Дифференцирование функции $y = f(kx + m)$

Упражнение:

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2}$$

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

- Вычислить производные, используя правила дифференцирования:

$$(tg\, x)' = \left(\frac{\sin x}{\cos x}\right)' = \frac{(\sin x)' \cdot \cos x - \sin x \cdot (\cos x)'}{\cos^2 x} = \frac{\cos^2 x + \sin^2 x}{\cos^2 x} = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$(ctg\, x)' = \left(\frac{\cos x}{\sin x}\right)' = \frac{(\cos x)' \cdot \sin x - \cos x \cdot (\sin x)'}{\sin^2 x} = \frac{-(\sin^2 x + \cos^2 x)}{\sin^2 x} =$$

$$= -\frac{1}{\sin^2 x}$$

Производные основных функций:

- $(C)' = 0$

$(x)' = 1$

$(kx + m)' = k$

$(x^n)' = nx^{n-1}$

$\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$

$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

$(sin\, x)' = cos\, x$

$(cos\, x)' = -sin\, x$

$(tg\, x)' = \frac{1}{cos^2 x}$

$(ctg\, x)' = -\frac{1}{sin^2 x}$

$$((5x+3)^3)' = \quad \cdot \quad (5x+3)^{3-1} = 15(5x+3)^2$$

линейная функция

$$(\cos(7x-3))' = - \quad \sin(7x-3)$$

линейная функция

$$(kx+m)' = k$$

$$(f(kx+m))' = kf'(kx+m)$$

$$((kx+m)^n)' = kn(kx+m)^{n-1}$$

$$\left(\frac{1}{kx+m}\right)' = -\frac{k}{(kx+m)^2}$$

$$\left(\sqrt{kx+m}\right)' = \frac{k}{2\sqrt{kx+m}}$$

$$(sin(kx+m))' = k \cdot cos(kx+m)$$

$$(cos(kx+m))' = -k \cdot sin(kx+m)$$

$$(tg(kx+m))' = \frac{k}{cos^2(kx+m)}$$

$$(ctg(kx+m))' = -\frac{k}{sin^2(kx+m)}$$

Пример: $(f(kx+m))' = kf\,'(kx+m)$

- Найти значения аргумента, удовлетворяющие условию $f'(x) = g'(x)$, если:

$f(x) = \boldsymbol{sin(2x-3)}$, $g(x) = \boldsymbol{cos(2x-3)}$.

Решение:

$$f'(x) = 2\,cos(2x-3)$$

$$g'(x) = -2\,sin(2x-3)$$

$$=$$

$$cos(2x-3) \neq 0$$

$$-1 = tg\,(2x-3)$$

$$2x-3 = -\frac{\pi}{4} + \pi k, k \in Z$$

$$2x = 3 - \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in Z$$

$$x = 1{,}5 - \frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{2}, k \in Z$$

$$cos(2x-3) = 0 \Rightarrow 2x-3 = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in Z$$

Ответ: $x = 1{,}5 - \frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{2}, k \in Z$.

Пример:

- Найти значения аргумента, удовлетворяющие условию $f'(x) = g'(x)$, если:

$f(x) = 2\sqrt{\mathbf{3x - 10}}$, $g(x) = 2\sqrt{\mathbf{14 + 6x}}$.

ОДЗ: $3x - 10 > 0, \qquad 14 + 6x > 0$

$3x > 10, \qquad 6x > -14$

$x > 3\frac{1}{3}, \qquad x > -2\frac{1}{3}$

$$x > 3\frac{1}{3}$$

Решение:

$$f'(x) = \frac{3}{2\sqrt{3x - 10}}$$

$$g'(x) = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\mathbf{3}}{\sqrt{\mathbf{14 + 6x}}}$$

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{3x - 10} = \sqrt{14 + 6x} \Leftrightarrow 4(3x - 10) = 14 + 6x \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 12x - 40 = 14 + 6x \Leftrightarrow 6x = 54 \Leftrightarrow x = 9$$

Ответ: $x = 9$.