

**Дифференцирование  
функции  $y = f(kx + m)$**

# Упражнение:

$$\begin{aligned} (\sin x)' &= \cos x \\ (\cos x)' &= -\sin x \end{aligned}$$

Вычислить производные, используя правила дифференцирования:

$$(tg x)' = \left( \frac{\sin x}{\cos x} \right)' = \frac{(\sin x)' \cdot \cos x - \sin x \cdot (\cos x)'}{\cos^2 x} = \frac{\cos^2 x + \sin^2 x}{\cos^2 x} = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$(ctg x)' = \left( \frac{\cos x}{\sin x} \right)' = \frac{(\cos x)' \cdot \sin x - \cos x \cdot (\sin x)'}{\sin^2 x} = \frac{-(\sin^2 x + \cos^2 x)}{\sin^2 x} =$$

$$= -\frac{1}{\sin^2 x}$$

# Производные основных функций:

$$(\dot{C})' = 0$$

$$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$(x)' = 1$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(kx + m)' = k$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(x^n)' = nx^{n-1}$$

$$(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$$

$$(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$$

$$((5x + 3)^3)' = 3 \cdot (5x + 3)^2 \cdot 5 = 15(5x + 3)^2$$

 линейная функция

$$(\cos(7x - 3))' = -\sin(7x - 3)$$

 линейная функция

$$(kx + m)' = k$$

$$(f(kx + m))' = kf'(kx + m)$$

$$((kx + m)^n)' = kn(kx + m)^{n-1}$$

$$\left(\frac{1}{kx + m}\right)' = -\frac{k}{(kx + m)^2}$$

$$(\sqrt{kx + m})' = \frac{k}{2\sqrt{kx + m}}$$

$$(\sin(kx + m))' = k \cdot \cos(kx + m)$$

$$(\cos(kx + m))' = -k \cdot \sin(kx + m)$$

$$(\operatorname{tg}(kx + m))' = \frac{k}{\cos^2(kx + m)}$$

$$(\operatorname{ctg}(kx + m))' = -\frac{k}{\sin^2(kx + m)}$$

**Пример:**  $(f(kx + m))' = kf'(kx + m)$

Найти значения аргумента, удовлетворяющие условию  $f'(x) = g'(x)$ , если:

$$f(x) = \sin(2x - 3), g(x) = \cos(2x - 3).$$

Решение:

$$f'(x) = 2 \cos(2x - 3)$$

$$2x = 3 - \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in Z$$

$$g'(x) = -2 \sin(2x - 3)$$

$$x = 1,5 - \frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{2}, k \in Z$$

=

$$\cos(2x - 3) \neq 0$$

$$\cos(2x - 3) = 0 \Rightarrow 2x - 3 = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in Z$$

$$-1 = \operatorname{tg}(2x - 3)$$

$$2x - 3 = -\frac{\pi}{4} + \pi k, k \in Z$$

$$\text{Ответ: } x = 1,5 - \frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{2}, k \in Z.$$

# Пример:

● Найти значения аргумента, удовлетворяющие условию  $f'(x) = g'(x)$ , если:

$$f(x) = 2\sqrt{3x - 10}, \quad g(x) = 2\sqrt{14 + 6x}.$$

Решение:

$$f'(x) = \frac{3}{2\sqrt{3x - 10}}$$

$$g'(x) = \frac{3}{\sqrt{14 + 6x}}$$

$$\text{ОДЗ: } 3x - 10 > 0, \quad 14 + 6x > 0$$

$$3x > 10, \quad 6x > -14$$

$$x > 3\frac{1}{3}, \quad x > -2\frac{1}{3}$$

$$x > 3\frac{1}{3}$$

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{3x - 10} = \sqrt{14 + 6x} \Leftrightarrow 4(3x - 10) = 14 + 6x \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 12x - 40 = 14 + 6x \Leftrightarrow 6x = 54 \Leftrightarrow x = 9$$

Ответ:  $x = 9$ .