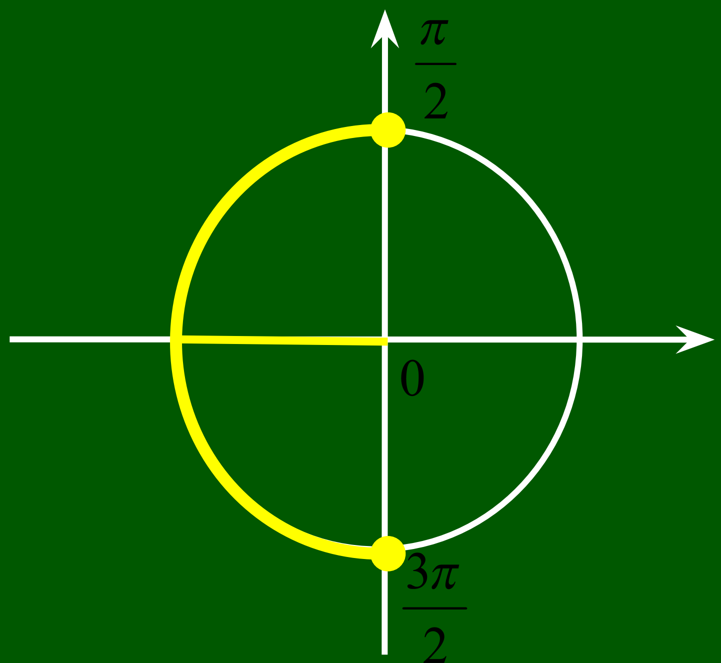
$$E \ge 5\cdot 10^{-3}; \quad \frac{mv^2}{2} \ge 5\cdot 10^{-3}; \quad \frac{m(0{,}5\sin\pi t)^2}{2} \ge 5\cdot 10^{-3}.$$

Получим неравенство: $\dfrac{0{,}08(0{,}5\sin\pi t)^2}{2} \ge 5\cdot 10^{-3}.$

$$\frac{0{,}08(0{,}5\sin \pi t)^2}{2} \ge 5\cdot 10^{-3}; \,|\times 2 \qquad 0{,}08\cdot 0{,}25\sin^2 \pi t \ge 10^{-2}; \,|\times 100$$

$$8\cdot 0{,}25\sin^2 \pi t \ge 1; \qquad 2\sin^2 \pi t \ge 1; \qquad 2\sin^2 \pi t - 1 \ge 0;$$

$$-\cos 2\pi t \ge 0; \qquad \cos 2\pi t \le 0.$$



Так как необходимо найти долю времени из первой секунды после начала движения, то имеем:

$$\frac{\pi}{2} \le 2\pi t \le \frac{3\pi}{2}; \,|:2\pi; \qquad \frac{1}{4} \le t \le \frac{3}{4}.$$

Значит, $\Delta t = \frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} = 0{,}5$ *сек.*

Получим: $\frac{0{,}5}{1} = 0{,}5.$

Ответ: $0{,}5.$

Тригонометрия на ЕГЭ <u>Задания В14</u>

Найдите точку минимума функции $y=(0{,}5-x)\cos x+\sin x$,

принадлежащую промежутку $(0;\ \frac{\pi}{2})$.

Решение

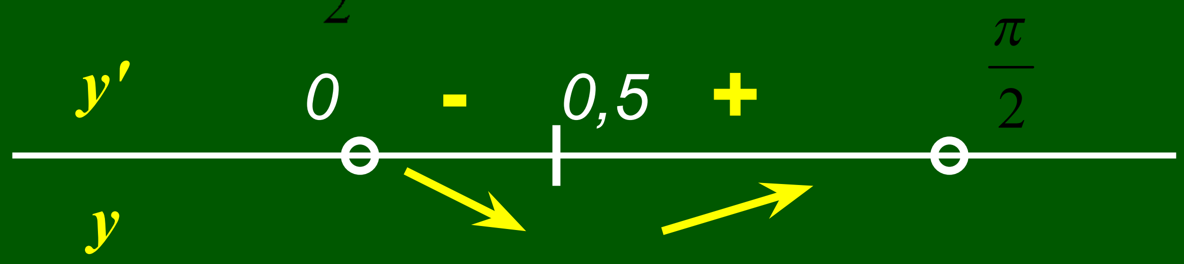
$y=(0{,}5-x)\cos x+\sin x,\quad D(y)=R.$

$y'=(0{,}5-x)'\cos x+(0{,}5-x)(\cos x)'+\cos x=-\cos x-(0{,}5-x)\sin x+\cos x=$

$=(x-0{,}5)\sin x.\quad y'=0,$ *если* $(x-0{,}5)\sin x=0.$

$x-0{,}5=0$ *или* $\sin x=0$ *решений на промежутке*

$x=0{,}5\in(0;\ \frac{\pi}{2})$ $\quad(0;\ \frac{\pi}{2})$ *нет.*



$x_{\min}=0{,}5.$

Ответ: $0{,}5.$

Тригонометрия на ЕГЭ <u>Задания B14</u>

Найдите наибольшее значение функции $y=-2tgx+4x-\pi-3$

на отрезке $\left[-\frac{\pi}{3};\frac{\pi}{3}\right]$.

Решение.

$y=-2tgx+4x-\pi-3,\qquad D(y): \cos x\neq 0.\qquad y'=\frac{-2}{\cos^2 x}+4.$

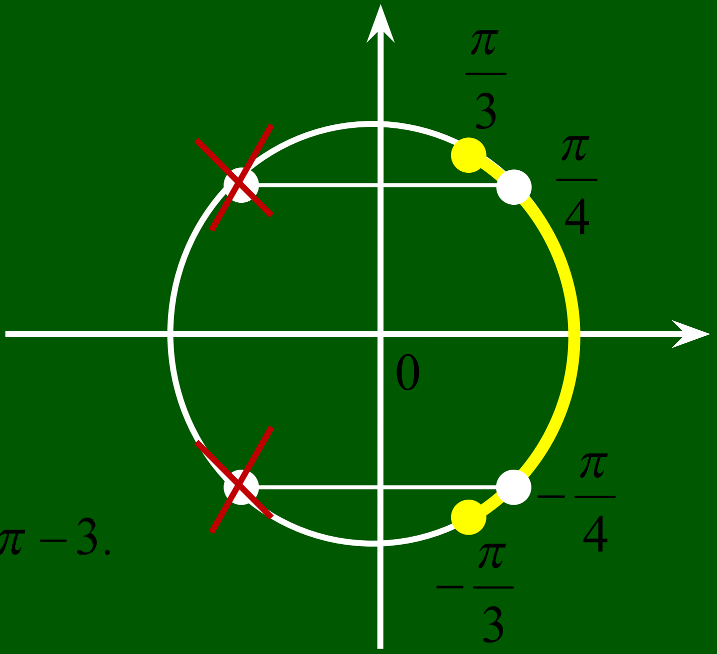
$y'=0,\ \text{если}\quad \frac{-2}{\cos^2 x}+4=0;\qquad \cos^2 x=\frac{1}{2};$

$\cos x=\frac{1}{\sqrt{2}}\qquad \text{или}\qquad \cos x=-\frac{1}{\sqrt{2}}$

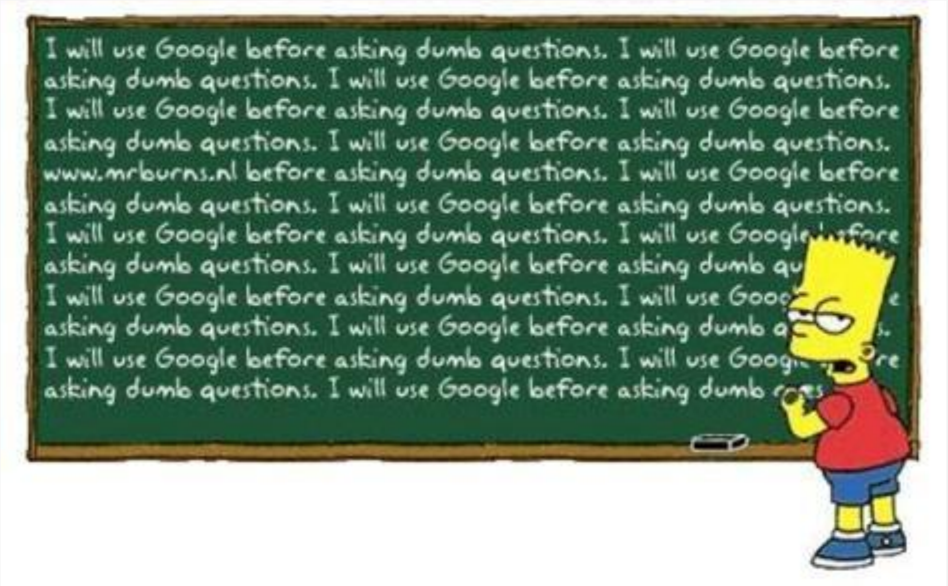
$tg\left(\frac{\pi}{4}\right)=-5;\quad tg\left(-\frac{\pi}{4}\right)=-1-2\pi;$

$tg\left(\frac{\pi}{3}\right)=-2\sqrt{3}+\frac{4\pi}{3}-\pi-3;\quad tg\left(-\frac{\pi}{3}\right)=2\sqrt{3}-\frac{4\pi}{3}-\pi-3.$

Ответ: $-5.$



Ура тестам!


I will use Google before asking dumb questions. I will use Google before
asking dumb questions. I will use Google before asking dumb questions.
I will use Google before asking dumb questions. I will use Google before
asking dumb questions. I will use Google before asking dumb questions.
www.mrburns.nl before asking dumb questions. I will use Google before
asking dumb questions. I will use Google before asking dumb questions.
I will use Google before asking dumb questions. I will use Google
asking dumb questions. I will use Google before asking dumb
I will use Google before asking dumb questions. I will use
asking dumb questions. I will use Google before asking dumb
I will use Google before asking dumb questions. I will use
asking dumb questions. I will use Google before asking dumb

Найдите область определения выражения $\sqrt{x-\frac{\pi}{3}}$ **.**			
$x \geq \frac{\pi}{3}$	$x \geq -\frac{\pi}{3}$	$x > \frac{\pi}{3}$	$x > -\frac{\pi}{3}$
При каких значениях х имеет смысл выражения $\frac{2}{\sqrt{x+\frac{\pi}{5}}}$ **.**			
$x \geq \frac{\pi}{5}$	$x > \frac{\pi}{5}$	$x > -\frac{\pi}{5}$	$x \geq -\frac{\pi}{5}$

Укажите в каких четвертях расположен ctg x , если $\dfrac{1}{\sqrt{-ctg\,x}}$.			
1 и 4	1 и 3	1 и 2	2 и 4

Укажите какие значения может принимать sin x , если $y^2 = 4 \sin x$.			
sin x > 0	sin x < 0	sin x $\geq$ 0	sin x $\leq$ 0

Укажите какие значения может принимать tg x, если $\sqrt{y^2 - y - 3} + 2tg\,x = 0$.			
tg x > 0	tg x < 0	tg x $\geq$ 0	tg x $\leq$ 0

Укажите в каких четвертях расположен cos x, если $3^y + 2\cos x = 0$.			
1 и 4	1 и 2	2 и 3	3 и 4

Хочу всё знать!

Задание С1

Решить уравнение:

$$\frac{\cos 2x + \cos x + 2\sin^2 x - 1{,}5}{\sqrt{-2\sin x}} = 0.$$

Решение:

$-2\sin x > 0,$ *значит,* $\sin x < 0.$ *Получим:*

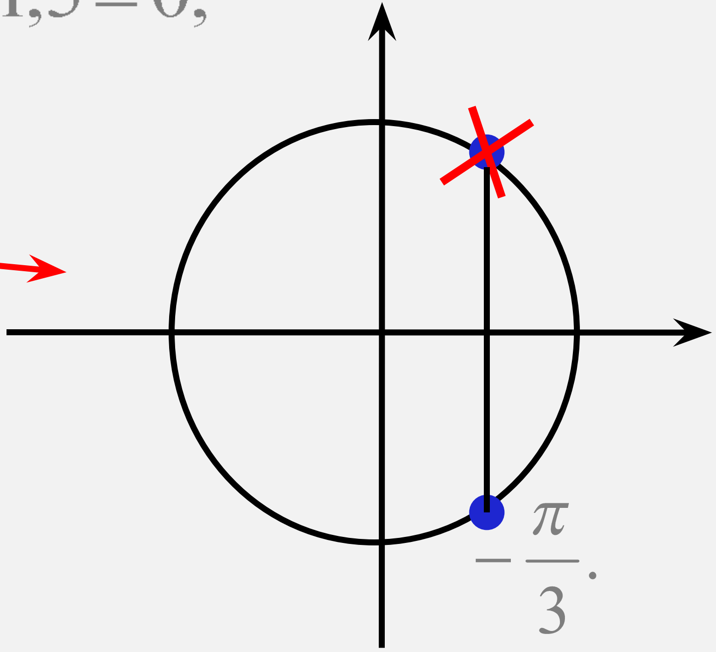
$1 - 2\sin^2 x + \cos x + 2\sin^2 x - 1{,}5 = 0,$

$\cos x - 0{,}5 = 0,$

$\cos x = 0{,}5.$

Так как $\sin x < 0,$ *то*

$x = -\frac{\pi}{3} + 2\pi n,\ n \in Z.$



Ответ: $-\frac{\pi}{3} + 2\pi n,\ n \in Z.$

Решите уравнение: $\sqrt{3}\cdot\sin x - tgx + tgx\cdot\sin x = \sqrt{3}.$

Укажите корни, принадлежащие промежутку $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{7\pi}{4}\right].$

Решение:

1) $\cos x \neq 0.$

2) $\sin x(\sqrt{3} + tgx) - (\sqrt{3} + tgx) = 0;\ (\sqrt{3} + tgx)(\sin x - 1) = 0;$

$tgx = -\sqrt{3}$ *или* $\sin x = 1,$ *так как* $\cos x \neq 0,$ *то решений нет*

$x = -\frac{\pi}{3} + \pi n,\ n \in Z.$

3) *Отберем корни уравнения, принадлежащие отрезку* $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{7\pi}{4}\right]:$

$-\frac{\pi}{2} \leq -\frac{\pi}{3} + \pi n \leq \frac{7\pi}{4} \,\Big|\times\frac{12}{\pi};\quad -6 \leq -4 + 12n \leq 21;\quad -\frac{2}{12} \leq n \leq \frac{25}{12}.$

Так как $n \in Z,$ *то* $n = 0,\ x = -\frac{\pi}{3};\quad n = 1,\ x = \frac{2\pi}{3};\quad n = 2,\ x = \frac{5\pi}{3}.$

Ответ: $-\frac{\pi}{3} + \pi n,\ n \in Z;\ -\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}.$

Решите уравнение: $(9\sin^3 x - 4\sin x)\cdot\sqrt{-8ctgx} = 0.$

Найдите корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\pi; -\frac{5\pi}{4}\right].$

Решение.

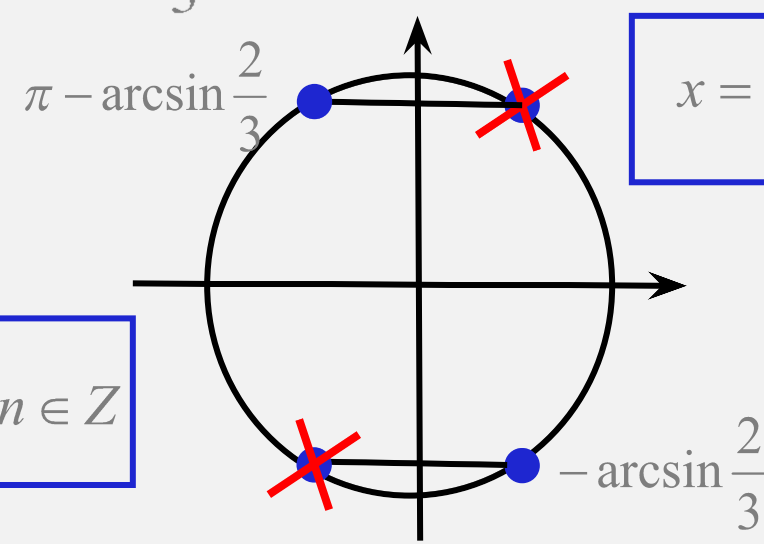
1) $\begin{cases} -8ctgx \geq 0, \\ \sin x \neq 0; \end{cases}$ $\begin{cases} ctgx \leq 0, \\ \sin x \neq 0. \end{cases}$

2) $(9\sin^3 x - 4\sin x)\cdot\sqrt{-8ctgx} = 0;$

$\sin x = 0$ *или* $9\sin^2 x - 4 = 0$ *или* $\sqrt{-8ctgx} = 0$

решений нет $\sin x = \pm\frac{2}{3}$ $ctgx = 0$

$$\boxed{x = \frac{\pi}{2} + \pi n,\ \ n \in Z}$$

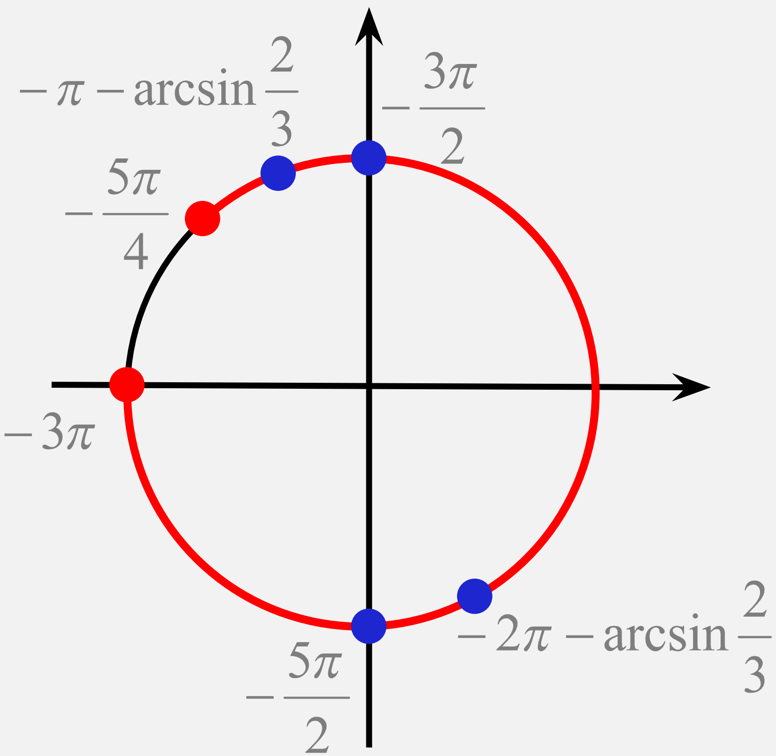


$$\boxed{x = -\arcsin\frac{2}{3} + \pi n,\ \ n \in Z}$$

Найдём корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\pi; -\frac{5\pi}{4}\right]$,

с помощью тригонометрического круга.

$x = -\arcsin\frac{2}{3} + \pi n, \ \ n \in Z$ $\qquad$ $x = \frac{\pi}{2} + \pi n, \ \ n \in Z$



Ответ: $-\arcsin\frac{2}{3} + \pi n, \ \ n \in Z;$

$\frac{\pi}{2} + \pi n, \ \ n \in Z;$

$-\frac{5\pi}{2}, \ -2\pi - \arcsin\frac{2}{3},$

$-\frac{3\pi}{2}, \ -\pi - \arcsin\frac{2}{3}.$

Чем мы хуже МИОО?

При каких значениях *p* имеет решения уравнение $\dfrac{2\sin^2 x + 2p\cos x - 6p + 7\cos x - 5}{\sqrt{\sin x + 1}} = 0.$

Решение:

$\sin x + 1 > 0,\ \ \sin x > -1,\ \textit{значит},\ \sin x \neq -1,\ \cos x \neq 0.$

$2\cos^2 x - (2p+7)\cos x + (6p+3) = 0,$

$\cos x = t,\ \ -1 \le t \le 1,\ \ 2t^2 - (2p+7)t + (6p+3) = 0,$

$D = (2p-5)^2 \ge 0\ \textit{при}\ \ p \in R,$

$t_1 = p + 0{,}5,\ \ t_2 = 3 - \textit{не удовлетворяет}\ -1 \le t \le 1.$

$\textit{Значит},\begin{cases} -1 \le p + 0{,}5 \le 1, \\ p + 0{,}5 \neq 0; \end{cases}\quad \begin{cases} -1{,}5 \le p \le 0{,}5, \\ p \neq -0{,}5. \end{cases}$

$\textit{Ответ}:\ p \in [-1{,}5;\ -0{,}5) \cup (-0{,}5; 0{,}5].$

Всемирная паутина на службе у ЕГЭ!

http://avangard-school.nm.ru/
http://www.ctege.org/content/category/15/67/48/
http://rsr-olymp.ru/splash/
http://www.alleng.ru/edu/phys1.htm
http://alexlarin.narod.ru/ege.html
http://ege.stavedu.ru/
http://mathgia.ru:8080/or/gia12/
http://mathege.ru/or/ege/Main
http://shpargalkaege.ru/
http://pedsovet.su/
http://ege.do.am/news/shpargalka_dlja_ekzamena/2010-12-18-160
http://pedsovet.org/
http://www.openclass.ru/
http://1september.ru/
http://festival.1september.ru/
http://edu.1september.ru/
http://portfolio.1september.ru/
http://www.mcppomsk.ru/index.php?option=com_content&view=article&id=1&Itemid=1
http://le-savchen.ucoz.ru/

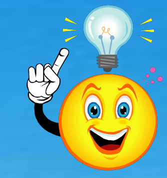
Какое из данных уравнений не имеет решений?

1) $\cos(2x - \pi) = \frac{\sqrt{5}}{3}$; 2) $\sin 0{,}3x = -\frac{\sqrt{3}}{3}$;

3) $\operatorname{ctg} x = 3$; 4) $2\sin x \cdot \cos x = \frac{\sqrt{10}}{3}$.

Ответ: 4.

Решите уравнение:



2 sin² x – sin x – 1 = 0.

$$\frac{\pi}{2}+2\pi n,\ n\in \mathrm{Z};\quad (-1)^k\,\frac{\pi}{6}+\pi k,\ k\in \mathrm{Z}$$

Кот в мешке

Выберите среди данных уравнений однородное уравнение первой степени и решите его:

1) $\cos x - \sin 3x = 0;$

2) $\cos x - 3\sin x = 0;$

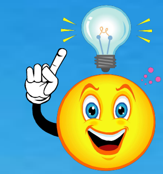
3) $\cos x - 3\sin x = 2;$

4) $\cos^2 x - 3\sin x = 0.$

$\cos x - 3\sin x = 0$

$$\text{Ответ}: \quad x = \operatorname{arctg}\frac{1}{3} + \pi n, n \in Z.$$

Решите уравнение:



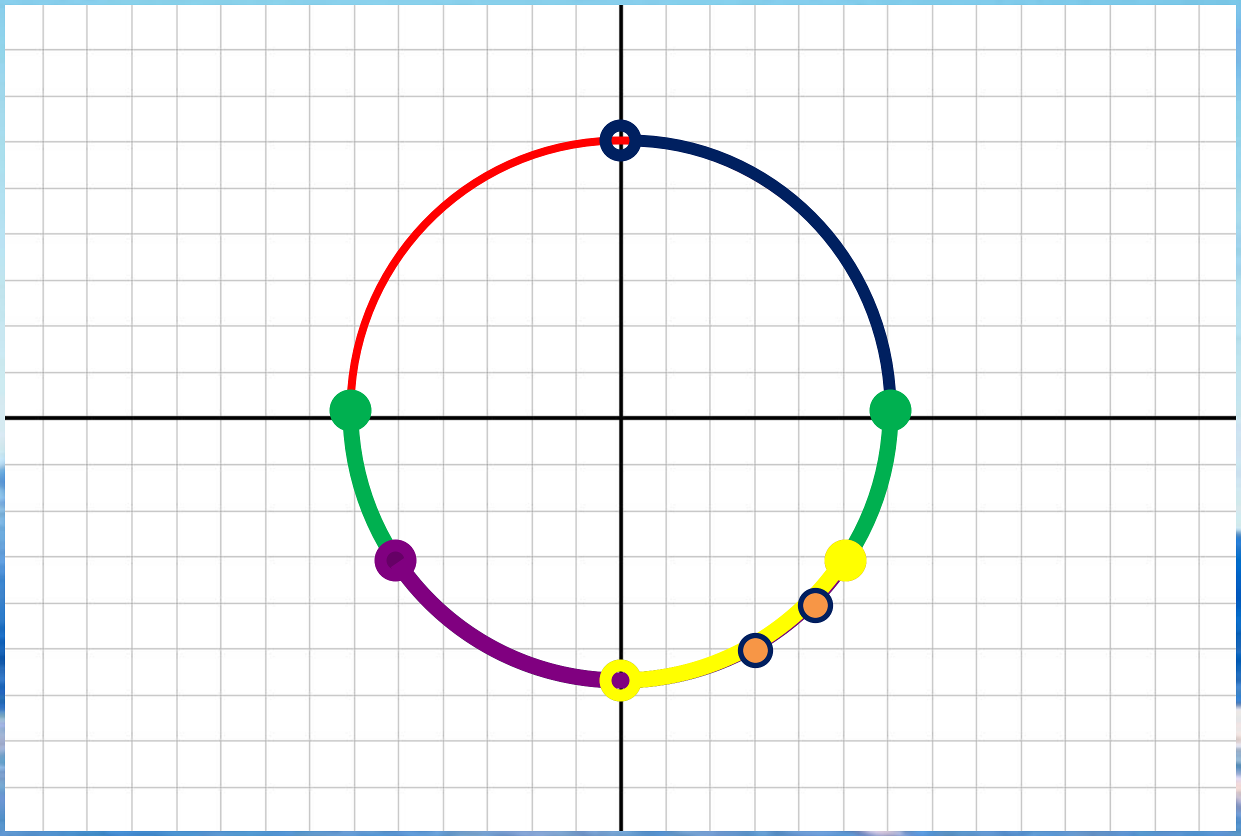
$$4\sin^2 x + 5\sin x\cos x + \cos^2 x = 0.$$

$$x = -\frac{\pi}{4} + \pi n,\ n \in Z;\quad x = -\,arctg\,\frac{1}{4} + \pi k,\ k \in Z$$

Даны неравенства:

cos x >0,   sin x $\le$0,   sin x $\le$ -0,5.

Укажите какое-либо число, удовлетворяющее всем трём неравенствам одновременно.



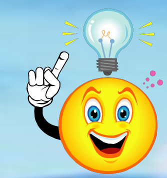
Решите уравнение *sin 2x – 3 cos x = 0.*

$$2\sin x\cos x - 3\cos x = 0,$$

$$\cos x\,(2\sin x - 3) = 0,$$

$$\cos x = 0 \qquad \text{или} \qquad 2\sin x - 3 = 0,$$

$$x = \frac{\pi}{2} + \pi n,\ n \in Z \qquad \sin x = 1{,}5 - \text{решений нет.}$$



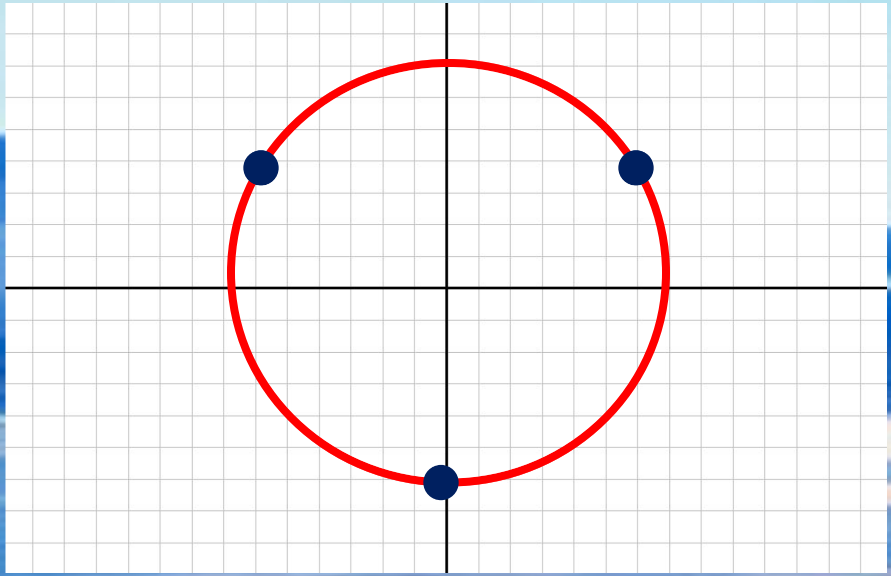
$$\text{Ответ}: \frac{\pi}{2} + \pi n,\ n \in Z.$$

Найдите наименьший корень уравнения $2\cos^2 x = 1 + \sin x$.

$$2(1-\sin^2 x)=1+\sin x, \qquad 2\sin^2 x+\sin x-1=0,$$

$$\sin x=-1 \qquad \textit{или} \qquad \sin x=\frac{1}{2},$$

Наименьший положительный корень $x=\dfrac{\pi}{6}$.



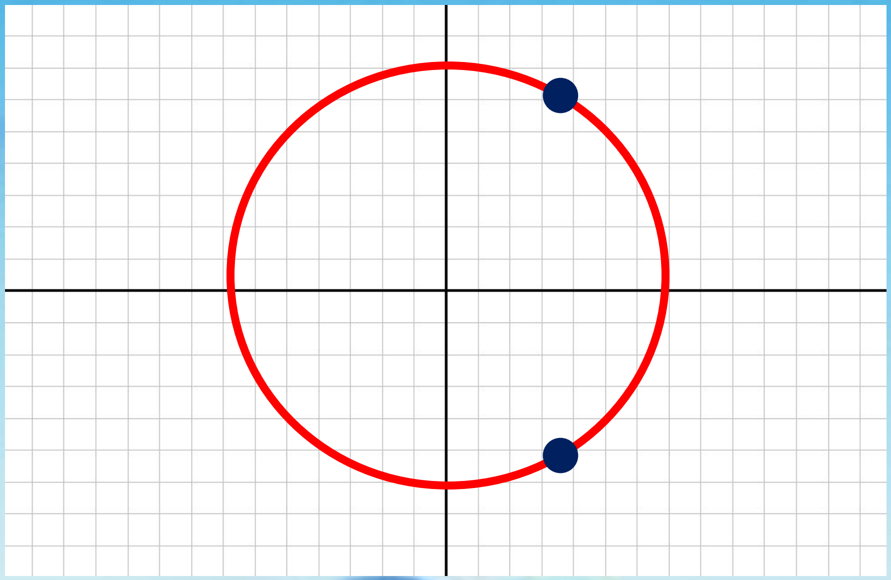
При каких значениях *x* значения функции

$$f(x) = 4\sin\frac{x}{2}\cdot\cos\frac{x}{2} - 1$$ **равно 0?**

$$4\sin\frac{x}{2}\cdot\cos\frac{x}{2} - 1 = 0,\quad 2\sin x = 1,\quad \sin x = \frac{1}{2},$$

$$x = (-1)^k\frac{\pi}{6} + \pi k,\ k \in \mathrm{Z}$$

Выберите уравнение, которое имеет решение, показанное на единичной окружности:



1) $tg\ x = 1;$

2) $\sin x = 0;$

3) $\cos x = \dfrac{1}{2};$

4) $\sin x = \dfrac{\sqrt{3}}{2}.$

Вопрос от учителя

Какая ошибка допущена в решении уравнения?

$$tg\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)=\sqrt{3},$$

$$2x+\frac{\pi}{4}=arctg\sqrt{3}+\pi n,\ n\in Z,$$

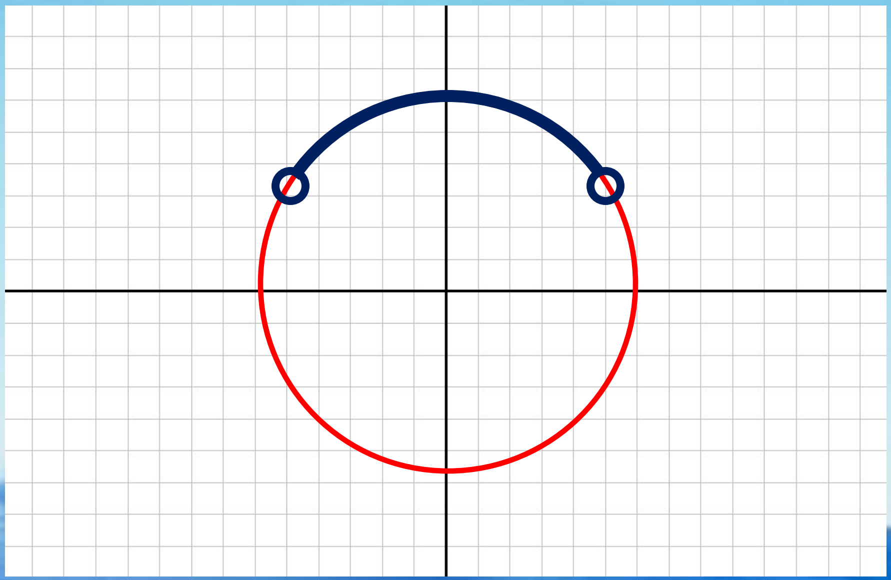
$$2x=\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{4}+\pi n,\ n\in Z,$$

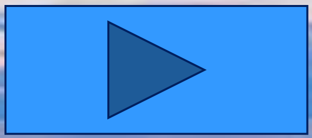
$$x=\frac{\pi}{24}+2\pi n, n\in Z.$$

$$x=\frac{\pi}{24}+\frac{\pi n}{2}, n\in Z.$$

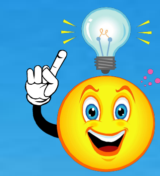
Аукцион

Укажите на тригонометрической окружности все точки, удовлетворяющие неравенству: $\sin x > 0{,}5.$





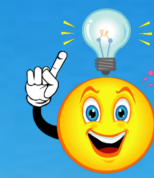
Какой корень уравнения



$\cos\dfrac{x}{2} = 1$ принадлежит отрезку [-π; π]?

$x = 0$

При каких значениях *а* уравнение
sin² x – (a + 3) sin x + 3a = 0
не имеет решений?



$$Пусть \sin x = t, \ |t| \le 1. \quad t^2 - (a+3)t + 3a = 0.$$

$$D = (a-3)^2 \ge 0 \ при \ a \in R, \ t_1 = 3, \ t_2 = a.$$

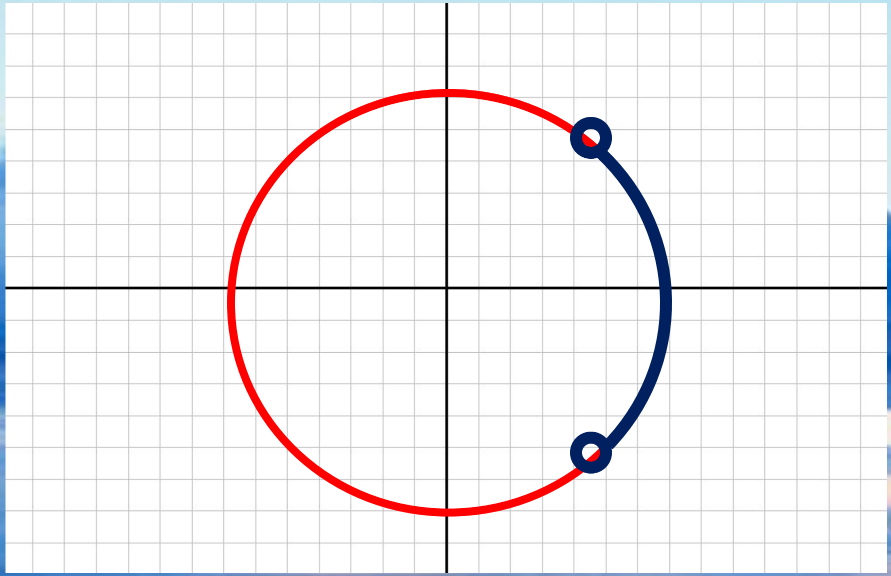
Значит, уравнение не будет иметь корней

$$при \ a \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty).$$

Кот в мешке

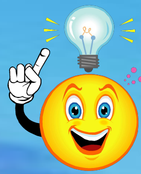
Найдите значения *x*, при которых график функции $y=\sqrt{2}\cos x-1$ лежит выше оси *x*.

$$\sqrt{2}\cos x-1>0,\quad \cos x>\frac{1}{\sqrt{2}},\quad -\frac{\pi}{4}+2\pi n<x<\frac{\pi}{4}+2\pi n,\ n\in Z$$



Как, не решая уравнения $ctg^2 x = 1 - \dfrac{1}{\sin^2 x}$,

определить, какая серия является решением?



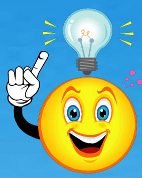
1) $\dfrac{\pi}{2} + \pi n,\ n \in Z$

2) $\pi + 2\pi n,\ n \in Z$

3) $\pi n,\ n \in Z$

4) $\dfrac{\pi n}{2},\ n \in Z$

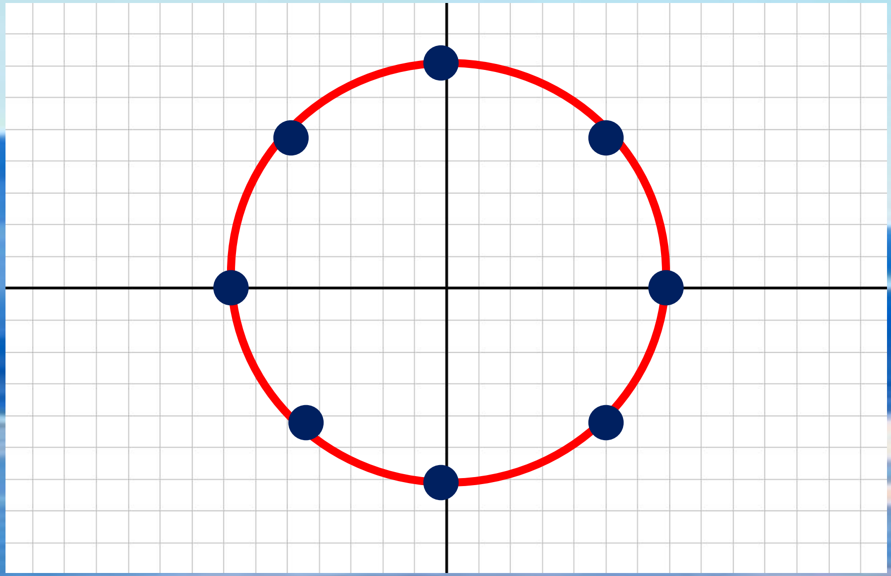
1)

Найдите все x, обращающие в нуль произведение 

функций $y=\cos x-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ *и* $y=\sin 4x$.

$$\left(\cos x-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\sin 4x=0,$$

$\cos x=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ *или* $\sin 4x=0$



$$4x=\pi n,\ n\in Z$$

$$x=\frac{\pi n}{4},\ n\in Z$$

Вопрос от учителя

Решите неоднородное уравнение второй степени
$2\sin^2 x - 5\sin x\cos x + 5\cos^2 x = 1$.

$$2\sin^2 x - 5\sin x\cos x + 5\cos^2 x = \sin^2 x + \cos^2 x,$$

$$\sin^2 x - 5\sin x\cos x + 4\cos^2 x = 0, \quad \textit{разделим на } \cos^2 x,$$

$$tg^2 x - 5\,tg\,x + 4 = 0,$$

$tg\,x = 1$ *или* $tg\,x = 4$

$x = \dfrac{\pi}{4} + \pi n,\ n \in Z$ $\qquad$ $x = arctg\,4 + \pi m,\ m \in Z$

Решите уравнение ***sin² x + cos 2x = b*****, если**

одно из его решений $\dfrac{\pi}{6}$ **.**

$$b=\sin^2\frac{\pi}{6}+\cos\frac{2\pi}{6}=\frac{1}{4}+\frac{1}{2}=\frac{3}{4}.$$

$$\sin^2 x+\cos 2x=\frac{3}{4},\quad \frac{1-\cos 2x}{2}+\cos 2x=\frac{3}{4},$$

$$2-2\cos 2x+4\cos 2x=3,\qquad 2\cos 2x=1,\quad \cos 2x=\frac{1}{2},$$

$$2x=\pm\frac{\pi}{3}+2\pi n,\ n\in Z,\quad x=\pm\frac{\pi}{6}+\pi n,\ n\in Z$$

Решите уравнение *cos x + sin x = cos 3x.*

$(\cos 3x - \cos x) - \sin x = 0, \qquad -2\sin 2x \sin x - \sin x = 0,$

$-\sin x(2\sin 2x + 1) = 0,$

$\sin x = 0$ *или* $\sin 2x = -\dfrac{1}{2}$

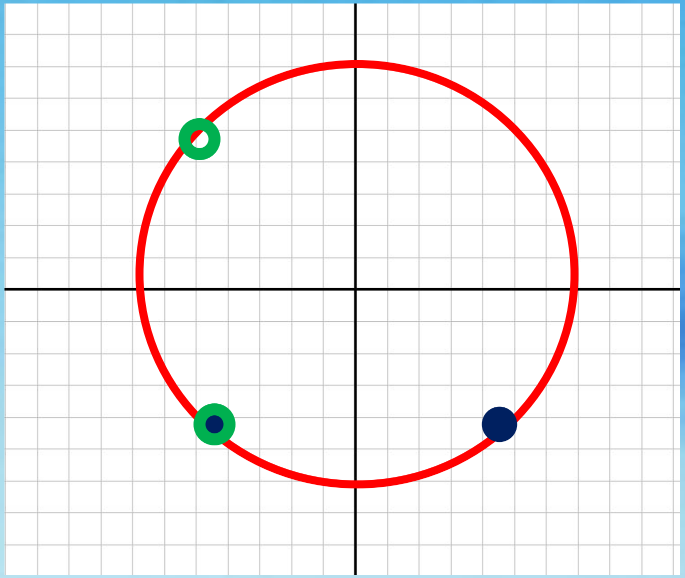
$x = \pi n,\ n \in Z$

$2x = (-1)^{k+1}\dfrac{\pi}{6} + \pi k, k \in Z,$

$x = (-1)^{k+1}\dfrac{\pi}{12} + \dfrac{\pi k}{2}, k \in Z$

Решите уравнение $\dfrac{2\sin x+\sqrt{2}}{2\cos+\sqrt{2}}=0$.

$$\begin{cases}2\sin x+\sqrt{2}=0,\\ 2\cos+\sqrt{2}\neq 0;\end{cases}\qquad \begin{cases}\sin x=-\dfrac{\sqrt{2}}{2},\\ \cos x\neq -\dfrac{\sqrt{2}}{2}\end{cases}$$



$$x=-\frac{\pi}{4}+2\pi n,\ n\in Z$$

СУПЕРИГРА

Решите уравнение $1+tg^2x=x^2+\left(\sqrt{4-x^2}\right)^2.$

$$\begin{cases}1+tg^2x=x^2+4-x^2,\\ -2\le x\le 2\end{cases}\qquad \begin{cases}tg^2x=3,\\ -2\le x\le 2\end{cases}\qquad \begin{cases}x=\pm\dfrac{\pi}{3}+\pi n, n\in Z,\\ -2\le x\le 2\end{cases}$$

$$-2\le\frac{\pi}{3}+\pi n\le 2 \qquad\qquad -2\le-\frac{\pi}{3}+\pi n\le 2$$

$$\frac{-6-\pi}{3\pi}\le n\le\frac{6-\pi}{3\pi} \qquad\qquad \frac{-6+\pi}{3\pi}\le n\le\frac{6+\pi}{3\pi}$$

$$n=0,\ \ x=\frac{\pi}{3} \qquad\qquad n=0,\ \ x=-\frac{\pi}{3}$$

М о л о д ц ы ! ! !