

**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**  
**федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования**  
**«Самарский государственный технический университет»**  
**(ФГБОУ ВО «СамГТУ»)**  
**Кафедра Архитектурно- строительная графика и изобразительное искусство**

## Инженерная и компьютерная графика

Проекции с числовыми отметками.

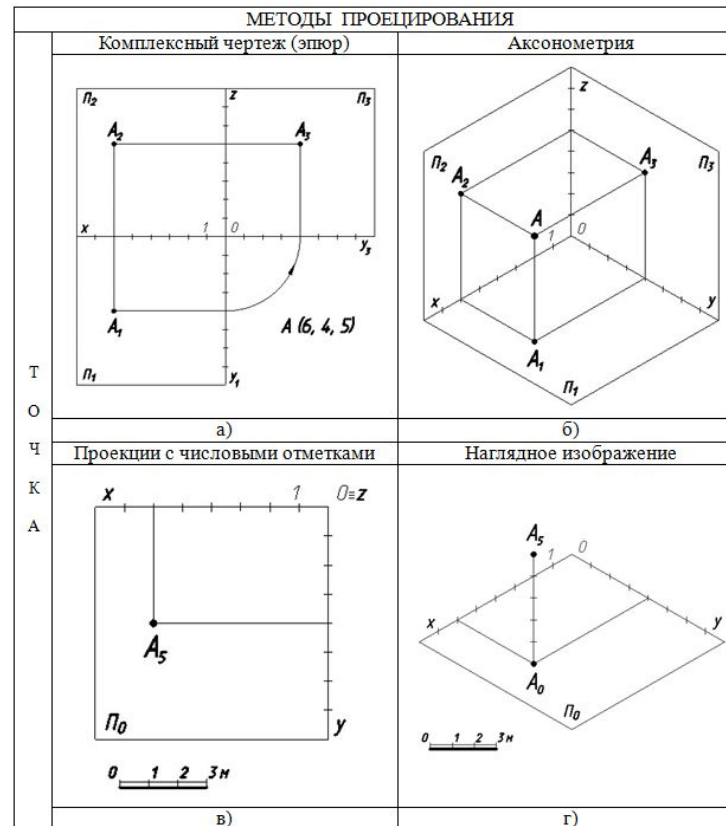
Прямая, плоскость, поверхности в проекциях с числовыми отметками

Костикова Елена Викторовна - старший преподаватель кафедры АСГ и ИИ



САМАРА 2020 г.

Построения изображений основаны на правилах проецирования. Наиболее широко используются следующие графические чертежи: **комплексный чертеж**, **аксонометрический чертеж**, **чертеж в проекциях с числовыми отметками**.



Проекция с числовыми отметками дают возможность составлять топографические карты, определять объемы земляных работ, решать задачи на пересечение откосов местности, изображать участки земной поверхности, проектируя на них различные строительные сооружения, имеющие преобладание больших горизонтальных размеров в двух измерениях над незначительном в третьем измерении по вертикали: насыпи, карьеры, гидротехнические сооружения, шахты, туннели, дороги, мосты, аэродромы, строительные площадки и др.

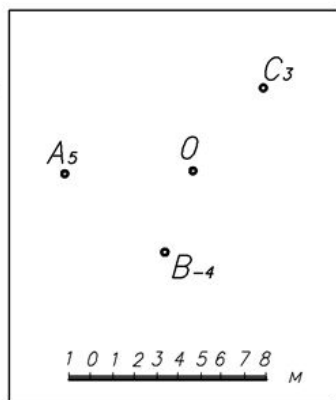
## Чертеж в проекциях с числовыми отметками

В строительных и горных чертежах очень широко применяют **метод проекций с числовыми отметками**. Применение обычных ортогональных проекций на две или три взаимно перпендикулярные плоскости проекций нецелесообразно из-за малой наглядности, неудобства и недостаточной точности графических построений при проектировании строительных объектов со **значительными размерами в плане и небольшими по высоте** (насыпи, карьеры, гидротехнические сооружения, шахты, туннели, дороги, мосты, аэродромы, строительные площадки и др.).

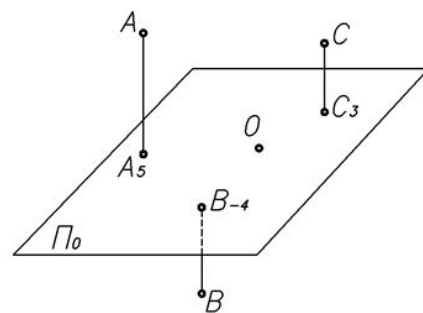
Сущность данного метода заключается в том, что проецирование ведется **ортогонально на одну плоскость проекций** (горизонтальную), называемую **плоскостью нулевого уровня**. Но одна проекция не определяет положения предмета в пространстве, поэтому **фронтальную проекцию заменяют числами-отметками**, которые пишут справа от горизонтальных проекций точек, например  $A_5$ . Отметки показывают высоту (обычно в метрах) от точек до плоскости нулевого уровня.

На комплексном чертеже точку можно задать двумя или тремя проекциями. В проекциях с числовыми отметками имеется только одна горизонтальная проекция точки, привязанная координатами  $x$  и  $y$  к соответствующим осям.

В практике оси  $x$  и  $y$  на чертежах в проекциях с числовыми отметками не задаются, так как они существенного значения при решении инженерных задач не имеют. Но при необходимости их всегда можно провести.



Проекция точек



Наглядное изображение

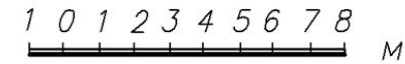
$\Pi_0$  – плоскость нулевого уровня.

**Отметка точки**, принадлежащей нулевой плоскости, называется нулевой.

**Отметка** – это **число**, которое выражает **расстояние в принятых единицах измерения от точки до горизонтальной плоскости проекций нулевого уровня**

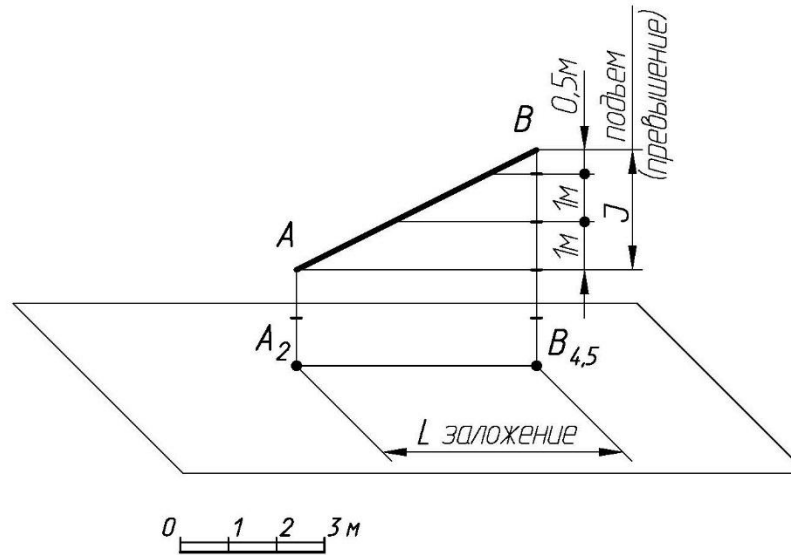
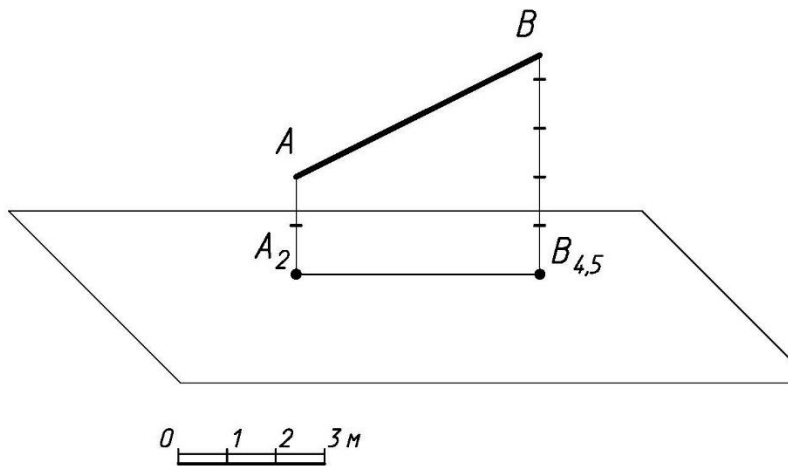
**Проекцией точки** в проекциях с числовыми отметками является точка, обозначенная либо буквой, рядом с которой ставится отметка этой точки, либо самой отметкой. Точки, находящиеся ниже плоскости нулевого уровня, имеют отрицательные отметки, которые пишутся со знаком минус.

Все чертежи с числовыми отметками сопровождают **линейным масштабом**, который указывается проградированной двойной линией, сплошной основной и сплошной тонкой:



## Прямая линия в проекциях с числовыми отметками

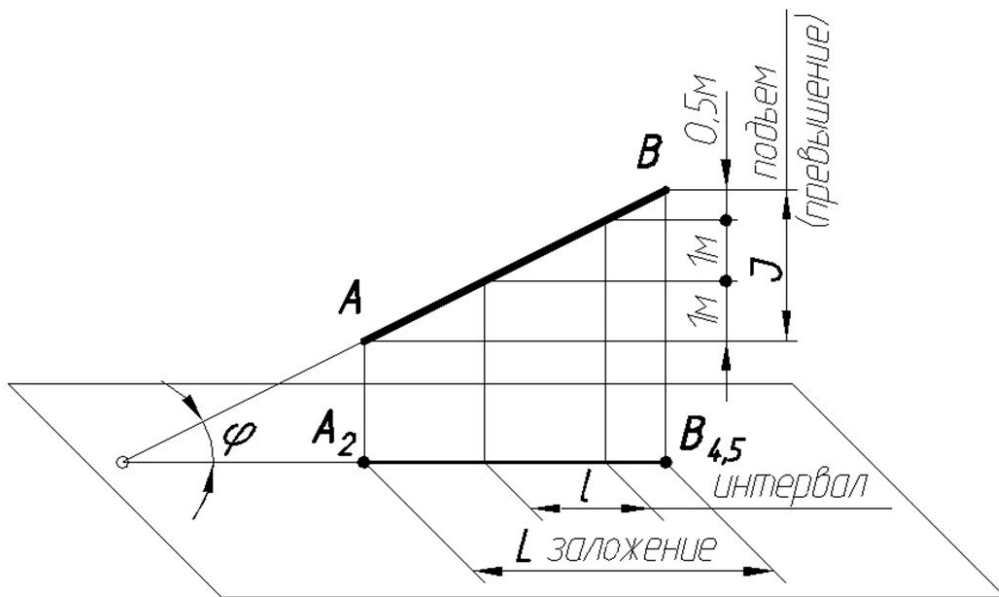
В проекциях с числовыми отметками при построении прямых и решении задач с прямыми используют следующие понятия: *заложение, превышение (подъем) отрезка прямой, уклон и интервал прямой линии, градуирование прямой.*



**Превышением  $J$**  отрезка прямой **AB** называется разность отметок его конечных точек.

$$J = Z_B - Z_A = 4,5 - 2 = 2,5 \text{ м}$$

**Заложением  $L$**  отрезка **AB** называется длина его горизонтальной проекции, измеренная по масштабу.



**Уклоном прямой  $i$**  называется отношение превышения прямой к ее заложению и определяется тангенсом угла наклона прямой к плоскости нулевого уровня  $\Pi_0$ .

$$i = J/L = \operatorname{tg}\varphi$$

**Интервалом прямой  $l$**  называется расстояние между двумя ближайшими целыми отметками на заложении отрезка прямой, измеренное по масштабу.

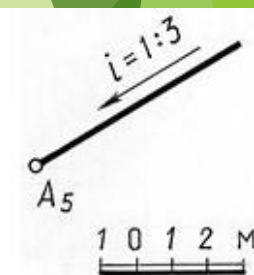
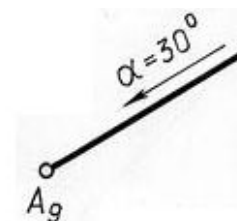
Интервалом отрезка прямой также называется единица (часть) заложения, приходящаяся на единицу подъема (превышения), т.е. на **1 м**. Интервал прямой – это величина, обратная ее уклону.

$$l = \frac{1}{i}$$

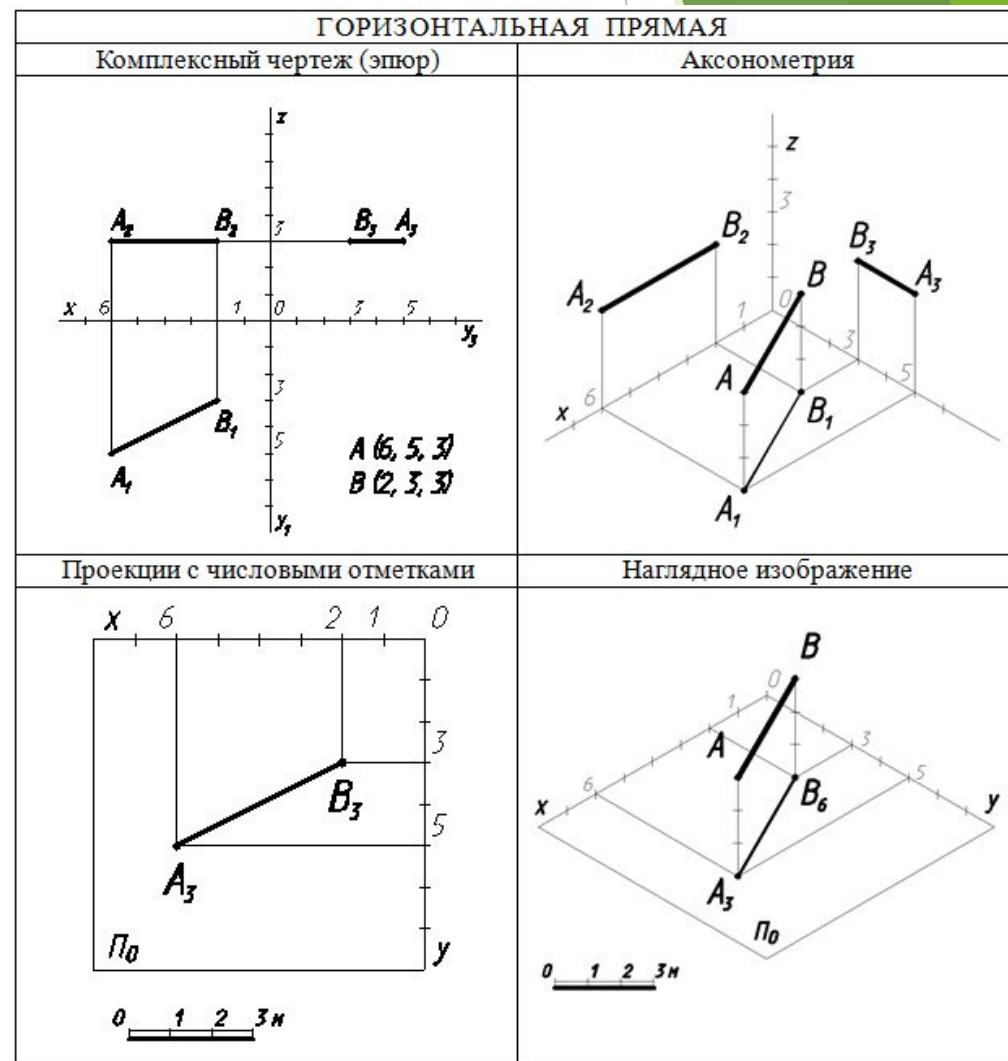
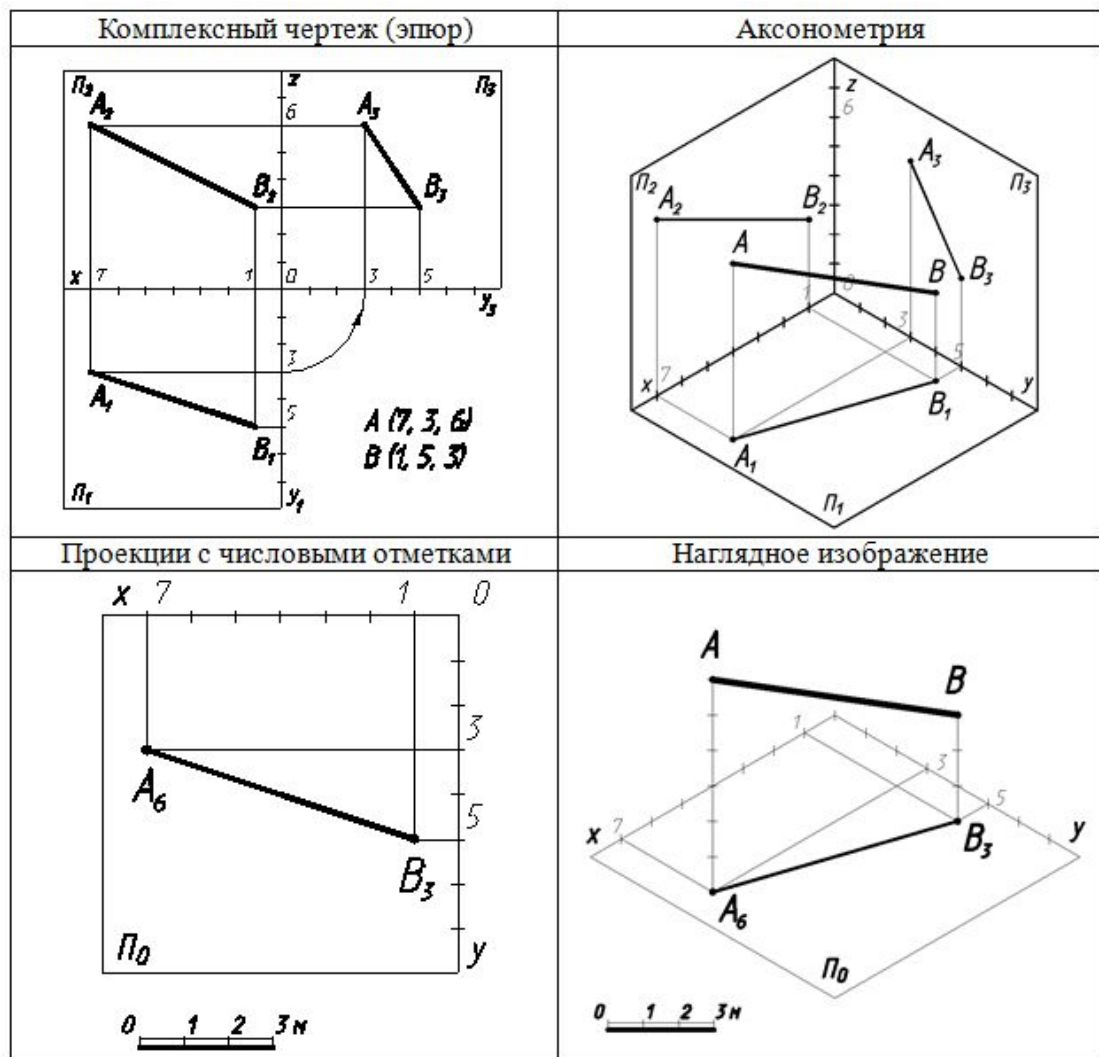
### Прямые общего и частного положения

В проекциях с числовыми отметками **прямая общего положения** задается:

- проекциями двух точек отрезка прямой и их отметками;
- горизонтальной проекцией, отметкой одной из ее точек, и углом наклона прямой к плоскости нулевого уровня);
- проекцией, одной точкой с числовой отметкой, стрелкой, показывающей направление убывание отметок, и указанием значения интервала.

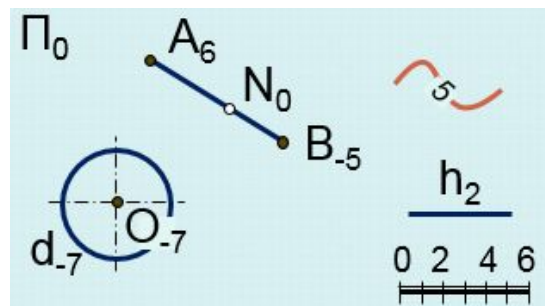
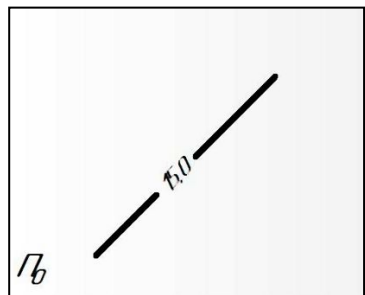


**Прямая общего положения** – это прямая, не параллельная и не перпендикулярная плоскостям проекций.  
**Прямая частного положения** – это прямая, параллельная или перпендикулярная плоскостям проекций. Прямая, параллельная плоскости проекций  $\Pi_0$ , называется **горизонтальной прямой** или **прямой уровня**. Прямая **параллельна** плоскости нулевого уровня, если концы отрезка имеют одинаковые отметки. Все **линии уровня** имеют **одинаковые отметки** и **проецируются** на плоскость  $\Pi_0$  без искажения своей формы, т. е. в **натуральную величину**.





Очень удобно в проекциях с числовыми отметками изображать горизонтальные топографических поверхностей. Если прямая является горизонтальной прямой, то ее числовая отметка может указываться в разрыве.



$h$  - горизонтальная прямая (горизонталь) на уровне 2 м над плоскостью  $\Pi_0$ ,  $A_6B_{-5}$  - прямая общего положения,  $N_0$  - точка пересечения прямой с плоскостью  $\Pi_0$ ,  $d$  - горизонтальная окружность на уровне 7 м под плоскостью  $\Pi_0$ ,  $5$  - горизонталь топографической поверхности

Прямая, перпендикулярная плоскости  $\Pi_0$ , называется **проецирующей прямой**, а ее проекция есть точка пересечения проецирующего луча с плоскостью нулевого уровня. Прямая  $AB$  — проецирующая прямая, а точки  $A$  и  $B$  — **конкурирующие точки**. **Конкурирующими** называются точки, лежащие на одном проецирующем луче.

Комплексный чертёж (эпюр)	Аксонометрия	Проекция с числовыми отметками	Наглядное изображение
<p><math>A(4, 3, 5)</math> <math>B(4, 3, 1)</math></p>		<p><math>A_5 \equiv B_1</math></p>	

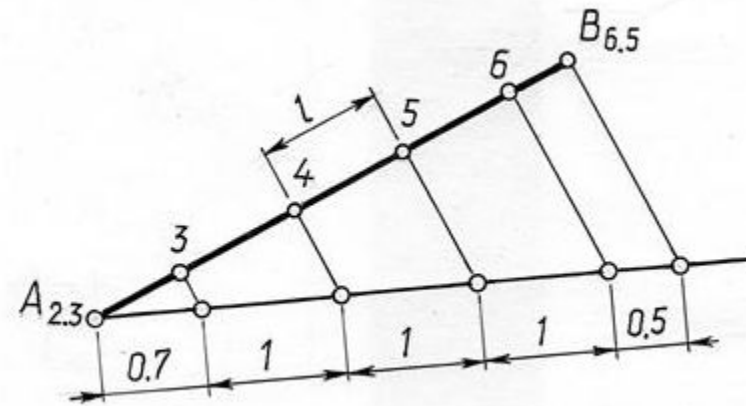
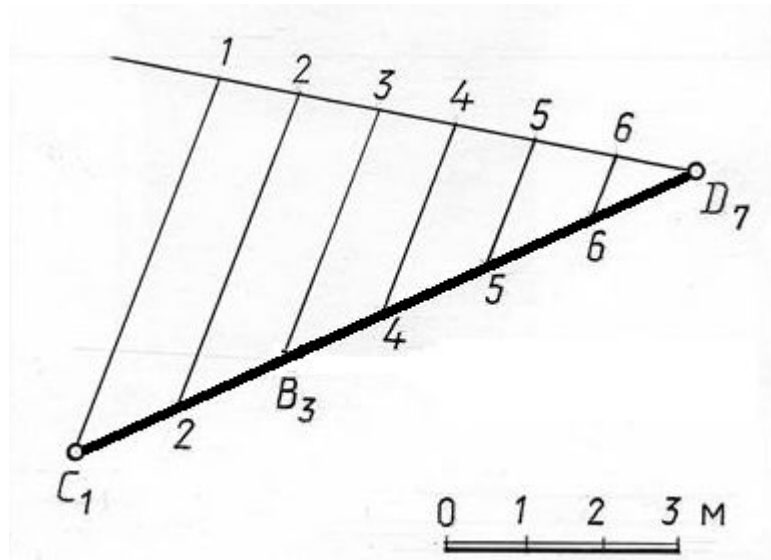
## Градуирование прямой

**Градуированием прямой** называется процесс нахождения на горизонтальной проекции прямой проекций точек с *целыми числовыми отметками*, отличающимися друг от друга на единицу длины (подъема).

**Задача 1.** Проградуировать отрезок прямой, заданный точками  $C_1$  и  $D_7$ ;  $A_{2,3}$  и  $B_{6,5}$

**Решение.** Используем теорему Фалéса: если на одной из двух прямых отложить последовательно несколько равных отрезков и через их концы провести параллельные прямые, пересекающие вторую прямую, то они отсекут на второй прямой отрезки, равные между собой (использование пропорционального деления отрезка).

Через один из концов отрезка (например,  $A_{2,3}$ ) проводится вспомогательная прямая любого направления, и на этой прямой в произвольном масштабе откладываются величины, соответствующие превышениям между концевыми и искомыми точками отрезка прямой. Построенная последняя точка на вспомогательной прямой соединяется со вторым концом отрезка, и через точки деления проводятся прямые параллельно замыкающей прямой. Эти прямые определяют на заданной проекции отрезка искомые точки.





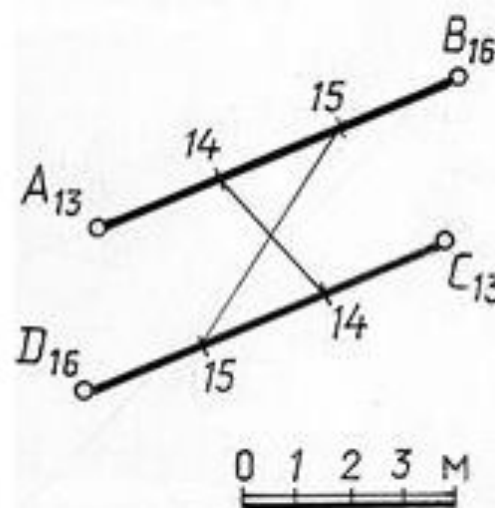
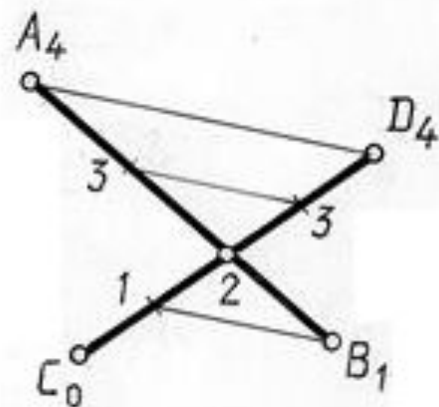
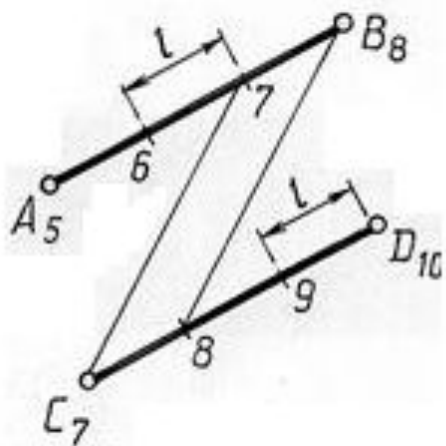
## Взаимное положение двух прямых

Две прямые в пространстве могут занимать относительно друг друга различные положения: *быть параллельными между собой, пересекаться или скрещиваться*. Взаимное расположение прямых можно определить, если *проградировать* прямые и сравнить *интервалы, уклоны и отметки точек пересечения* проекций прямых.

**Параллельные прямые** – проекции прямых параллельны, уклоны (или интервалы) равны, и числовые отметки возрастают (или убывают) в одном направлении. При этом прямые, соединяющие точки с одинаковыми отметками, параллельны. Они являются горизонталями плоскости, проходящей через заданные прямые.

**Пересекающиеся прямые** – проекции прямых пересекаются в точке, которая, будучи отнесена к каждой из пересекающихся прямых, имеет одинаковую отметку. Прямые, соединяющие точки с одинаковыми отметками, параллельны. Они являются горизонталями плоскости, проходящей через заданные пересекающиеся прямые.

**Скрещивающиеся прямые** – прямые, у которых признаки пересечения и параллельности отсутствуют. В этом случае прямые, соединяющие точки с одинаковыми отметками, не параллельны.

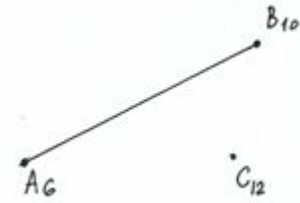
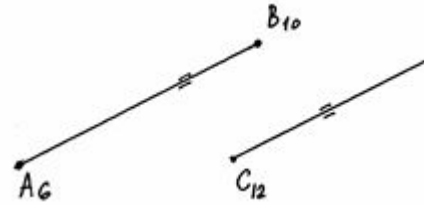


Рассмотрим пример:

Через точку  $C$  провести прямую, параллельную данной прямой  $AB$ .

Решение:

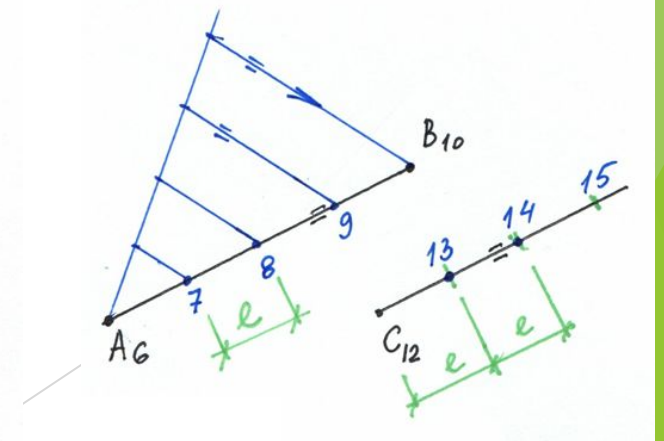
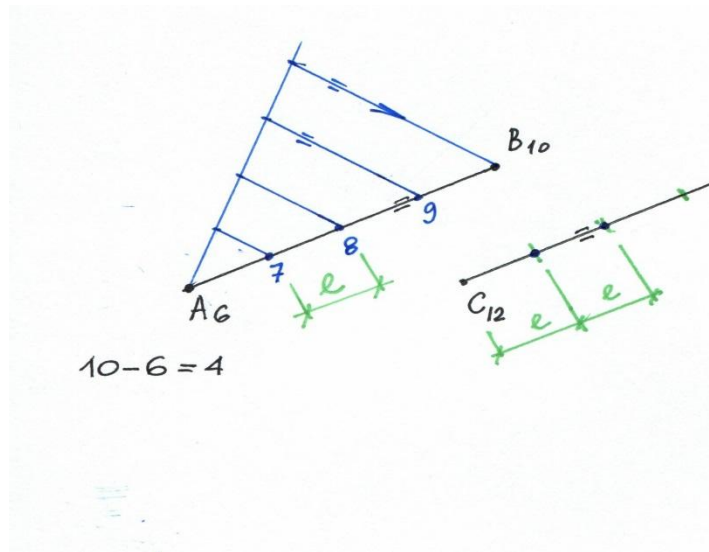
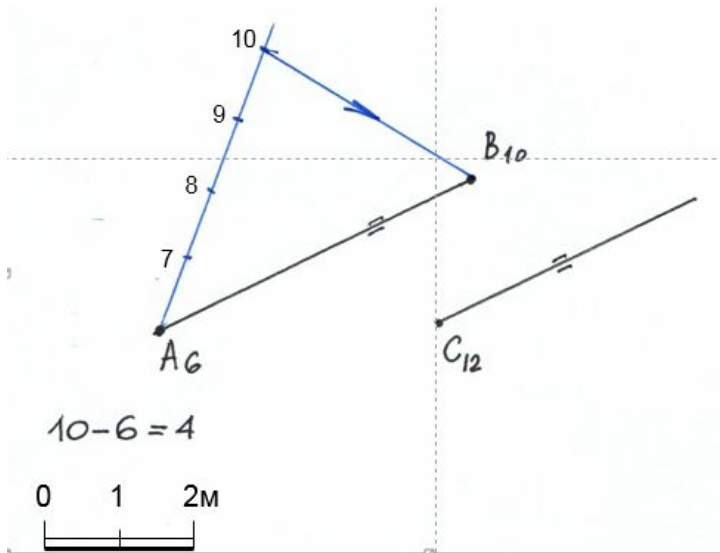
1. Через точку  $C_{12}$  проведем прямую, параллельную заданной проекции  $A_6B_{10}$ .



2. С помощью теоремы Фалеса градуируем искомую прямую. Для этого проведем **вспомогательную прямую** под произвольным углом, отложим на ней разницу числовых отметок ( $10-6=4$ , т.е. четыре одинаковых единичных отрезка длиной по 10 мм.) и **соединим конец пропорции с конечной отметкой данного отрезка**.

3. Получим линию пропорционального переноса и параллельно ей перенесем указанную пропорцию на проекцию отрезка  $AB$ .

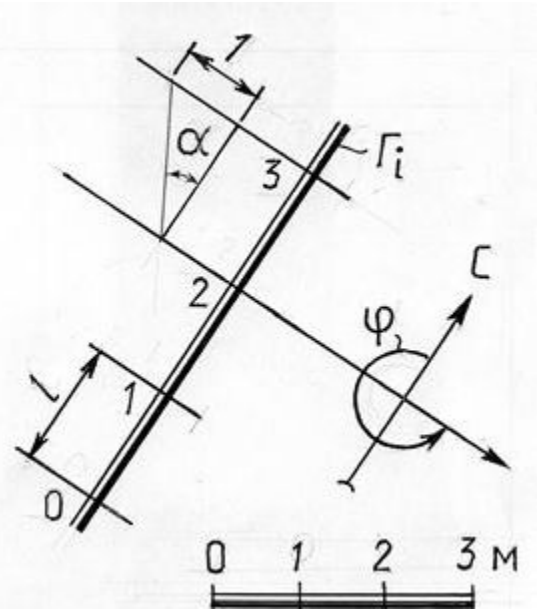
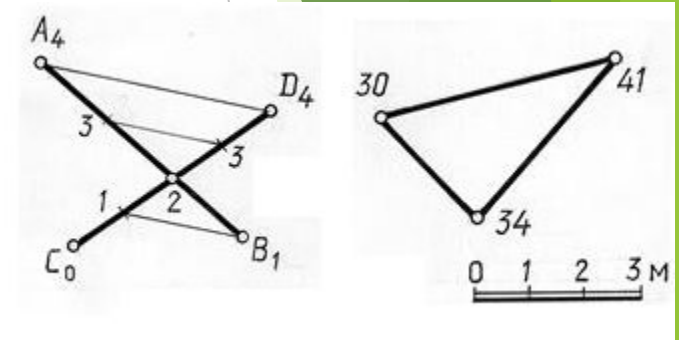
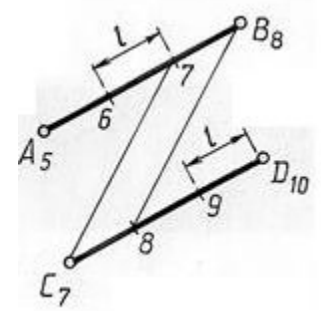
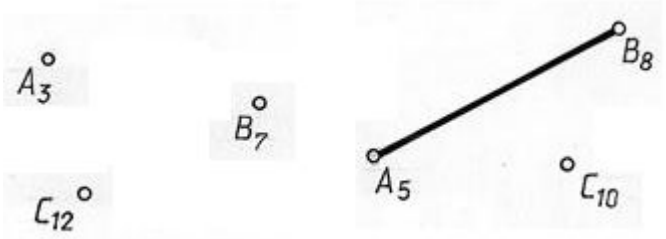
4. Определим **интервал** прямой  $AB$ . На проекции прямой, проходящей через точку  $C_{12}$ , отложим **полученные интервалы**. А у параллельных прямых интервалы равны. Числовые отметки возрастают в одном направлении, поэтому проставим отметки на прямой, проходящей через точку  $C_{12}$  в порядке возрастания: **13,14,15**.



## Плоскость в проекциях с числовыми отметками

Плоскость в проекциях с числовыми отметками может быть задана проекциями следующих геометрических элементов:

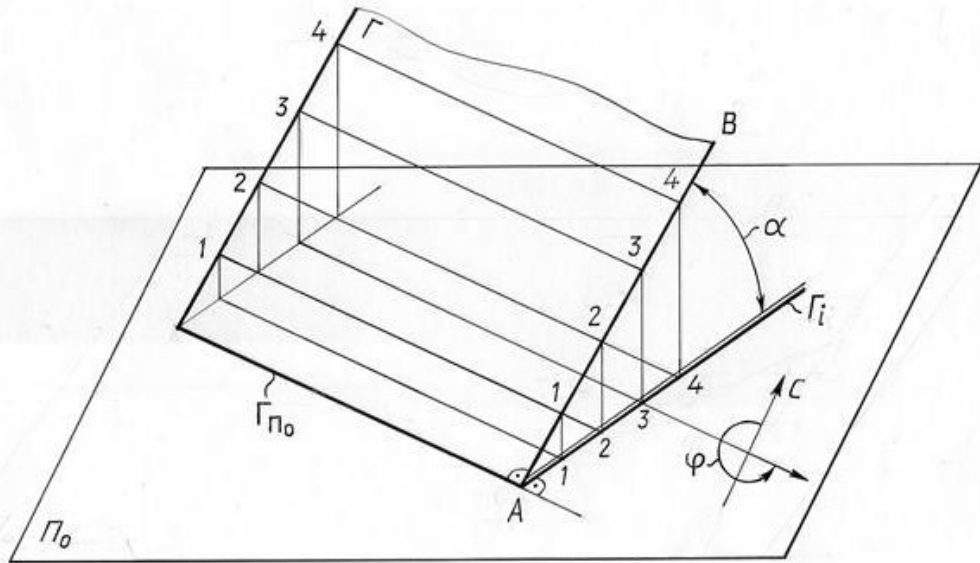
- трёх точек, не лежащих на одной прямой;
- прямой и точки вне этой прямой ;
- параллельных прямых;
- пересекающихся прямых;
- плоской фигурой;
- **масштабом уклона плоскости** (изображается двумя параллельными прямыми (толстой и тонкой) и обозначается той же буквой, что и плоскость, с нижним индексом  $i-\Gamma_i$ ).



**Масштаб уклона плоскости** или масштаб падения—проградуированная проекция линии наибольшего ската плоскости.

**Линия наибольшего ската плоскости** – прямая, принадлежащая плоскости и перпендикулярная ее горизонталям. Она **определяет угол наклона плоскости**. **Поскольку линия наибольшего** ската перпендикулярна горизонталям, то масштаб уклона плоскости тоже перпендикулярен проекциям горизонталей.

Расстояния между соседними делениями масштаба уклона  $l$ , соответствующие единице превышения, являются интервалом линии наибольшего ската, а, следовательно, и **интервалом плоскости**.



Перпендикулярно масштабу уклона плоскости проводятся проекции горизонталей. Вдоль масштаба уклона плоскости (со стороны тонкой линии) указываются отметки этих горизонталей. Цифры числовых отметок проставляются так, чтобы их верх был ориентирован в сторону подъема плоскости.

**Угол падения плоскости  $\alpha^0$**  - угол наклона плоскости к плоскости проекций (угол наклона линии наибольшего ската к плоскости проекций). На чертеже в проекциях с числовыми отметками угол падения  $\alpha$  определяется из прямоугольного треугольника, у которого один катет равен интервалу линии наибольшего ската, а второй катет равен единице высоты в масштабе чертежа.

**Уклон плоскости** – тангенс угла падения плоскости. Уклон плоскости равен уклону линии наибольшего ската. Уклон плоскости есть, величина, обратная интервалу плоскости.

Для решения инженерных задач на земной поверхности необходимо ориентировать заданную плоскость относительно меридиана Земли. Для этого вводят понятия:

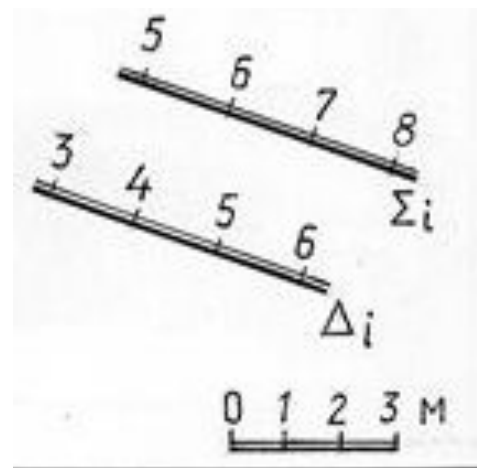
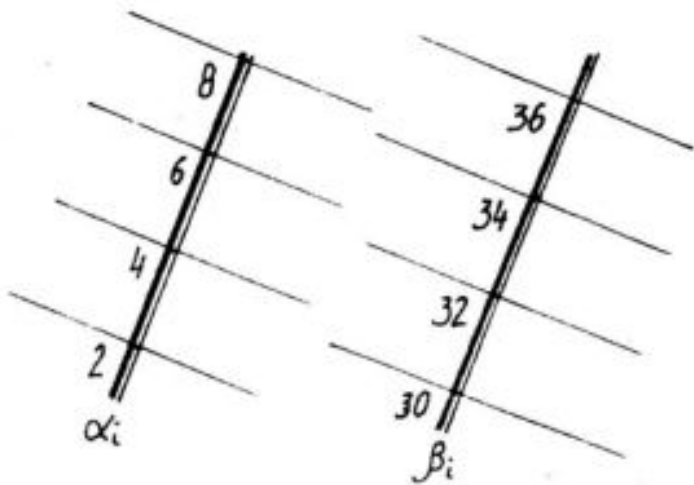
- **направление простирания плоскости** – правое направление ее горизонталей, если смотреть на плоскость в сторону возрастания отметок;

- **угол простирания плоскости** – угол  $j$  между меридианом земли и направлением простирания. Угол простирания измеряют от северного конца меридиана против часовой стрелки до направления простирания плоскости.

## Параллельные плоскости

Необходимым и достаточным условием параллельности двух плоскостей является **параллельность их линий наибольшего ската**. Масштабы уклонов параллельных плоскостей должны быть параллельны, иметь равные интервалы, а отметки должны возрастать в одном и том же направлении. Признаком параллельности плоскостей является также равенство их углов простираения и уклонов (углов падения).

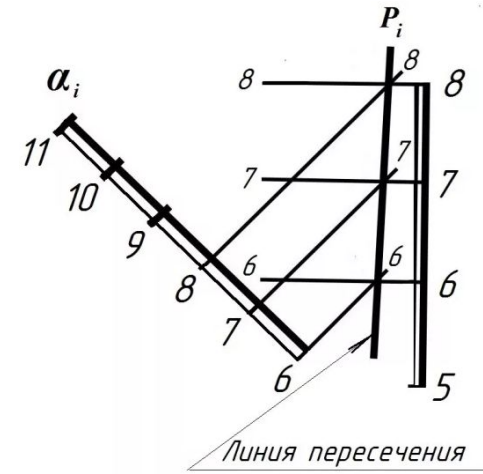
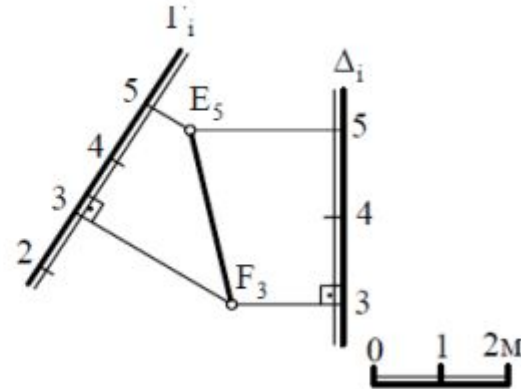
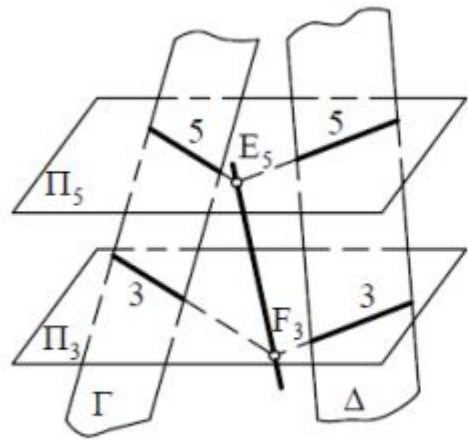
Если хотя бы один из признаков параллельности плоскостей отсутствует, то плоскости пересекаются.



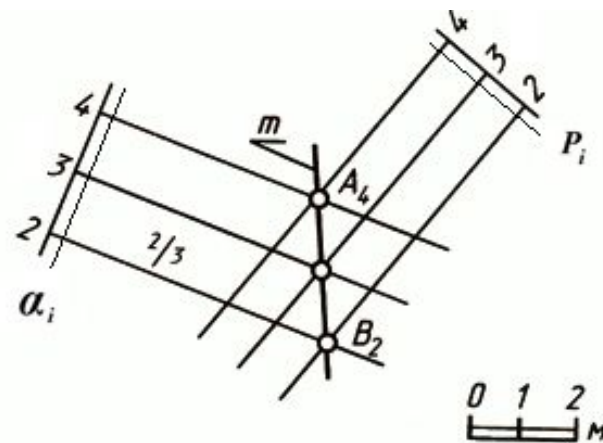


## Пересечение двух плоскостей.

Линию пересечения двух плоскостей можно построить по точкам пересечения их горизонталей одного уровня.



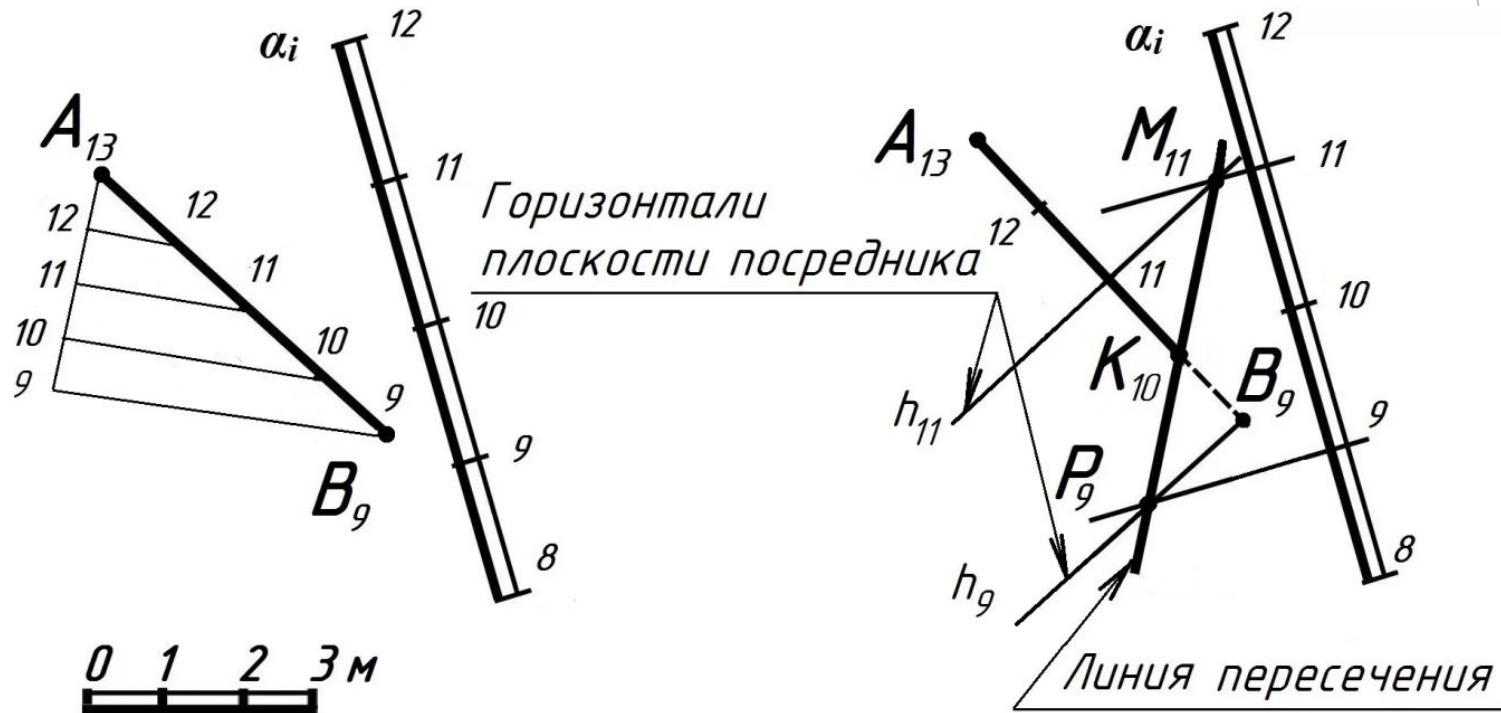
Если пересекающиеся плоскости имеют *одинаковые масштабы уклонов*, то проекция линии их пересечения представляет собой **биссектрису угла**, образованного горизонталями одного уровня.



## Пересечение прямой с плоскостью

Чтобы найти точку пересечения прямой с плоскостью необходимо:

- 1) Через прямую провести любую плоскость общего положения.
- 2) Построить линию пересечения данной и вспомогательной плоскостей.
- 3) Определить искомую точку, как точку пересечения двух прямых – данной и построенной.

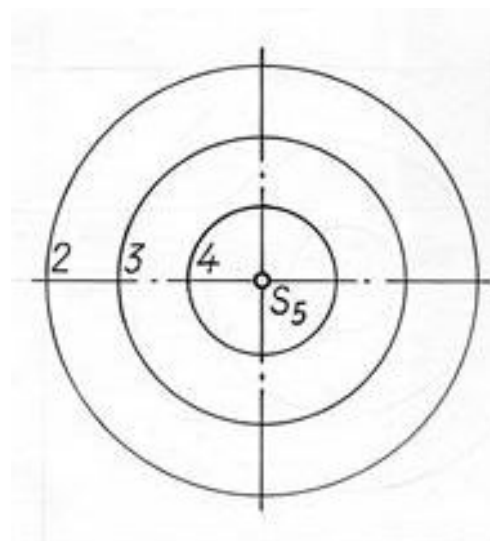
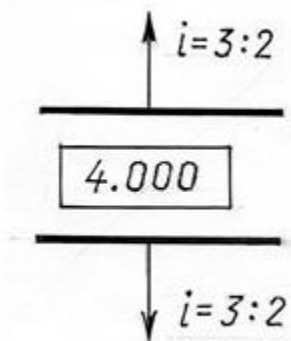
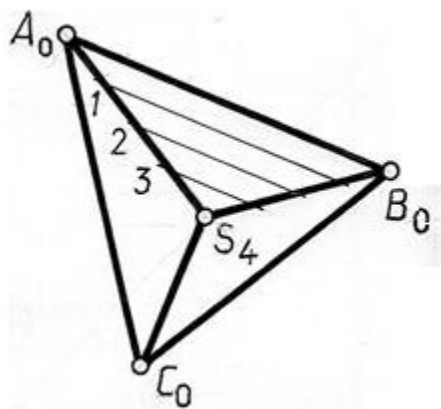


## Проекции поверхностей

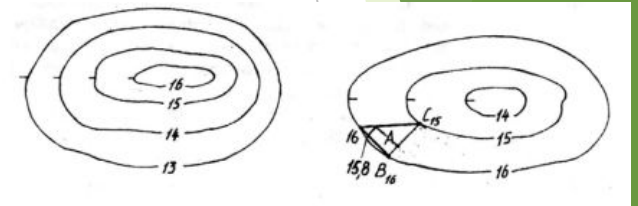
В проекциях с числовыми отметками форма любых поверхностей достаточно полно характеризуется их горизонталями. **Горизонталями поверхности** называются линии пересечения этой поверхности горизонтальными плоскостями. Таким образом, в проекциях с числовыми отметками поверхности задаются линейным каркасом. Линиями каркаса являются горизонтали поверхности с целыми и дробными числовыми отметками.

**Многогранники** в проекциях с числовыми отметками изображаются проекциями вершин с указанием их отметок или проекцией и отметкой одной из граней и уклонами других граней.

**Коническая поверхность.** Прямой конус, как поверхность равного уклона, изображается проекцией его вершины  $S$  с указанием отметки и горизонталями (окружностями). Градуированная проекция любой образующей такого конуса является масштабом уклона поверхности и ее линией наибольшего ската.



Поверхность некоторого участка земли служит примером, так называемой, **топографической поверхности**, образование которой не подчинено какому-либо геометрическому закону. Топографическая поверхность задаётся на плане горизонталями, которые получаются в результате пересечения поверхности горизонтальными плоскостями. Расстояния между секущими горизонтальными плоскостями выбираются в зависимости от рельефа местности и от масштаба чертежа. Обычно они кратны одному или пяти метрам. При слабо выраженном рельефе местности, когда горизонтали недостаточно характеризуют неровности земной поверхности, проводятся промежуточные горизонтали. На планах их проводят штриховой линией. Направление спуска указывается бергштрихом - короткой чёрточкой, которую проводят перпендикулярно горизонтали и направляют от неё в сторону спуска.



Для выполнения графических работ требуется **знание следующих определений**:

**Топографическая поверхность** – графическая (неорганизованная) поверхность рельефа местности, изображаемая на чертежах проекциями своих горизонталей – линий, соединяющих точки на поверхности с одинаковыми отметками.

**Горизонтالي топографической поверхности** – линии пересечения поверхности Земли плоскостями, параллельными плоскости нулевого уровня и проведенными через определенный шаг в зависимости от масштаба (1м, 5м или 10м).

**Бергштрихи** – отрезки, перпендикулярные к проектным горизонталям откосов; ставятся в сторону стока воды по откосам сооружения.

**Профиль поверхности** – линия пересечения топографической поверхности с вертикальной секущей плоскостью.

**Насыпь** – сооружение с откосами из насыпного грунта в тех местах, где отметки местности меньше, чем отметка сооружения.

**Выемка** – сооружение, где снимается часть грунта, и отметки местности больше отметки сооружения.

**Откосы площадки** – плоскости общего положения, заданные горизонталью и уклоном, ограничивающие площадку со всех сторон и соединяющие ее с поверхностью местности.

**Заложение отрезка прямой** – величина горизонтальной проекции прямой, измеренная по масштабу.

**Превышение** – разность отметок концов отрезка прямой.

**Интервал отрезка прямой** - расстояние между двумя ближайшими целыми отметками на заложении отрезка прямой, измеренное по масштабу. Интервалом отрезка прямой также называется единица заложения, приходящаяся на 1 м превышения.

**Горизонтالي плоскости** – линии пересечения плоскости плоскостями, параллельными плоскости нулевого уровня и проведенными через определенный шаг в зависимости от масштаба (1м, 5м или 10м).

**Уклон плоскости** – соотношение 1 м по высоте к интервалу плоскости, вычисляется по формуле:

$$i = 1/l$$

**Интервал плоскости** – расстояние между горизонталями плоскости, проведенными через 1м, измеренное по масштабу. Зная уклон плоскости, ее интервал можно вычислить по формуле:

$$l = 1/i$$

**Масштаб уклонов плоскости** – проградуированная линия наибольшего ската плоскости. Градуирование масштаба уклонов происходит через интервал плоскости в заданном масштабе. **Горизонтали плоскости и масштаб уклонов плоскости - взаимно перпендикулярные линии.**

**Для построения линии пересечения двух плоскостей** необходимо найти две точки пересечения горизонталей плоскостей с равными отметками и соединить их.

**Если плоскости имеют равный интервал (уклон), то линия пересечения этих плоскостей** пойдет по биссектрисе угла между горизонталями заданных плоскостей.

**Для построения линии пересечения плоскости с топографической поверхностью** необходимо отметить точки пересечения горизонталей плоскости с горизонталями топографической поверхности с теми же отметками и последовательно соединить их.

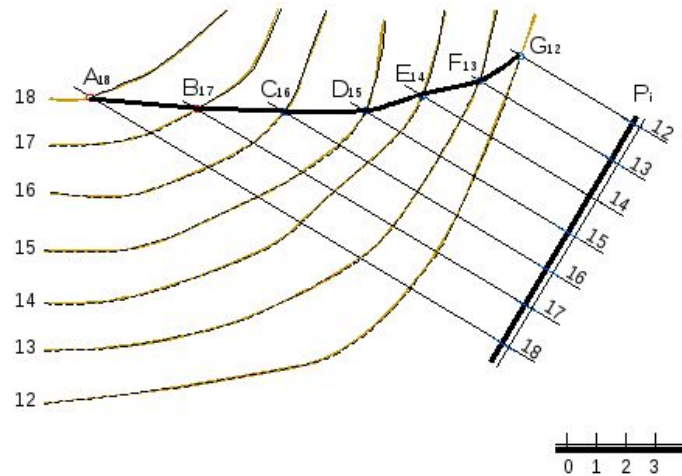
**Точки «нулевых работ»** - точки пересечения контура горизонтальной площадки и горизонталью топографической поверхностью с отметкой, равной уровню горизонтальной площадки.



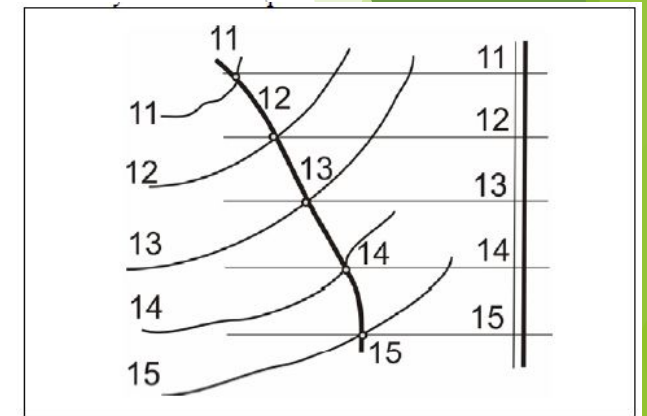
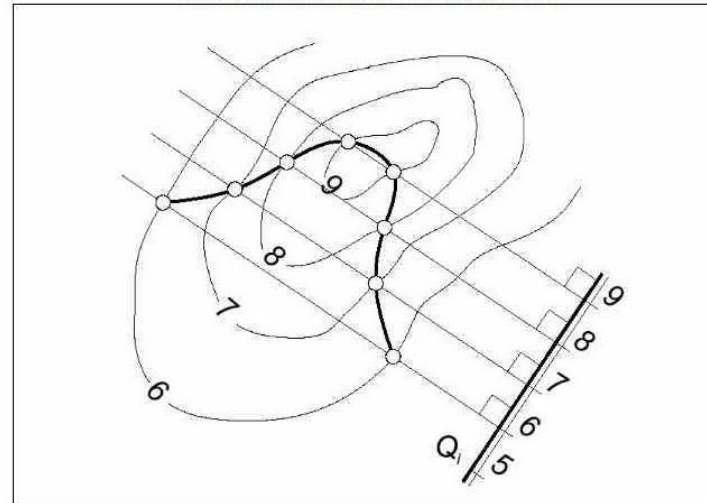
## Построение линии пересечения плоскости с топографической поверхностью

Алгоритм определения линии пересечения плоскости с топографической поверхностью такой же, что и при нахождении линии пересечения плоскостей, т.е. определяют пересечение одноименных горизонталей. Так как в пересечении плоскости с топографической поверхностью получится кривая, то в данном случае необходимо определить пересечение всех горизонталей.

Умение решать такие задачи необходимо при определении границ земляных работ в процессе проектирования земляного сооружения на топографической поверхности.

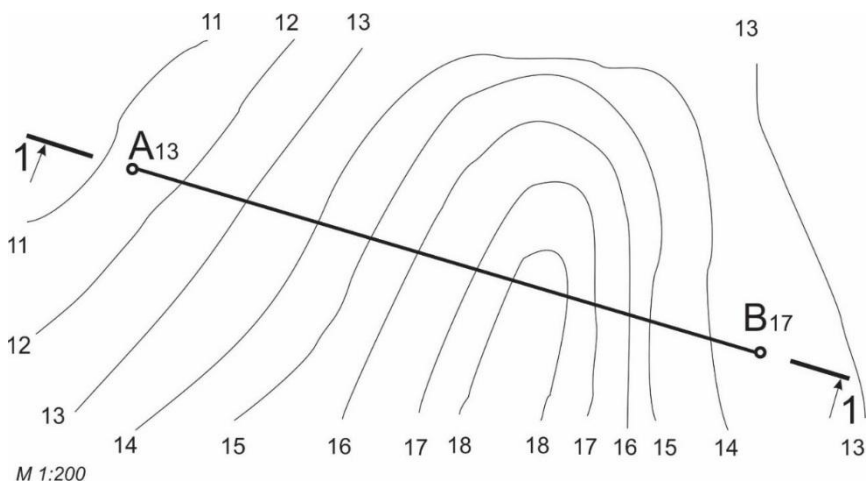


Построение линии пересечения плоскости Q с топографической поверхностью

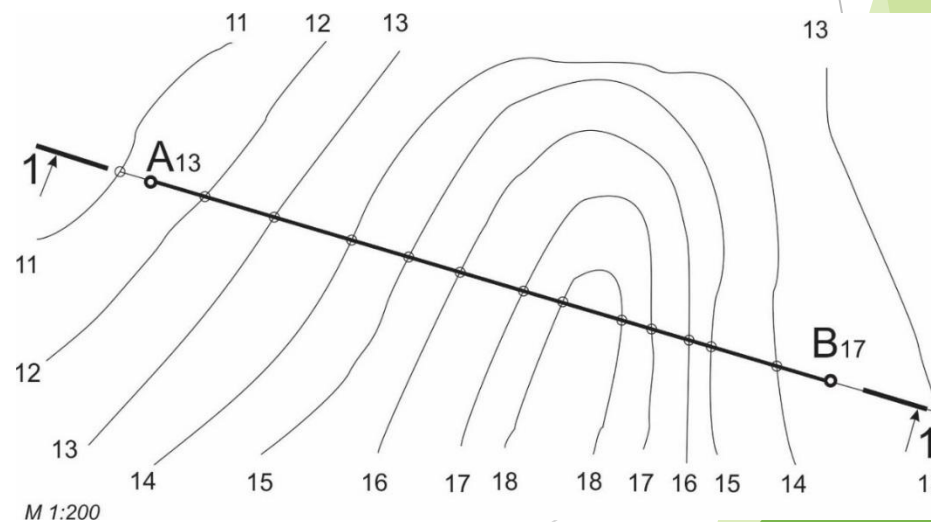


## Порядок построения точек пересечения прямой с топографической поверхностью с помощью профиля:

1. Через заданную плоскость проводится вспомогательная вертикальная плоскость, которая на чертеже задается разомкнутой линией с обязательным указанием направления взгляда.
2. Строится профиль топографической поверхности как линия пересечения ее с вертикальной плоскостью. Профиль вычерчивается на свободном месте формата. На чертеж профиля переносится заданная прямая. Под профилем заполняется таблица.
3. Отмечаются точки пересечения профиля топографической поверхности с профилем прямой. Определяются отметки точек пересечения.
4. Точки пересечения с чертежа профиля переносятся на основной чертеж графического задания. Рядом с обозначением точек проставляются их отметки.
5. *Определение видимости прямой относительно топографической поверхности.* Для определения видимости сравниваются отметки концов отрезка прямой с отметками горизонталей топографической поверхности, расположенными рядом с проекцией точки.



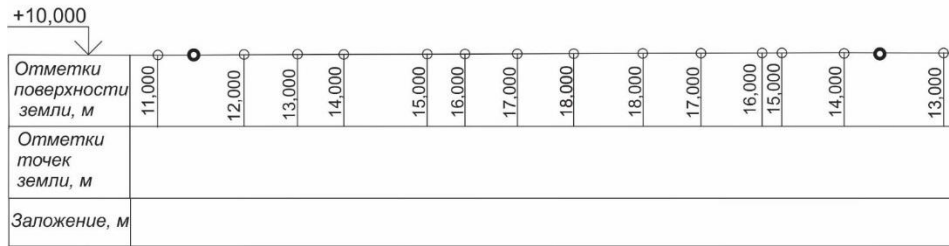
Пример графического задания с изображением прямой на плане топографической поверхности



Обозначение точек пересечения следа секущей плоскости с горизонталями топографической поверхности

### Профиль 1-1

Мв 1:100  
Мг 1:200

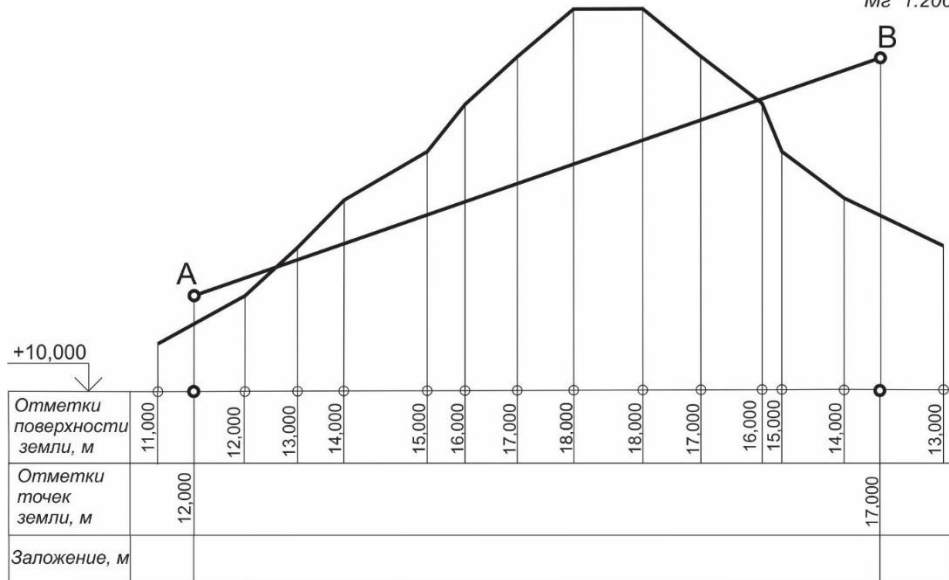


Начальный этап вычерчивания профиля 1-1

(выбор уровня вспомогательной плоскости, перенос на нее всех отмеченных точек пересечения с горизонталями топографической поверхности и точек **A** и **B**)

### Профиль 1-1

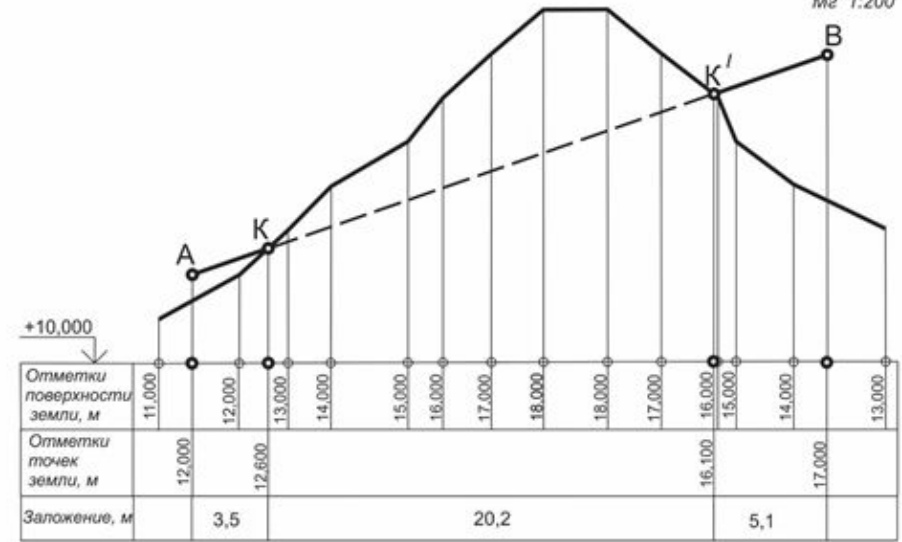
Мв 1:100  
Мг 1:200



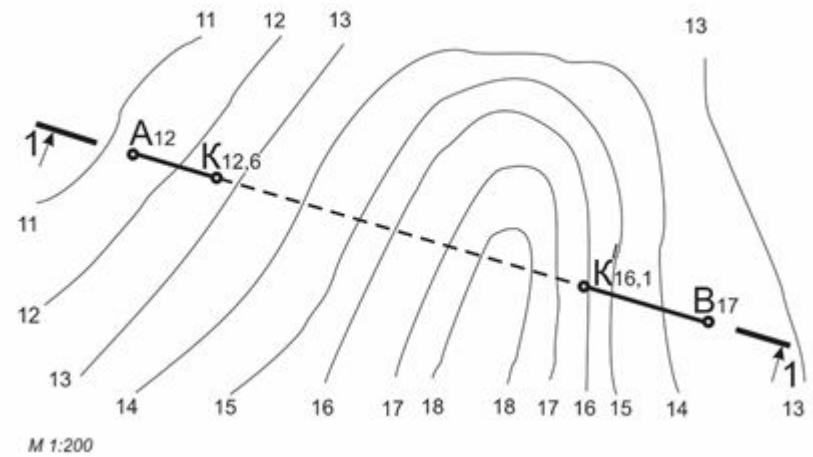
Профиль 1-1 топографической поверхности

### Профиль 1-1

Мв 1:100  
Мг 1:200



Профиль 1-1 с обозначением точек пересечения топографической поверхности с заданной прямой **AB** и определением видимости



Решение работы на определение точек пересечения прямой **AB** с топографической поверхностью и определением видимости

## Построение границ земляных работ горизонтальной строительной площадки в масштабе 1:200. Построение профиля строительной площадки

