

5. Моменты случайной величины

- а. Моментом (начальным моментом) порядка k с.в. X наз. число $\nu_k = E(X^k)$, $k = 1, 2, \dots$

$$\nu_k = \int_{-\infty}^{\infty} x^k f(x) dx, \quad \nu_k = \sum_{i=1}^n x_i^k p_i$$

- б) Центральным моментом порядка k с.в. X наз. число

$$\mu_k = E(X - E(X))^k; \quad k = 1, 2, \dots$$

$$\mu_k = \int_{-\infty}^{\infty} (x - E(X))^k f(x) dx, \quad \mu_k = \sum_{i=1}^n (x_i - E(X))^k p_i;$$

$$A = \frac{\mu_3}{\sigma^3(X)} - \text{коэффициент асимметрии}$$

Если $A > 0$, то кривая распределения более пологая справа от моды.

Если $A < 0$, то кривая распределения более пологая слева от моды.

Для нормального закона распределения $A = 0$.

μ_4 – характеристика крутости (островершинности или плосковершинности) распределения.

$$E = \frac{\mu_4}{\sigma^4} - 3 - \text{коэф-т эксцесса.}$$

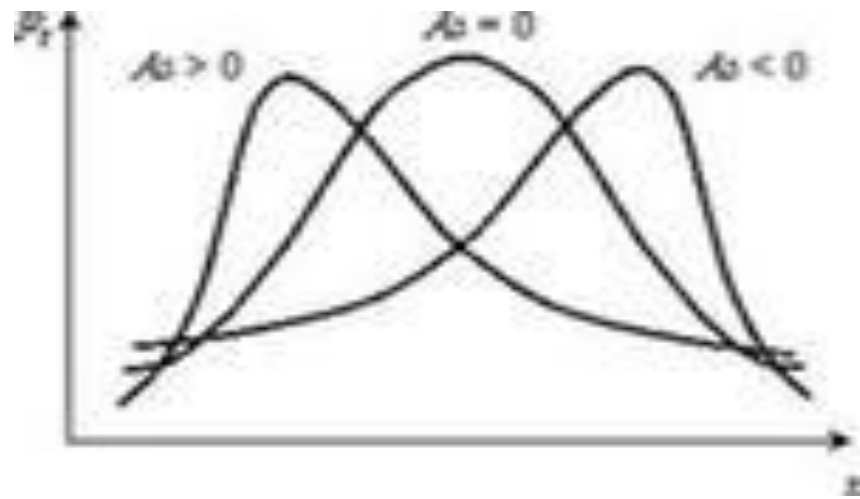
Для нормального распределения $E = 0$.

Если некоторое распределение имеет $E \neq 0$, то кривая этого распределения отличается от нормальной кривой.

Если $E > 0$, то кривая имеет более высокую и острую вершину, чем нормальная кривая.

Если $E < 0$, то сравниваемая кривая имеет более низкую и плоскую вершину, чем норм. кривая.

При этом, нормальное и сравниваемое с ним распределение имеют одинаковые м.о. и дисперсии.



Распределение функций нормальных с.в.

1. Распределение χ^2 («хи квадрат») или Пирсона

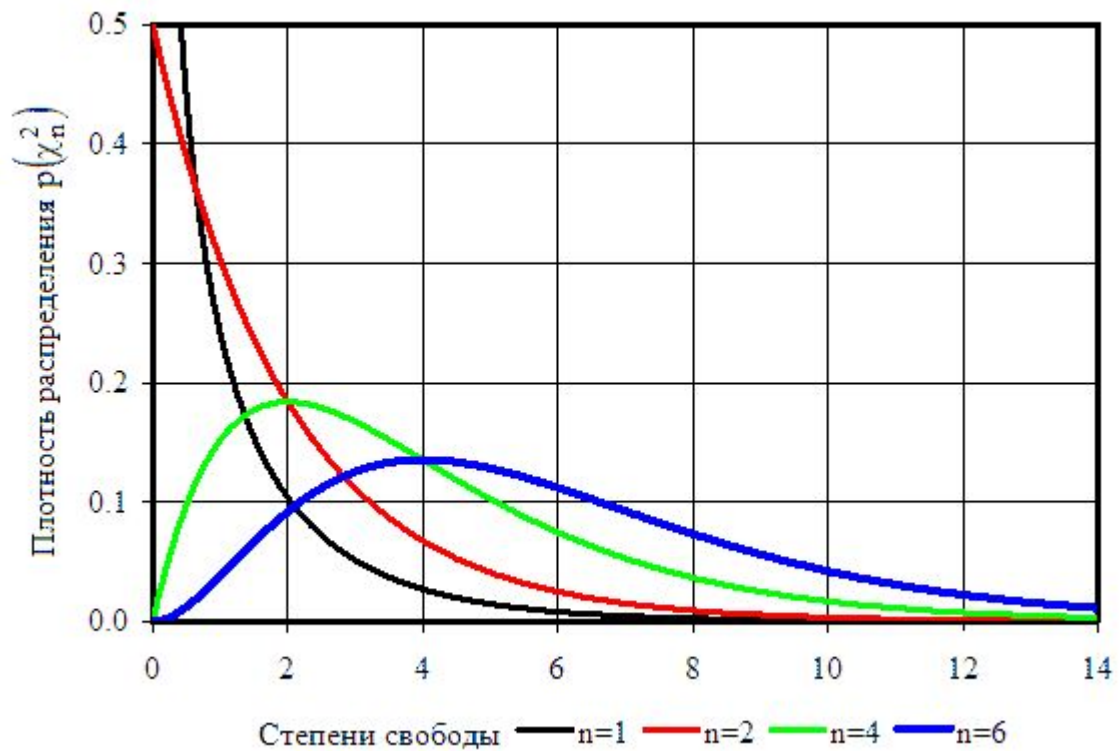
$X_i, i = 1, 2, \dots, k$, -независимые с.в.

$X_i \in N(0,1)$

$\chi_k^2 = \sum_{i=1}^k X_i^2$ — распределена по закону χ^2 с k степенями свободы.

Функция плотности:

$$f_{\chi^2}(x) = \begin{cases} \frac{x^{\frac{k}{2}-1} e^{-\frac{x}{2}}}{2^{\frac{k}{2}} \Gamma(\frac{k}{2})}, & x > 0, \\ 0, & x \leq 0. \end{cases}$$



2. Распределение Стьюдента (t- распределение).

Пусть $Z \in N(0,1)$.

$$t = \frac{Z}{\sqrt{\frac{\chi^2_k}{k}}}$$

имеет распределение Стьюдента с k степенями
свободы

Сходимость последовательности с.в.
по вероятности.

Опр. Последовательность с.в. $X_1, X_2, \dots, X_n, \dots$ сходится по вероятности к числу a , если для любого $\varepsilon > 0$

$$P\{|X_n - a| < \varepsilon\} \xrightarrow{n \rightarrow \infty} 1$$