Решение показательных неравенств методом вынесения за скобки степени с наименьшим показателем

*При решении **простейших** неравенств используют свойства возрастания или убывания показательной функции.*

$$\left.\begin{aligned} &a^x > a^b \\ &a > 1 \end{aligned}\right\} \Leftrightarrow x > b$$

$$\left.\begin{aligned} &a^x > a^b \\ &0 < a < 1 \end{aligned}\right\} \Leftrightarrow x < b$$

При a>1 функция возрастает

$a^x < a^{x_0}$ $\qquad$ $a^x > a^{x_0}$

$x < x_0$ $\qquad$ $x > x_0$

При 0<a<1 функция убывает

$a^x < a^{x_0}$ $\qquad$ $a^x > a^{x_0}$

$x > x_0$ $\qquad$ $x < x_0$

II. Решение неравенства методом вынесения за скобки степени с наименьшим показателем

Решить неравенство

$$10\cdot 5^{x-1}+5^{x+1}\le 7.$$

Решение:

$$5^{x-1}(10+5^2)\le 7;$$

$$5^{x-1}\cdot 35\le 7;/35$$

$$5^{x-1}\le \frac{7}{35};$$

$$5^{x-1}\le \frac{1}{5};$$

$$5^{x-1}\le 5^{-1};$$

Т.к. 5>1, то функция $y=5^t$ *– возрастает, тогда:*

$$x-1\le -1;$$

$$x\le -1+1;$$

$$x\le 0.$$

Ответ: $(-\infty;0]$

II. Решение неравенства методом вынесения за скобки степени с наименьшим показателем

Решить неравенство

$$3^{x-3}+\frac{1}{3}\cdot 3^{x}>10$$

$$3^{x-3}(1+\frac{1}{3}\cdot 3^{3})>10$$

$$3^{x-3}(1+9)>10$$

$$3^{x-3}\cdot 10>10 \quad \Big| : 10$$

$$3^{x-3}>1$$

$$3^{x-3}>3^{0}$$

Т.к. 3>1, то функция у =3^{t} – возрастает, тогда:

$$x-3>0$$

$$x>3.$$

$$\textit{Ответ}: (3,\infty).$$

Домашнее задание:

Решите неравенства:

$$2^x + 5 \cdot 2^{x+1} > 11$$

$$7^{x+2} - 14 \cdot 7^x \le 5$$