ПОВТОРЕНИЕ. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ НА КЛАССИЧЕСКОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТИ.

1. В случайном эксперименте бросают три игральные кости. Найдите вероятность того, что сумма выпавших очков равна 16. Результат округлите до сотых.

Решение:
Общее число исходов: N=6х6х6=216,
m=6, так как благоприятны события:
6+6+4, 6+4+6, 4+6+6, 5+5+6, 5+6+5, 6+5+5
Р(А)= 1:36=0,03
Ответ: 0,03

В случайном эксперименте симметричную монету бросают четырежды. Найдите вероятность того, что орел не выпадет ни разу.

Решение: Всего исходов N=2х2х2х2=16.
Событие, удовлетворяющее условию, когда все четыре раза выпадет решка РРРР, значит m=1.
Р(А)=1/16=0,0625
Ответ: 0,0625

.В классе 33 учащихся, среди них два друга — Михаил и Олег. Класс случайным образом разбивают на 3 равные группы. Найдите вероятность того, что Михаил и Олег окажутся в одной группе.

Решение: В каждой группе будет по 11 человек. Пусть Михаил попал в первую группу. Значит любой из оставшихся 32 может попасть в эту группу. В первую группу, кроме Михаила, попадут ещё 10 человек.

N=32, m=10. P(A)=10/32=0,3125.

Ответ: 0,3125

16. Фабрика выпускает сумки. В среднем на 136 качественных сумок приходится 14 сумок, имеющих скрытые дефекты. Найдите вероятность того, что выбранная в магазине сумка окажется с дефектами. Результат округлите до сотых.

Решение: Всего сумок: N=136+14=150.
A={сумка окажется с дефектами}, m=14.
P(A)=14/150=0,09

Ответ: 0,09.

4 Если гроссмейстер А играет белыми, то он выигрывает у В с вероятностью 0,45, а если черными,то с вероятностью 0,4. Гроссмейстеры играют две шахматные партии, причем во второй партии меняют цвет фигур. Найти вероятность, что А выиграет оба раза..

Можно ли решить данную задачи с помощью классического определения вероятности?

ТЕОРЕМЫ СЛОЖЕНИЯ И УМНОЖЕНИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

Суммой двух событий А и В называют событие С, состоящее в том, что в результате испытания наступает хотя бы одно из событий А и В.
Обозначение С=А+В
Аналогично определяется сумма большего числа событий
Приведем простые примеры:
1. два студента сдают экзамен. Событие А – экзамен сдал первый студент, событие В – экзамен сдал второй студент. Тогда С=А+В означает, что экзамен сдал хотя бы один студент.
Очевидно, что примеров суммы событий бесчисленно

ПОВТОРЯЕМ!

Теорема

Вероятность суммы двух несовместных событий А и В равна сумме вероятностей этих событий т.е

$P(A+B)=P(A)+P(B)$

Замечание: Аналогично определяется вероятность суммы большего числа событий

НЕСОВМЕСТНЫЕ СОБЫТИЯ????

Совместные и несовместные события

События называются несовместными, если появление одного из них исключает появление других. То есть, может произойти только одно определённое событие, либо другое.

Например, бросая игральную кость, можно выделить такие события, как выпадение четного числа очков и выпадение нечетного числа очков. Эти события несовместны.

События называются совместными, если наступление одного из них не исключает наступления другого.

Например, бросая игральную кость, можно выделить такие события, как выпадение нечетного числа очков и выпадение числа очков, кратных трем. Когда выпадает три, реализуются оба события.

Сумма событий

Суммой (или объединением) нескольких событий называется событие, состоящее в наступлении хотя бы одного из этих событий.

При этом **сумма двух несовместных событий** есть сумма вероятностей этих событий:

$$P(A+B) = P(A) + P(B)$$

Например: Какова вероятность того, что при одном подбрасывании игрального кубика, выпадет 5 или 6 очков?

Решение: *вероятность выпадения 5 или 6 очков на игральном кубике при одном броске, будет* $\frac{1}{3}$*, потому что оба события (выпадение 5, выпадение 6) неовместны и вероятность реализации одного или второго события вычисляется следующим образом:* $\frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

Вероятность же **суммы двух совместных событий** равна сумме вероятностей этих событий без учета их совместного появления:

$$P(A+B)=P(A)+P(B)-P(AB)$$

Например, в торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Вероятность того, что к концу дня в автомате закончится кофе, равна 0,3. Вероятность того, что кофе закончится в обоих автоматах, равна 0,12. Найдем вероятность того, что к концу дня кофе закончится хотя бы в одном из автоматов (то есть или в одном, или в другом, или в обоих сразу).

Вероятность первого события «кофе закончится в первом автомате» также как и вероятность второго события «кофе закончится во втором автомате» по условию равна 0,3. События являются совместными.

Вероятность совместной реализации первых двух событий по условию равна 0,12.

Значит, вероятность того, что к концу дня кофе закончится хотя бы в одном из автоматов есть

$$0,3+0,3-0,12=0,48;$$

Зависимые и независимые события

Два случайных события А и В называются независимыми, если наступление одного из них не изменяет вероятность наступления другого. В противном случае события А и В называют зависимыми.

Например, при одновременном броске двух кубиков выпадение на одном из них, скажем 1, и на втором 5, – независимые события.

Произведение вероятностей

Произведением (или пересечением) нескольких событий называется событие, состоящее в совместном появлении всех этих событий.

Если происходят два **независимых события** А и В с вероятностями соответственно Р(А) и Р(В), то вероятность реализации событий А и В одновременно равна произведению вероятностей:

$$P(AB) = P(A) \cdot P(B)$$

Например, нас интересует выпадение на игральном кубике два раза подряд шестерки. Оба события независимы и вероятность реализации каждого из них по отдельности – $\frac{1}{6}$*. Вероятность того, что произойдут оба эти события будет вычисляться по указанной выше формуле:* $\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$.

Вернемся к

4 Если гроссмейстер А играет белыми, то он выигрывает у В с вероятностью 0,45, а если черными,то с вероятностью 0,4. Гроссмейстеры играют две шахматные партии, причем во второй партии меняют цвет фигур. Найти вероятность, что А выиграет оба раза..

О КАКИХ СОБЫТИЯХ ИДЁТ РЕЧЬ?

Решение: Возможность выиграть первую и вторую партию не зависят друг от друга. Вероятность произведения независимых событий равна произведению их вероятностей:

P(A)=0,45

P(B)=0,4

P(AB)=0,45x0,4=0,18

Ответ: 0,18.

РЕШАЕМ ЗАДАЧИ НА СЛОЖЕНИЕ И УМНОЖЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

Задача 1. На экзамене по геометрии школьнику достаётся один вопрос из списка экзаменационных вопросов. Вероятность того, что это вопрос на тему «Внешние углы», равна 0,35. Вероятность того, что это вопрос на тему «Вписанная окружность», равна 0,2. Вопросов, которые одновременно относятся к этим двум темам, нет. Найдите вероятность того, что на экзамене школьнику достанется вопрос по одной из этих двух тем.

Решение:

События «Достанется вопрос по теме Вписанные углы» и «Достанется вопрос по теме вписанная окружность» – несовместные. Значит, вероятность того, что на экзамене школьнику достанется вопрос по одной из этих двух тем равна сумме вероятностей этих событий: 0,35+0,2=0,55.

Ответ: 0,55.

Задача 2. Две фабрики выпускают одинаковые стекла для автомобильных фар. Первая фабрика выпускает 70% этих стекол, вторая – 30%. Первая фабрика выпускает 1% бракованных стекол, а вторая – 3%. Найдите вероятность того, что случайно купленное в магазине стекло окажется бракованным.

.

Решение:

Ситуация 1:

Стекло оказывается с первой фабрики (вероятность события 0,7) **и (умножение)** оно бракованное (вероятность события 0,01).

То есть должны произойти оба события. На языке теории вероятностей это означает произведение вероятностей каждого из событий:

$$0,7 \cdot 0,01 = 0,007.$$

Ситуация 2:

Стекло оказывается со второй фабрики (вероятность события 0,3) **и** оно бракованное (вероятность события 0,03):

$$0,3 \cdot 0,03 = 0,009.$$

Поскольку при покупке стекла мы оказываемся в ситуации 1 **или (сумма)** в ситуации 2, то по формуле суммы вероятностей несовместных событий получаем:

$$0,007 + 0,009 = 0,016.$$

Ответ: 0,016.

Задача 3. В тоговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Вероятность того, что к концу дня в автомате закончится кофе, равна 0,3. Вероятность того, что кофе закончится в обоих автоматах, равна 0,16. Найдите вероятность того, что к концу дня кофе останется в обоих автоматах.

Решение:

Вероятность события A: «кофе закончится в первом автомате» P(A) равна 0,3.

Вероятность события B: «кофе закончится во втором автомате» P(B) равна 0,3.

Вероятность события A·B: «кофе закончится в обоих автоматах» P(A·B) равна 0,16.

Вероятность суммы двух совместных событий A+B, есть сумма их вероятностей без вероятности события A·B:

$$P(A+B) = P(A) + P(B) - P(A \cdot B);$$
$$P(A+B) = 0,3 + 0,3 - 0,16 = 0,44;$$

Нас же интересует вероятность события, противоположного событию A+B. Действительно, всего возможны 4 события, три из них, помеченные желтым цветом, отвечают событию A+B:

$++$	$-+$
$+-$	$--$

Кофе остался: +
Кофе закончился: -

$$P = 1 - 0,44 = 0,56;$$

Ответ: 0,56.

Задача 5. Биатлонист 5 раз стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,85. Найдите вероятность того, что биатлонист первые 3 раза попал в мишени, а последние два промахнулся. Результат округлите до сотых.

Решение:

Биатлонист попадает в мишень первый раз **и (умножение)** второй, **и** третий:
$0,85 \cdot 0,85 \cdot 0,85 = 0,614125$

Так как вероятность попадания в цель – $0,85$, то вероятность противоположного события, промаха, – $1 - 0,85 = 0,15.$

Биатлонист промахнулся при четвертом выстреле **и** при пятом:

$0,15 \cdot 0,15 = 0,0225$

Тогда вероятность того, что биатлонист первые 3 раза попал в мишень, а (**и!**) последние два промахнулся такова:

$0,614125 \cdot 0,0225 = 0,0138... \approx 0,01.$

Ответ: 0,01.

Задача 6. Вероятность того, что новый пылесос прослужит больше года, равна 0,92. Вероятность того, что он прослужит больше двух лет, равна 0,84. Найдите вероятность того, что он прослужит меньше двух лет, но больше года.

Решение:

Рассмотрим следующие события:

А – «пылесос прослужит больше года, но меньше 2»,

В – «пылесос прослужит больше 2-х лет»,

С – «пылесос прослужит больше года».

Событие С есть сумма совместных событий А и В, то есть

$$P(C) = P(A + B) = P(A) + P(B) - P(AB).$$

Но $P(AB) = 0$, так как не может одновременно произойти и А, и В.

Поэтому $0,92 = P(A) + 0,84.$

Откуда $P(A) = 0,08.$

Ответ: 0,08.

Задача 7. Ковбой Джон попадает в муху на стене с вероятностью 0,9, если стреляет из пристрелянного револьвера. Если Джон стреляет из непристрелянного револьвера, то он попадает в муху с вероятностью 0,3. На столе лежит 10 револьверов, из них только 4 пристрелянные. Ковбой Джон видит на стене муху, наудачу хватает первый попавшийся револьвер и стреляет в муху. Найдите вероятность того, что Джон промахнётся.

Решение:

Джон хватает пристрелянный револьвер (вероятность этого $\frac{4}{10}$) **и** промахивается (вероятность $1-0,9=0,1$). Вероятность этого события $\frac{4}{10}\cdot 0,1=0,04;$

Джон хватает непристрелянный револьвер (вероятность этого $\frac{6}{10}$) **и** промахивается (вероятность $1-0,3=0,7$). Вероятость этого события $\frac{6}{10}\cdot 0,7=0,42;$

Джон может схватить пристрелянный револьвер и промахнуться **или** схватить непристрелянный револьвер и промахнуться, поэтому искомая вероятность есть:

$$0,04+0,42=0,46;$$

Ответ: 0,46.

Задача 8 - В Волшебной стране бывает два типа погоды: хорошая и отличная, причём погода, установившись утром, держится неизменной весь день. Известно, что с вероятностью 0,8 погода завтра будет такой же, как и сегодня. 3 августа погода в Волшебной стране хорошая. Найдите вероятность того, что 6 августа в Волшебной стране будет отличная погода.

Возможны следующие события (при условии, что 3 августа хорошая погода):

A) XXXX

B) XOXX

C) XXOX

D) XXXO

E) XOOX

F) XXOO

J) XOOO

H) XOXO

(Мы отметили за «X» – «хорошая погода», «O» – «отличная погода»)

Интересующие нас события (6 августа – отличная погода): D, F, J, H.

Событие D: XXXO произойдет с вероятностью $0,8 \cdot 0,8 \cdot 0,2 = 0,128;$

Событие F: XXOO произойдет с вероятностью $0,8 \cdot 0,2 \cdot 0,8 = 0,128;$

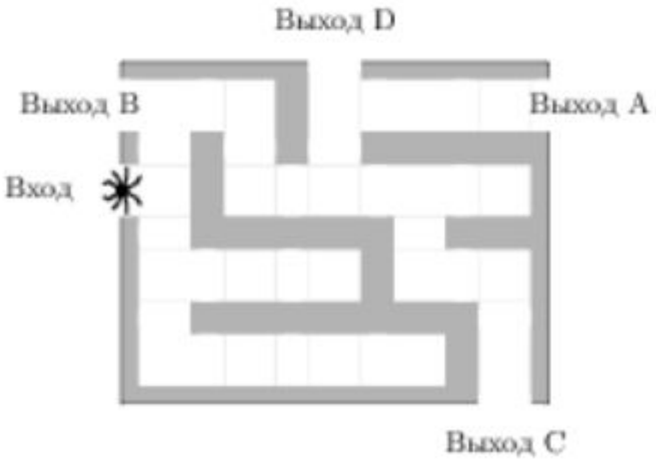
Событие J: XOOO произойдет с вероятностью $0,2 \cdot 0,8 \cdot 0,8 = 0,128;$

Событие H: XOXO произойдет с вероятностью $0,2 \cdot 0,2 \cdot 0,2 = 0,008;$

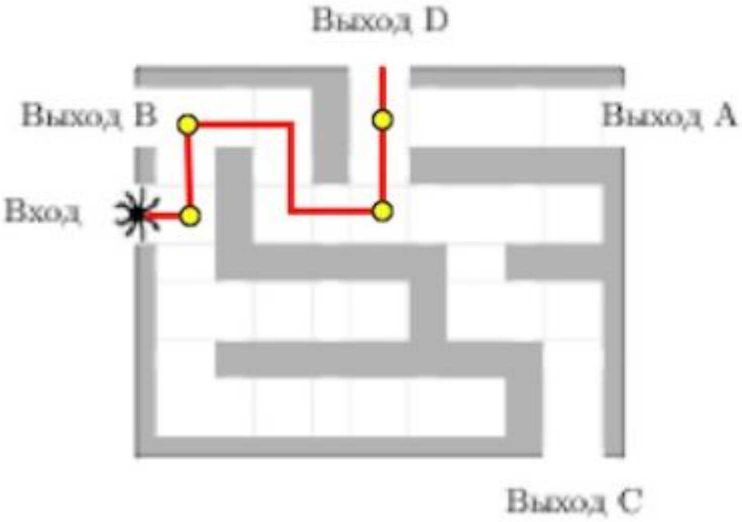
Тогда вероятность того, что 6 августа в Волшебной стране будет отличная погода есть $3 \cdot 0,128 + 0,008 = 0,392.$

Ответ: 0,392.

Задача 9 На рисунке изображён лабиринт. Паук заползает в лабиринт в точке «Вход». Развернуться и ползти назад паук не может, поэтому на каждом разветвлении паук выбирает один из путей, по которому ещё не полз. Считая, что выбор дальнейшего пути чисто случайный, определите, с какой вероятностью паук придёт к выходу D.



Решение:



На своем пути паук встречает четыре развилки. И на каждой развилке паук может выбрать путь, ведущий к выходу D, с вероятностью 0,5 (ведь на каждой развилке возможны два независимых равновозможных события: «выбор верного пути» и «выбор неверного пути»). Паук дойдет до выхода D, если выберет «верный путь» на первой развилке **и** на второй, **и** на третьей, **и** на четвертой, то есть к выходу D паук придет с вероятностью, равной $0,5 \cdot 0,5 \cdot 0,5 \cdot 0,5 = 0,0625.$

Ответ: 0,0625.

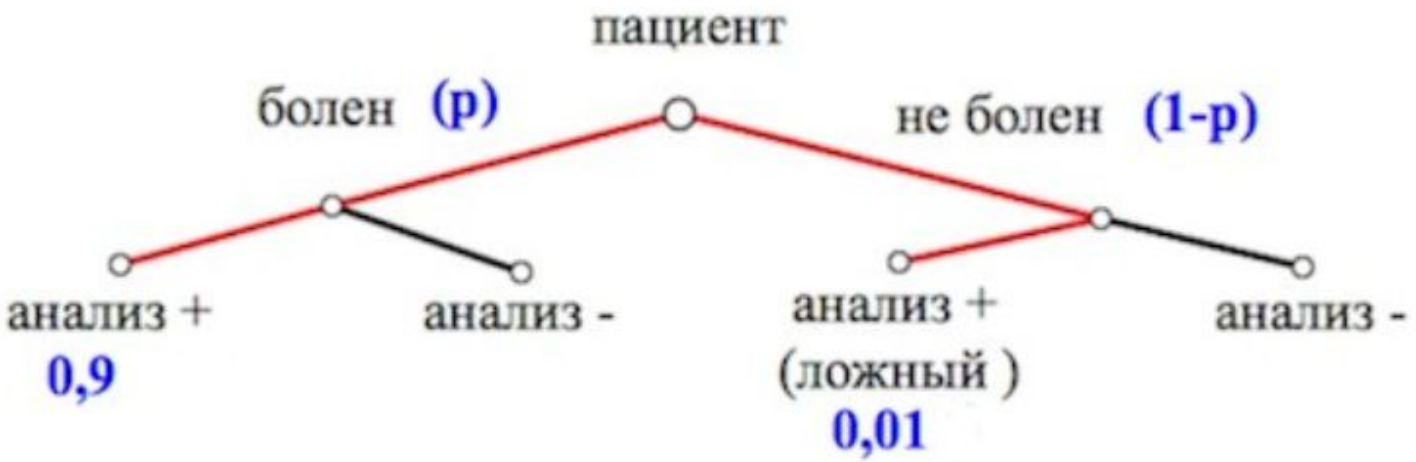
Задача 10. Всем пациентам с подозрением на гепатит делают анализ крови. Если анализ выявляет гепатит, то результат анализа называется положительным. У больных гепатитом пациентов анализ дает положительный результат с вероятностью 0,9. Если пациент не болен гепатитом, то анализ может дать ложный положительный результат с вероятностью 0,01. Известно, что у 6% пациентов с подозрением на гепатит анализ дает положительный результат. Найдите вероятность того, что

о

Решение:

Пусть p – вероятность того, что пациент, поступивший с подозрением на гепатит, **действительно болен** гепатитом.

Тогда $1-p$ – вероятность того, что пациент, поступивший с подозрением на гепатит, **не болен** гепатитом.



Анализ дает положительный результат в случаях

пациент болен **и** *(умножение)* анализ положителен

или *(сложение)*

пациент не болен **и** анализ ложно положителен

Так как по условию задачи у 6% пациентов с подозрением на гепатит анализ дает положительный результат, то

$$p \cdot 0,9 + (1 - p) \cdot 0,01 = 0,06;$$

$$0,9p - 0,01p = 0,05;$$

$$0,89p = 0,05;$$

$$p = \frac{5}{89};$$

$$p = 0,05617..$$

Округляем до тысячных: $p = 0,056.$

Ответ: 0,056.

Задача 11 При артиллерийской стрельбе автоматическая система делает выстрел по цели. Если цель не уничтожена, то система делает повторный выстрел. Выстрелы повторяются до тех пор, пока цель не будет уничтожена. Вероятность уничтожения некоторой цели при первом выстреле равна 0,4, а при каждом последующем — 0,6. Сколько выстрелов потребуется для того, чтобы вероятность уничтожения цели была не менее 0,98?

Решение:

Переформулируем вопрос задачи:

Сколько выстрелов потребуется для того, чтобы вероятность промаха была бы меньше 0,02?

При одном выстреле вероятность промаха – 0,6.

При двух выстрелах вероятность промаха – $0,6\cdot 0,4=0,24$ (первый выстрел – промах и второй выстрел – промах).

При трех выстрелах вероятность промаха – $0,6\cdot 0,4\cdot 0,4=0,096.$

При четырех выстрелах вероятность промаха – $0,6\cdot 0,4\cdot 0,4\cdot 0,4=0,0384.$

При пяти выстрелах вероятность промаха – $0,6\cdot 0,4\cdot 0,4\cdot 0,4\cdot 0,4=0,01536.$

Замечаем, что $0,01536<0,02$.

Итак, пяти выстрелов достаточно, чтобы вероятность уничтожения цели была не менее 0,98.

Ответ: 5.

Домашняя работа №2 ТВиСТ 11 класс база

1. В среднем из 2000 садовых насосов, поступивших в продажу, 14 подтекают. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает.

2. Вероятность того, что в случайный момент времени температура тела здорового человека окажется ниже чем 36,8 °C, равна 0,81. Найдите вероятность того, что в случайный момент времени у здорового человека температура окажется 36,8 °C или выше.

3. В кафе каждому посетителю приносят одно бесплатное угощение от заведения, которого нет в меню. Вероятность того, что в качестве бесплатного угощения от заведения принесут тарталетку с сыром, равна 0,25. Вероятность того, что в качестве угощения принесут мороженое, равна 0,2. Найдите вероятность того, что в качестве угощения от заведения посетителю И. принесут одно из двух: тарталетку с сыром или мороженое.

4. На птицеферме есть утки и гуси, причем гусей в 3 раза больше, чем уток. Найти вероятность того, что случайно выбранная на ферме птица окажется уткой.

5. В фирме такси в наличии 50 легковых автомобилей; 27 из них чёрные с жёлтыми надписями на бортах, остальные — жёлтые с чёрными надписями. Найдите вероятность того, что на случайный вызов приедет машина жёлтого цвета с чёрными надписями.

6. Если гроссмейстер А. играет белыми, то он выигрывает у гроссмейстера Б. с вероятностью 0,56. Если А. играет черными, то А. выигрывает у Б. с вероятностью 0,3. Гроссмейстеры А. и Б. играют две партии, причем во второй партии меняют цвет фигур. Найдите вероятность того, что А. выиграет оба раза.

7. На борту самолёта 12 мест рядом с запасными выходами и 18 мест за перегородками, разделяющими салоны. Остальные места неудобны для пассажира высокого роста. Пассажир В. высокого роста. Найдите вероятность того, что на регистрации при случайном выборе места пассажиру В. достанется удобное место, если всего в самолёте 300 мест.

8. Две фабрики выпускают одинаковые стекла для автомобильных фар. Первая фабрика выпускает 45% этих стекол, вторая — 55%. Первая фабрика выпускает 3% бракованных стекол, а вторая — 1%. Найдите вероятность того, что случайно купленное в магазине стекло окажется бракованным.

9.Перед началом футбольного матча судья бросает монетку, чтобы определить, какая из команд начнёт игру с мячом. Команда «Сапфир» играет три матча с разными командами. Найдите вероятность того, что в этих играх «Сапфир» выиграет жребий ровно два раза.

10. Вероятность того, что новая шариковая ручка пишет плохо или вовсе не пишет, равна 0,14. Покупатель не глядя берёт одну шариковую ручку из коробки. Найдите вероятность того, что эта ручка пишет хорошо.

11. В группе туристов 8 человек. С помощью жребия они выбирают двух человек, которые должны идти в село в магазин за продуктами. Какова вероятность того, что турист Д., входящий в состав группы, пойдёт в магазин?

12. Из районного центра в деревню ежедневно ходит автобус. Вероятность того, что в понедельник в автобусе окажется меньше 20 пассажиров, равна 0,94. Вероятность того, что окажется меньше 15 пассажиров, равна 0,56. Найдите вероятность того, что число пассажиров будет от 15 до 19.

13. 11 апреля на запись в первый класс независимо друг от друга пришли два будущих первоклассника. Считая, что приходы мальчика и девочки равновероятны, найдите вероятность того, что среди пришедших есть хотя бы один мальчик.

14.В соревнованиях по толканию ядра участвуют 3 спортсмена из Македонии, 9 спортсменов из Сербии, 8 спортсменов из Хорватии и 10 — из Словении. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, который выступает последним, окажется из Сербии.

15. Научная конференция проводится в 5 дней. Всего запланировано 75 докладов — первые три дня по 17 докладов, остальные распределены поровну между четвертым и пятым днями. Порядок докладов определяется жеребьёвкой. Какова вероятность, что доклад профессора М. окажется запланированным на последний день конференции?