

# **ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ПОЛЯ И ВОЛНЫ**

Практическое занятие №1

**ПЛОСКИЕ ЭМВ В НЕОГРАНИЧЕННЫХ  
СРЕДАХ**

# • Основные расчетные формулы

- 1. Уравнения Максвелла в комплексной форме, если в декартовой системе координат ось  $oz$  – направление распространения плоской электромагнитной волны

- $$\frac{d\vec{E}_m}{dz} = \vec{J}_m + i\omega\varepsilon_a \vec{E}_m; \quad \frac{d\vec{H}_m}{dz} = -i\omega\mu_a \vec{H}_m \quad (1.1)$$

- 2. Волновые уравнения для составляющих поля

- $$\frac{d^2 \vec{E}_m}{dz^2} - \varepsilon_a \mu_a \vec{E}_m = 0; \quad \frac{d^2 \vec{H}_m}{dz^2} - \varepsilon_a \mu_a \vec{H}_m = 0 \quad (1.2)$$

- 3. Коэффициент распространения

- $$\vec{k} = \omega \sqrt{\varepsilon_a \mu_a} = \beta - i\alpha, \quad (1.3)$$

- где  $\beta$  – коэффициент фазы,  $\alpha$  – коэффициент затухания,

$$\tilde{\epsilon}_a = \epsilon_a \left( 1 - i \frac{\gamma}{\omega \epsilon_a} \right)$$

- комплексная абсолютная диэлектрическая проницаемость среды  $\tilde{\epsilon}_a$ ,  $\gamma$  – удельная проводимость среды в См/м.

- 4. Связь между векторами поля  $\tilde{E}_m$  и  $\tilde{H}_m$

$$\tilde{H}_m = \frac{k}{\omega \mu_a} \tilde{E}_m \times \bar{e}_z, \quad (1.4)$$

- где  $\bar{e}_z$  – единичный вектор вдоль oz.

- 5. Волновое сопротивление среды

$$\tilde{Z} = \frac{\omega \mu_a}{k} = \sqrt{\frac{\mu_a}{\tilde{\epsilon}_a}}. \quad (1.5)$$

- Для диэлектрика  $Z = \frac{\omega \mu_a}{k} = \sqrt{\frac{\mu_a}{\epsilon_a}}$ , для проводника  $\tilde{Z} = \sqrt{\frac{\omega \mu_a}{\gamma}} e^{-i\pi/4}$ .

- 6. Коэффициент фазы

- $$\beta = \omega \sqrt{\frac{\epsilon_a \mu_a}{2} \left( \sqrt{1 + \left( \frac{\gamma}{\omega \epsilon_a} \right)^2} + 1 \right)}. \quad (1.6)$$

- Для диэлектрика  $\beta = \omega \sqrt{\epsilon_a \mu_a}$ , для проводника  $\beta = \sqrt{\frac{\omega \mu_a \gamma}{2}}$ .

- 7. Коэффициент затухания

- $$\alpha = \omega \sqrt{\frac{\epsilon_a \mu_a}{2} \left( \sqrt{1 + \left( \frac{\gamma}{\omega \epsilon_a} \right)^2} - 1 \right)}. \quad (1.7)$$

- Для диэлектрика  $\alpha \approx \frac{\gamma}{2} \sqrt{\frac{\mu_a}{\epsilon_a}}$ , для проводника  $\alpha = \sqrt{\frac{\omega \mu_a \gamma}{2}}$ .

- 8. Плотность тока проводимости  $\vec{j}_{\text{пр}} = \gamma \vec{E}_m$ .

- $$(1.8)$$

- 9. Плотность тока смещения  $\vec{j}_{\text{см}} = \omega \epsilon_a \vec{E}_m$ .

- $$(1.9)$$

- 10. Длина волны

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta} \quad (1.10)$$

- 11. Фазовая скорость

$$v_\phi = \frac{\omega}{\beta}. \quad (1.11)$$

- 12. Групповая скорость

$$v_{gp} = \frac{\partial \omega}{\partial \beta} = \frac{v_\phi}{1 - \beta \frac{\partial v_\phi}{\partial \omega}}. \quad (1.12)$$

- 13. Угол сдвига фаз между  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  в среде с потерями

$$\psi = \arctg \frac{\alpha}{\beta} = \frac{1}{2} \arctg \frac{\gamma}{\omega \epsilon_a}, \quad (1.13)$$

- 14. Классификация сред по их первичным электрическим свойствам

- $\operatorname{tg} \Delta = \frac{\gamma}{\omega \epsilon_a}$  – тангенс угла потерь.

- Если  $\text{tg}D \geq 10$ , среда является проводником. При  $\text{tg}D \leq 0,1$  – диэлектриком. При  $0,1 < \text{tg}D < 10$  среда является полупроводником.
- При  $0,1 < \text{tg}D < 10$  среда является полупроводником.
- $f_{\text{гр}} = g/2\pi\epsilon_a$  – граничная частота. При частоте электромагнитной волны  $f \leq 0,1f_{\text{гр}}$  среда по электрическим свойствам является проводником, при  $f \geq 10f_{\text{гр}}$  – диэлектриком. Если  $0,1 < f_{\text{гр}} < 10$  среда – полупроводник.

- **Примеры решения типовых задач**

- Определить граничную частоту различных сред:

- а) меди  $(\gamma = 5,7 \cdot 10^7 \text{ СМ/М}, \quad \epsilon_a \approx (1 \dots 10)\epsilon_0)$ ;

- б) сухой почвы  $(\gamma = 10^{-4} \text{ СМ/М}, \quad \epsilon_a \approx (1 \dots 5)\epsilon_0)$ ;

- в) пресной воды;

- г) морской воды  $(\gamma = 1,5 \text{ СМ/М}, \quad \epsilon_a \approx (10 \dots 80)\epsilon_0)$ ;

- Решение:  $(\gamma = 3 \text{ СМ/М}, \quad \epsilon_a \approx (10 \dots 75)\epsilon_0)$ ;

- При условии  $\gamma > 10\omega\epsilon_a$  вещество является проводником, при  $\gamma < 0,1\omega\epsilon_a$  – диэлектриком, а при

- $0,1\omega\epsilon_a < \gamma < 10\omega\epsilon_a$

- вещество обладает свойствами полупроводника.

Граничная частота определяется из равенства

- $$\gamma = 2\pi f_{\text{гр}} \epsilon_a = \omega_{\text{гр}} \epsilon_a \quad ;$$

- а) медь,  $\epsilon_a = 5\epsilon_0$

- 

$$f_{\text{гр}} = \frac{\omega_{\text{гр}}}{2\pi} = \frac{\gamma}{2\pi\epsilon_a} = \frac{5,7 \cdot 10^7}{2\pi \cdot 5 \cdot 8,84 \cdot 10^{-12}} = 2,05 \cdot 10^{17} \text{ Гц.}$$

- Таким образом, медь – хороший проводник для всего диапазона применимых в практике частот.
- б) сухая почва,  $\epsilon_a = 3\epsilon_0$

$$f_{\text{гр}} = \frac{\gamma}{2\pi\epsilon_a} = \frac{10^{-4}}{2\pi \cdot 3 \cdot 8,84 \cdot 10^{-12}} = 6 \cdot 10^5 \text{ Гц.}$$

- Сухая почва для ЭМВ, частота которой меньше  $6 \cdot 10^4$  Гц является проводником, для ЭМВ, частота которой больше  $6 \cdot 10^5$  Гц, но меньше  $6 \cdot 10^8$  Гц она обладает свойствами полупроводника, а в более высокочастотных диапазонах становится диэлектриком.

-



- в) пресная вода  $\epsilon_a = 40\epsilon_0$

- $$f_{\text{гр}} = \frac{\gamma}{2\pi\epsilon_a} = \frac{1,5}{2\pi \cdot 40 \cdot 8,84 \cdot 10^{-12}} = 6,7 \cdot 10^8 \text{ Гц.}$$

- Пресная вода для ЭМВ, частота которой меньше  $6,7 \cdot 10^7$  Гц является проводником, для ЭМВ, частота которой больше  $6,7 \cdot 10^7$  Гц, но меньше  $6,7 \cdot 10^8$  Гц, она обладает свойствами полупроводника, а в более высокочастотных диапазонах становится диэлектриком.

- г) морская вода  $\epsilon_a = 40\epsilon_0$

- $$f_{\text{гр}} = \frac{\gamma}{2\pi\epsilon_a} = \frac{3}{2\pi \cdot 35 \cdot 8,84 \cdot 10^{-12}} = 5,4 \cdot 10^{10} \text{ Гц.}$$

- Морская вода для ЭМВ, частота которой меньше  $10^9$  Гц является проводником, для ЭМВ, частота которой больше  $5,4 \cdot 10^{10}$  Гц, но меньше  $10^{11}$  Гц она обладает свойствами полупроводника, а в более высокочастотных диапазонах становится диэлектриком.

- Плоская электромагнитная волна радиостанции МВ-ДМВ диапазона с частотой 200 МГц распространяется в среде (ртуть) с параметрами  $\epsilon_a = 10^5$  и  $\mu_a = 10^5$  Гн/м. На каком расстоянии амплитуда поля уменьшится на 30 дБ?

- Решение:

- Определим характер среды

$$f_{\text{ГР}} = \frac{\gamma}{2\pi\epsilon_a} = \frac{10^5 \cdot 36\pi}{2\pi \cdot 10^9} = 18 \cdot 10^{14} \text{ Гц.}$$

- Так, как частота ЭМВ много меньше граничной частоты, то по своим свойствам среда относится к проводникам. С учетом этого коэффициент затухания определяется выражением

$$\alpha = \sqrt{\frac{\omega\mu_a\gamma}{2}} = \sqrt{\frac{2\pi \cdot 200 \cdot 10^6 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 3 \cdot 10^5}{2}} = 15,39 \cdot 10^3 \text{ 1/м;}$$

- Пусть напряженность поля в начале

$$E_{m_H} = E_{m_0} e^{-\alpha z},$$

- а в точке наблюдения

$$E_{m_K} = E_{m_0} e^{-\alpha(z+\Delta z)}$$

- Тогда затухание волны в децибелах

$$N_{[\text{дБ}]} = 20 \lg \frac{E_{m_H}}{E_{m_K}} = 20 \lg e^{\alpha \Delta z}$$

- Из этого выражения можем определить искомое расстояние

$$\Delta z = \frac{N_{[\text{дБ}]}}{20\alpha \cdot \lg(e)}$$

- Подставляя в последнюю формулу численные данные, получим

$$\Delta z = \frac{30}{20 \cdot 15,39 \cdot 10^3 \cdot \lg(e)} = 33 \text{ мм}$$

- Найти и сравнить основные параметры, характеризующие распространение плоской электромагнитной волны в меди и в морской воде ( $\gamma = 5 \text{ СМ/М}$ ), частота этой волны, излучаемой радиостанцией равна 4 МГц.
- Решение:
- К основным параметрам, характеризующим распространение плоских волн относятся:
  - коэффициент распространения  $\beta$  ;
  - коэффициент фазы  $\alpha$  ;
  - коэффициент затухания  $\alpha$  ;
  - фазовая скорость  $v_{\text{ф}}$  ;
  - длина волны  $\lambda$  ;
  - волновое сопротивление  $Z$  ;
  - угол сдвига фаз  $\psi$  между составляющими поля  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  ;
  - глубина проникновения  $d$ .

- Нетрудно определить, что на заданной частоте для морской воды

- $$\frac{\gamma}{\omega \varepsilon_a} = \frac{5}{2\pi \cdot 4 \cdot 10^6 \cdot 78 \cdot 8,84 \cdot 10^{-12}} = 291;$$

- для меди

$$\frac{\gamma}{\omega \varepsilon_a} = \frac{5,7 \cdot 10^7}{2\pi \cdot 4 \cdot 10^6 \cdot 8,84 \cdot 10^{-12}} = 2,57 \cdot 10^{11},$$

- то есть обе среды являются проводниками, поэтому для них коэффициенты фазы и затухания определяются по формуле

$$\alpha = \beta = \sqrt{\frac{\omega \mu_a \gamma}{2}}.$$

- Поэтому, для морской воды

$$\alpha = \beta = \sqrt{\frac{2\pi \cdot 4 \cdot 10^6 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 5}{2}} = 8,88 \text{ 1/м};$$

$$|k| = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2} = \sqrt{(8,88)^2 + (8,88)^2} = 12,56 \text{ 1/м};$$

- для меди

$$\alpha = \beta = \sqrt{\frac{2\pi \cdot 4 \cdot 10^6 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 5,7 \cdot 10^7}{2}} = 3 \cdot 10^4 \text{ 1/м};$$

$$|k| = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2} = \sqrt{(3 \cdot 10^4)^2 + (3 \cdot 10^4)^2} = 4,24 \cdot 10^4 \text{ 1/м}.$$

- Фазовая скорость определяется выражением  $v_{\phi} = \frac{\omega}{\beta}$

- для морской воды

$$v_{\phi} = \frac{2\pi \cdot 4 \cdot 10^6}{8,88} = 2,83 \cdot 10^6 \text{ м/с};$$

- для меди:  $v_{\phi} = \frac{2\pi \cdot 4 \cdot 10^6}{3 \cdot 10^4} = 838 \text{ м/с};$

- Длина волны  $\lambda = 2\pi/\beta$ , тогда

- для морской воды:  $\lambda = 2\pi/8,88 = 0,71 \text{ м};$

- для меди:  $\lambda = \frac{2\pi}{3 \cdot 10^4} = 2,09 \cdot 10^{-4} \text{ м}.$

- Волновое сопротивление  $|Z| = \sqrt{\omega\mu_a/\gamma}$

- для морской воды:  $|Z| = \sqrt{2\pi \cdot 4 \cdot 10^6 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} / 5} = 2,54 \text{ Ом};$

- для меди:  $|Z| = \sqrt{\frac{2\pi \cdot 4 \cdot 10^6 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}}{5,7 \cdot 10^7}} = 7,39 \cdot 10^{-4} \text{ Ом}$
- Поскольку коэффициенты фазы и затухания для морской воды и меди одинаковы, то угол сдвига фаз  $\varphi = \arctg(\alpha/\beta) = 45^\circ$

и для морской воды, и для меди.

- Глубина проникновения

$$\delta = \frac{1}{\alpha \sqrt{\pi f \mu_0 \gamma}}$$

- для морской воды  $\delta = \frac{1}{\sqrt{\pi f \mu_0 \gamma}} = \frac{1}{\sqrt{\pi \cdot 4 \cdot 10^6 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 5}} = 0,11 \text{ м}$

- для меди  $\delta = \frac{1}{\sqrt{\pi f \mu_0 \gamma}} = \frac{1}{\sqrt{\pi \cdot 4 \cdot 10^6 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 5,7 \cdot 10^7}} = 3,29 \cdot 10^{-5} \text{ м}$



- **Контрольные вопросы:**

- 1. Дайте определение плоской электромагнитной волны.
- 2. Что относится к основным параметрам плоских электромагнитных волн, дайте их определения и запишите расчетные формулы.
- 3. Поясните деление сред по их электрическим свойствам на проводники и диэлектрики.
- 4. Дайте определение и поясните физический смысл параметров среды: коэффициента фазы и коэффициента затухания.

-

- 5. Перечислите виды поляризации ЭМВ и дайте их определения.
- 6. Дайте определение явления дисперсии и назовите ее виды.
- 7. Что называется поверхностным эффектом?
- 8. Что такое глубина проникновения?
- 9. Дайте определение групповой скорости.
- 10. Поясните взаимосвязь между групповой и фазовой скоростями.