5. Моменты случайной величины

a. Моментом (начальным моментом) порядка $\boldsymbol{k}$ с.в. **X** наз. число $\nu_k = E(X^k), \quad k = 1,2,...$

$$\nu_k = \int_{-\infty}^{\infty} x^k f(x)dx, \quad \nu_k = \sum_{i=1}^{n} x_i^k p_i$$

b) Центральным моментом порядка $\boldsymbol{k}$ с.в. X наз. число

$$\mu_k = E(X - E(X))^k; \quad k = 1,2,...$$

$$\mu_k = \int_{-\infty}^{\infty} (x - E(X))^k f(x)dx, \quad \mu_k = \sum_{i=1}^{n} (x_i - E(X))^k p_i;$$

$$A = \frac{\mu_3}{\sigma^3(X)} -$$ коэффициент асимметрии

Если A>0, то кривая распределения более полога справа от моды.

Если A<0, то кривая распределения более полога слева от моды.

Для нормального закона распределения A=0.

μ_4 – характеристика крутости (островершинности или плосковершинности) распределения.

$$E = \frac{\mu_4}{\sigma^4} - 3$$ - коэф-т эксцесса.

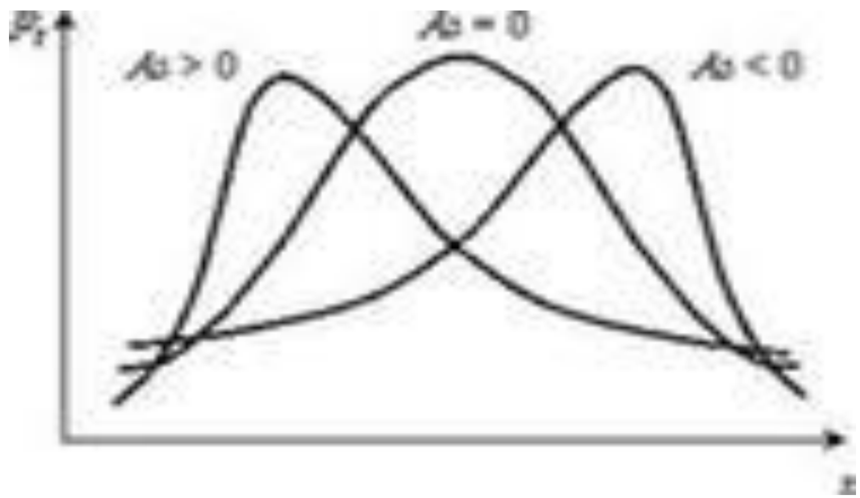
Для нормального распределения E=0.

Если некоторое распределение имеет $E \neq 0$, то кривая этого распределения отличается от нормальной кривой.

Если E>0, то кривая имеет более высокую и острую вершину, чем нормальная кривая.

Если E<0, то сравниваемая кривая имеет более низкую и плоскую вершину, чем норм. кривая.

При этом, нормальное и сравниваемое с ним распределение имеют одинаковые м.о. и дисперсии.



P_t
$A_s > 0$
$A_s = 0$
$A_s < 0$
x

Распределение функций нормальных с.в.

1. Распределение χ^2 («хи квадрат») или Пирсона

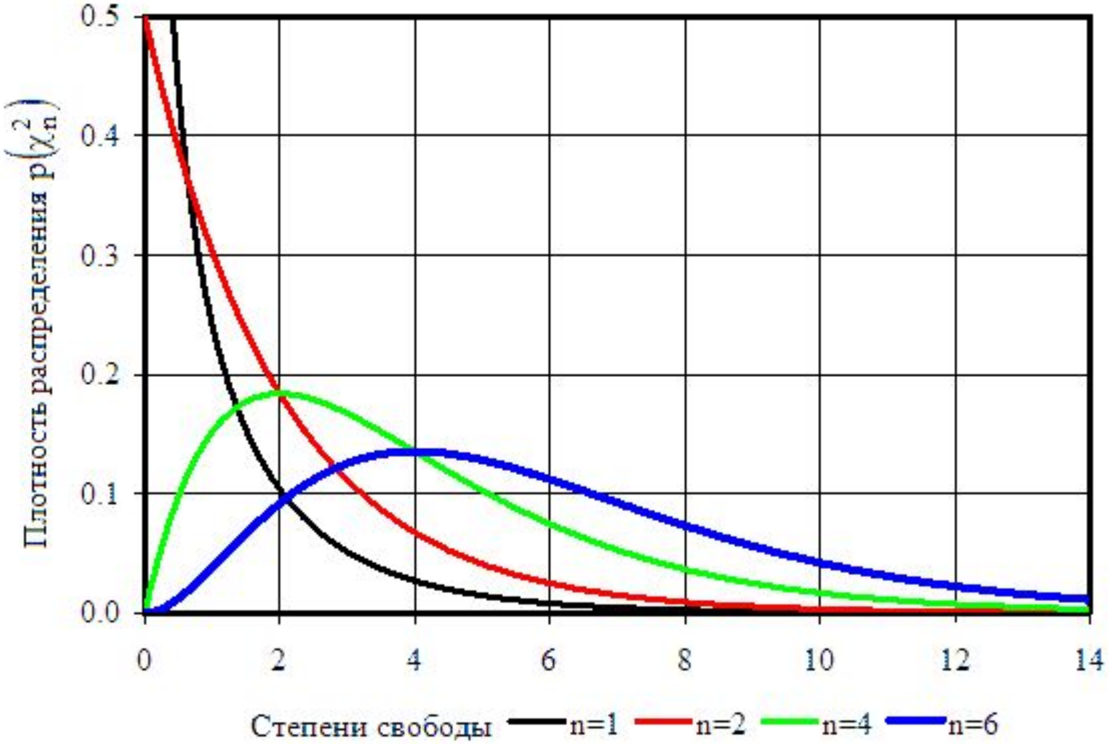
X_i , $i = 1,2, \dots, k$, -независимые с.в.

$X_i \in N(0,1)$

$$\chi_k^2 = \sum_{i=1}^{k} X_i^2 -$$ распределена по закону χ^2 с $\boldsymbol{k}$ степенями свободы.

Функция плотности:

$$f_{\chi^2}(x) = \begin{cases} \dfrac{x^{\frac{k}{2}-1} e^{-\frac{x}{2}}}{2^{\frac{k}{2}} \Gamma(\frac{k}{2})}, & x > 0, \\ 0, & x \le 0. \end{cases}$$



0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0.0
Плотность распределения $p(\chi_n^2)$
0
2
4
6
8
10
12
14
Степени свободы
n=1
n=2
n=4
n=6

2. Распределение Стьюдента (t- распределение).

Пусть $Z \in N(0,1).$

$$t = \frac{Z}{\sqrt{\frac{\chi_k^2}{k}}}$$

имеет распределение Стьюдента с **к** степенями свободы

Сходимость последовательности с.в. по вероятности.

Опр. Последовательность с.в. $X_1, X_2, \ldots, X_n, \ldots$ сходится по вероятности к числу a, если для любого ε>0

$$P\{|X_n - a| < \varepsilon\} \underset{n\to\infty}{\to} 1$$