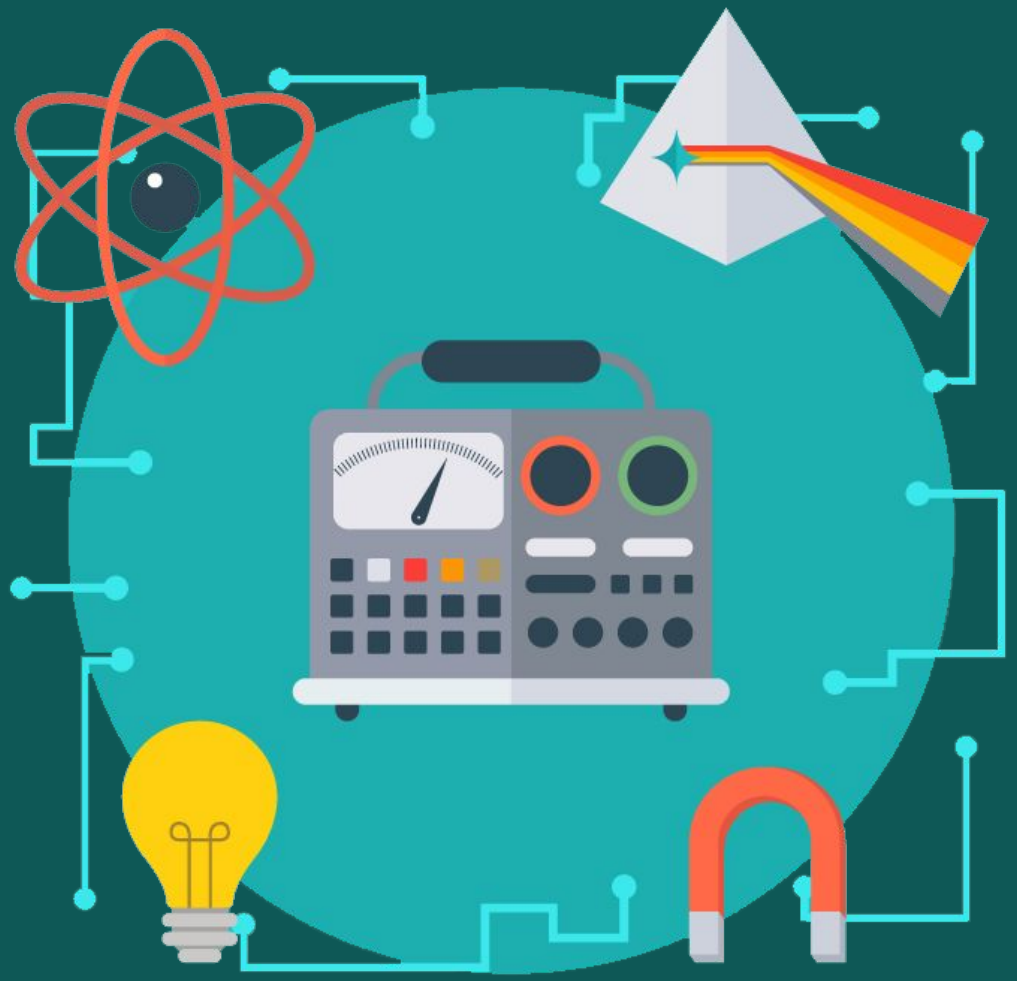
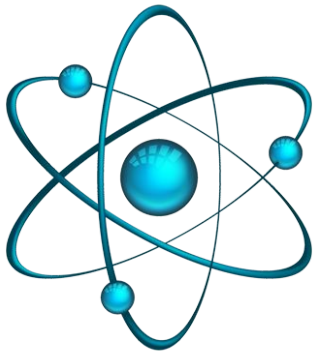
# ПРАКТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА



Доцент кафедры экспериментальной физики
Ерина Марина Васильевна

# Лекция № 3
# Представление результатов эксперимента

- Сравнение измеренных значений
- Действия над приближенными числами
- Основные требования, предъявляемые к построению графиков
- Содержание отчета



# Сравнение измеренных значений

Различие между результатами - это разность между двумя измеренными значениями одной и той же величины.

**различие**

**значимое**

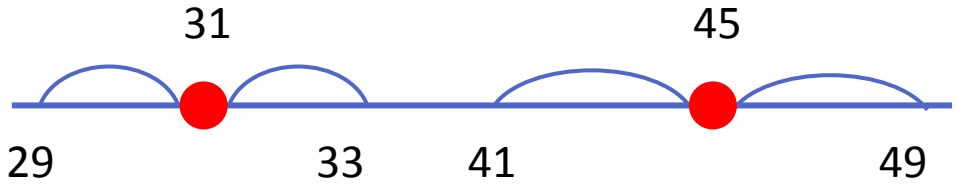
вероятные интервалы значительно отличаются

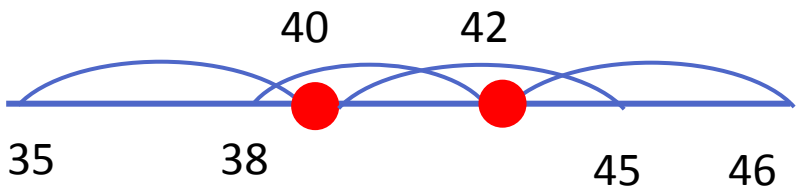
**Пример:** 31±2 Ом и 45±4 Ом

**незначимое**

вероятные интервалы перекрываются

**Пример:** 40±5 Ом и 42±4 Ом



# Опыт с двумя тележками по проверке закона сохранения импульса

Начальный импульс

Конечный импульс

$$p = \bar{p} \pm \Delta p$$
$$p' = \bar{p}' \pm \Delta p'$$

| ***p*** **(±0,04)** | ***p'*** **(±0,06)** | ***p-p'*** |
|---|---|---|
| 1,49 | 1,56 | -0,07 |
| 2,10 | 2,12 | -0,02 |
| 1,16 | 1,05 | 0,11 |

Наилучшая оценка разности $\bar{p} - \bar{p}'$

Наибольшее вероятное значение разности будет при $p = \bar{p} + \Delta p$ и $p' = \bar{p}' - \Delta p'$

т. е. $(\bar{p} - \bar{p}')_{\max} = (\bar{p} - \bar{p}') + (\Delta p + \Delta p')$

Наименьшее вероятное значение разности будет при $p = \bar{p} - \Delta p$ и $p' = \bar{p}' + \Delta p'$

т. е. $(\bar{p} - \bar{p}')_{\min} = (\bar{p} - \bar{p}') - (\Delta p + \Delta p')$ ⇒ $p - p' = (\bar{p} - \bar{p}') \pm (\Delta p + \Delta p')$

Погрешность разности есть сумма абсолютных погрешностей $\boxed{\Delta p + \Delta p'}$

| ***p* (±0,04)** | ***p'* (±0,06)** | ***p-p'* (±0,1)** |
|---|---|---|
| 1,49 | 1,56 | -0,07 |
| 2,10 | 2,12 | -0,02 |
| 1,16 | 1,05 | 0,11 |

По сравнению с погрешностью все значения разностей импульсов не отличаются от нуля

# Некоторые простые правила вычисления ошибок в косвенных измерениях

| Вид зависимости | Абсолютная погрешность | Относительная погрешность |
|---|---|---|
| $x+y$ | $\Delta x+\Delta y$ | $\frac{\Delta x+\Delta y}{x+y}$ |
| $x-y$ | $\Delta x+\Delta y$ | $\frac{\Delta x+\Delta y}{x-y}$ |
| $x\cdot y$ | $x\cdot\Delta y+y\cdot\Delta x$ | $\frac{\Delta x}{x}+\frac{\Delta y}{y}$ |
| $x/y$ | $\frac{x\cdot\Delta y+y\cdot\Delta x}{y^2}$ | $\frac{\Delta x}{x}+\frac{\Delta y}{y}$ |

# Пример:

Проводятся измерения двух чисел x и y. Результат дает $x=10\pm1$ $y=20\pm1$. Какова наилучшая оценка для произведения $q=x\cdot y$? Используя наибольшие вероятные значения для x и y (11 и 21), вычислите наибольше вероятное значение для q. Найдите аналогично наименьшее вероятное значение q и интервал, в котором лежит q. Сравните результат с абсолютной погрешностью произведения. Сделайте то же самое для измерений $x=10\pm8$ , $y=20\pm15$.

# Решение:

а) $q_{наил}$=10·20=200. Наибольшее вероятное значение $q_{max}$ = 11·21=231; наименьшее вероятное значение $q_{min}$ = 9·19=171.
Правило

$$q = x \cdot y \cdot \left(1 \pm \left(\frac{\Delta x}{x} + \frac{\Delta y}{y}\right)\right) \qquad (*)$$

дает $q$=200±30, что хорошо согласуется с полученными значениями.

б) Наибольшее вероятное значение $q_{max}$=18·35=630; наименьшее вероятное значение $q_{min}$=2·5=10. Правило (*) дает $q$=200±300 (т.е. $q_{max}$=500; $q_{min}$= -100).

Причина столь сильного расхождения состоит в том, что правило (*) применимо только тогда, когда относительные погрешности малы по сравнению с единицей. Это условие (которое обычно реализуется на практике) в данном случае нарушено.

# Действия над приближенными числами

**Правило 1.** При сложении и вычитании приближенных чисел при записи результата следует сохранять столько десятичных знаков, сколько их в исходном приближенном числе с наименьшим количеством десятичных знаков.

**Пример:**
$6{,}28 + 13{,}1 + 5{,}482 = 24{,}862 \approx 24{,}9$.

**Правило 2.** При сложении и вычитании приближенных чисел в полученном результате по правилам округления нужно отбрасывать цифры тех разрядов справа, в которых отсутствуют значащие цифры хотя бы в одном из данных приближенных чисел.

**Пример:**
$0{,}184 + 120{,}71 + 215 + 62{,}0 = 397{,}894 \approx 398$.

**Правило 3.** При умножении и делении в результате следует сохранять столько значащих цифр, сколько их в приближенном числе, данном с наименьшим количеством значащих цифр.

**Пример:**
$1{,}5 \cdot 25 = 37{,}5 \approx 38$

**Правило 4.** При возведении числа в квадрат и куб в результате следует сохранять столько значащих цифр, сколько их в возводимом в степень приближенном числе.

**Пример:**
$2{,}5^2 = 6{,}25 \approx 6{,}3$

**Правило 5.** При извлечении квадратного и кубического корней в результате следует записывать столько же значащих цифр, сколько у подкоренного приближенного числа.

**Пример:**
$\sqrt{3{,}2} \approx 1{,}8; \sqrt{8{,}0} \approx 2{,}8; \sqrt{16} \approx 4{,}0$

**Правило 6.** При вычислении промежуточных результатов следует брать на одну значащую цифру больше, чем рекомендуют предыдущие правила.

**Замечание.** В окончательном результате эту «запасную» цифру отбрасывают.

**Правило 7.** Данные, у которых больше десятичных знаков или значащих цифр, чем у других, следует предварительно округлять, сохраняя лишь одну запасную цифру.

**Пример:**

$13{,}5955 \cdot 25 \approx 13{,}6 \cdot 25 = 340 \approx 0{,}34 \cdot 10^3$

**Правило 8.** Если угол задан с точностью до градусов, то у значения тригонометрической функции следует сохранять две значащие цифры.

**Пример:**

$$\frac{sin18°}{sin12°} \approx \frac{0{,}309}{0{,}208} \approx 1{,}49 \approx 1{,}5.$$

**Правило 9.** Если численное значение тригонометрической функции имеет не менее двух значащих цифр, то значение соответствующего угла записывают с точностью до градусов.

**Пример:**

$sin\alpha = 0{,}12, \alpha \approx 7°; \quad tg\beta = 0{,}716, \beta \approx 36°$

# Основные требования, предъявляемые к построению графиков

1. Графики строят на бумаге (лучше миллиметровой) линейкой и карандашом, либо с помощью специальных компьютерных программ для построения графиков (затем распечатываются). Готовый график должен быть вложен в отчет по лабораторной работе. Размер графика должен быть не меньше листа А5.
2. На координатных осях должны быть указаны обозначения откладываемых величин и единицы их измерения.
3. Начало координат при необходимости может не совпадать с нулевыми значениями величин. Его выбирают таким образом, чтобы поверхность бумаги была использована максимально.
4. Экспериментальные точки изображаются четко и крупно в виде кружков, крестиков, разноцветных точек и т.п.

5. Масштабные деления на координатных осях следует наносить равномерно. Координаты экспериментальных точек на осях не указывают, а линии, определяющие эти координаты, не проводят.

6. Масштаб выбирают таким образом, чтобы:

a. Кривая была равномерно растянута вдоль обеих осей (если график представляет собой прямую, то угол ее наклона к осям должен быть близок к 45°).

b. Положение любой точки можно было определить легко и быстро. Масштаб по осям графика должен быть кратен 2, 5, 10, 50 и т. д. значениям единиц измеренной величины.

7. Учитывая, что экспериментальные данные содержат определенную случайную погрешность, кривую (прямую), изображающую экспериментальную зависимость, следует проводить не по точкам, а между ними – так, чтобы количество точек по обе стороны от нее было одинаковым. Кривая должна быть плавной.
8. На графике необходимо отложить погрешность измерения величин (доверительный интервал). Делается это с помощью вертикальных и горизонтальных отрезков, симметрично расположенных относительно экспериментальных точек.

Пусть требуется построить график зависимости пути от времени $S=f(t)$ при равномерном движении тела. Результаты измерений приведены в таблице:

| t, с | 10 | 12 | 14 | 15 | 16 | 18 | 19 | 22 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| S, м | 20 | 23 | 30 | 31 | 34 | 34 | 38 | 43 |

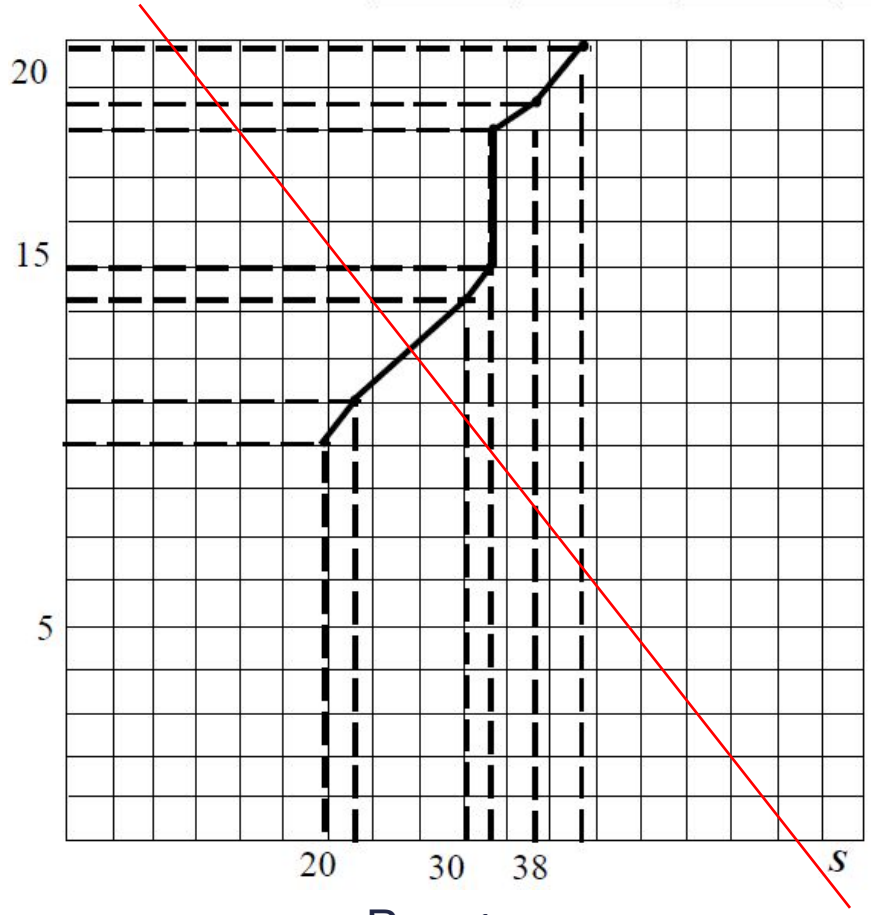



Рис. 1

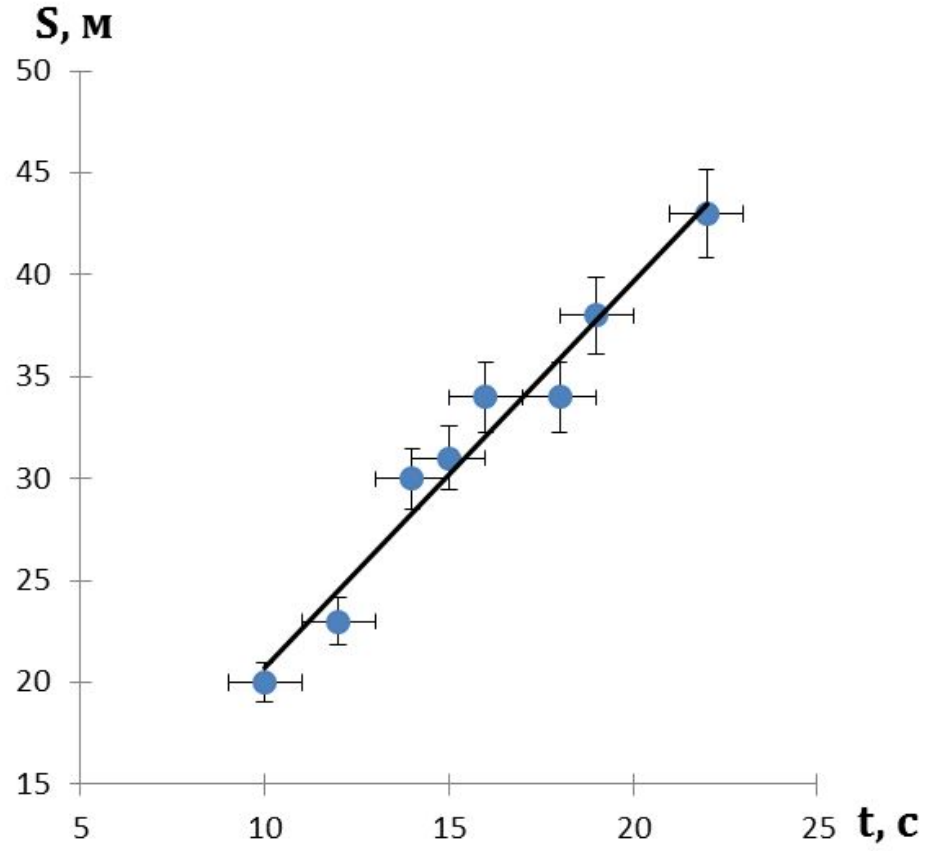
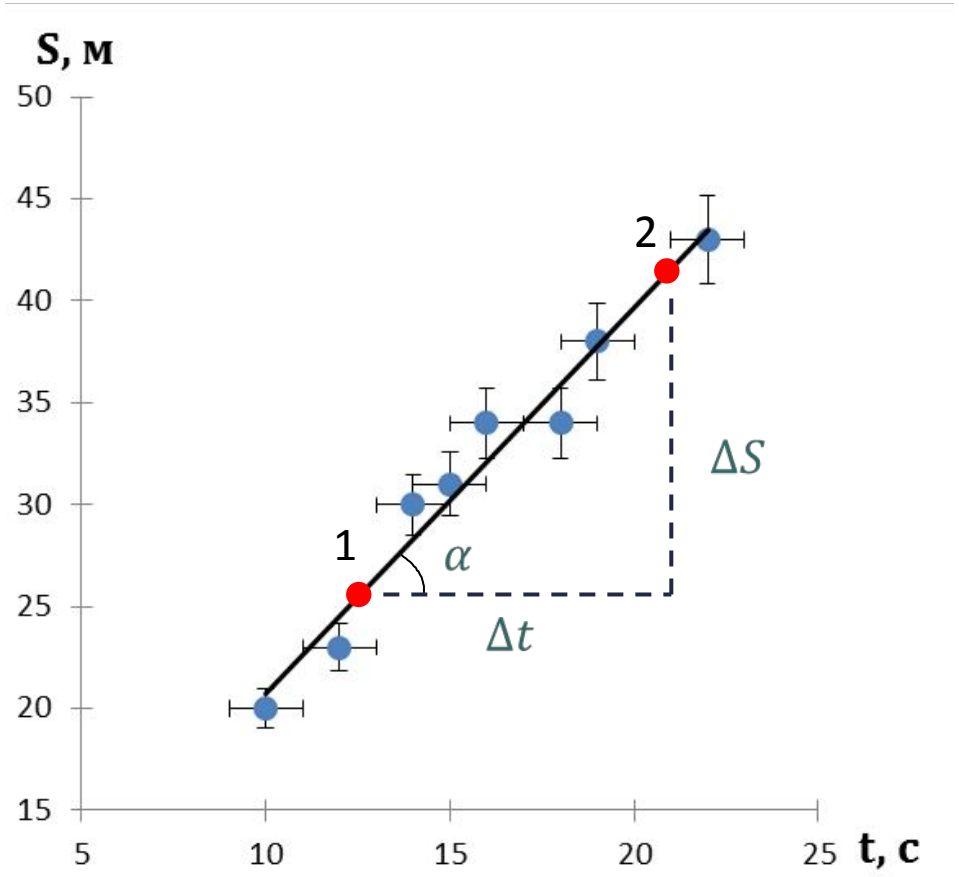



Рис. 2

# Что можно определить из графиков?




$$S = S_0 + V_0 t$$

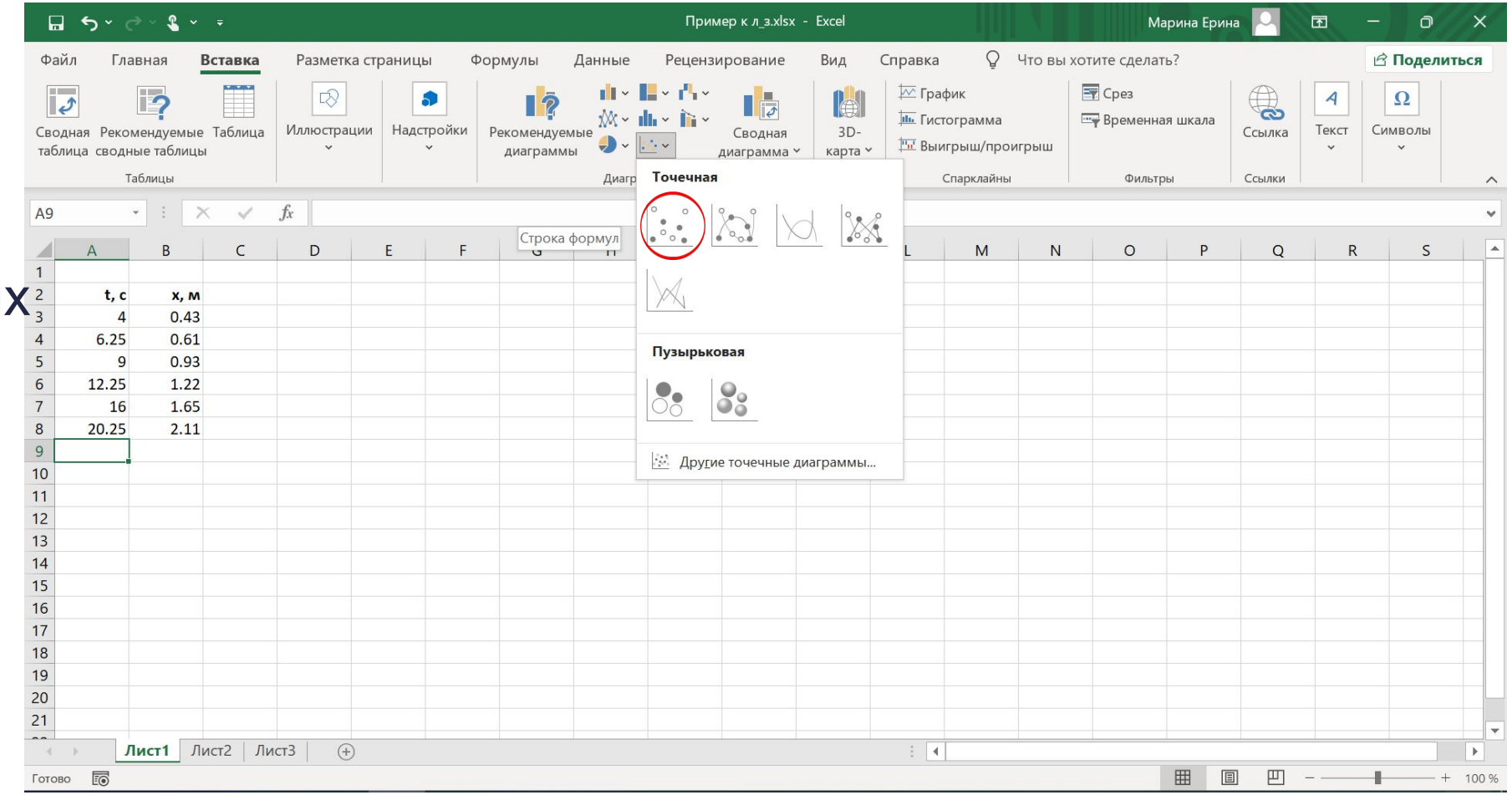
$$\left.\begin{aligned} S_1 &= S_0 + V_0 t_1 \\ S_2 &= S_0 + V_0 t_2 \end{aligned}\right\} \Rightarrow$$

$$\Delta S = V_0 \Delta t \Rightarrow V_0 = \frac{\Delta S}{\Delta t}$$

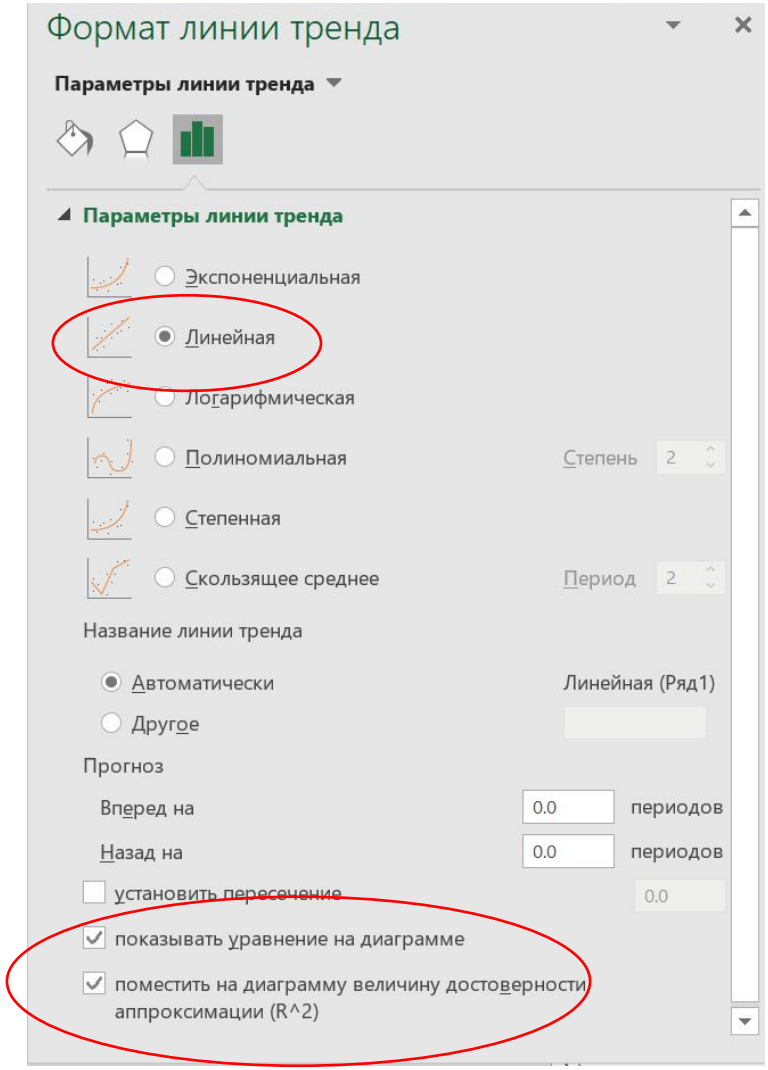
$$tg\alpha = \frac{\Delta S}{\Delta t} \Rightarrow V_0 = tg\alpha$$

# Построение графиков с помощью MS Excel

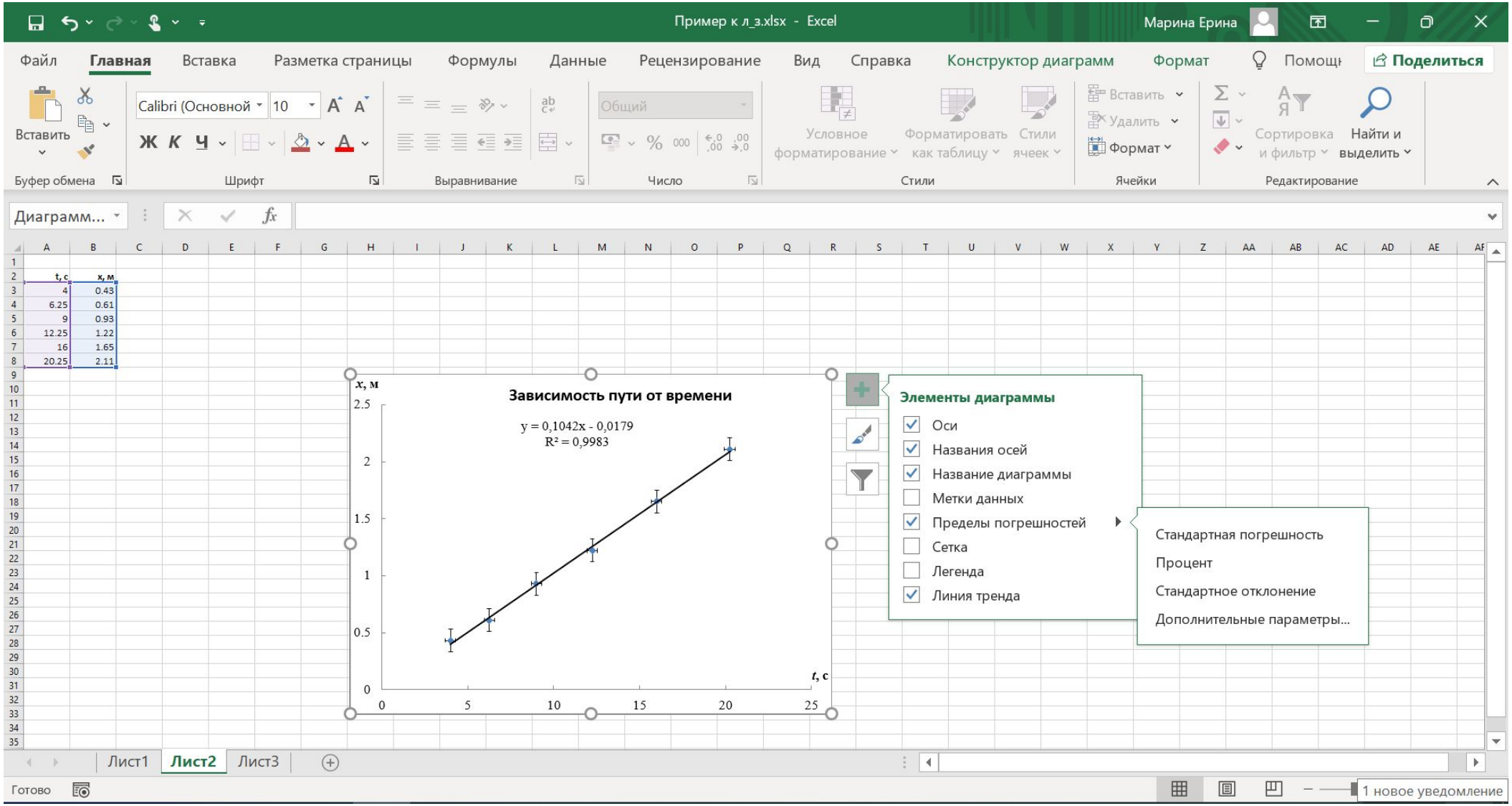
Для построения графиков при обработке экспериментальных результатов следует выбирать опцию **Точечная с маркерами.**



# Добавить линию тренда (правой кнопкой мыши на любой точке)



# Добавить интервалы ошибок



# Алгоритм построения графика в MS Excel

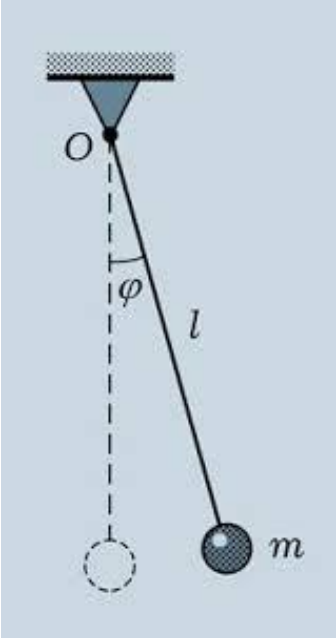
- Занести данные в таблицу MS Excel
- Выбрать необходимый диапазон и на вкладке «Вставка» выбрать «Диаграмма» - «Точечная диаграмма»
- Подписать оси и диаграмму.
- Правой кнопкой мыши на любой точке добавить линию тренда, в раскрывающемся окне добавить параметр линии, указать уравнение и величину достоверности аппроксимации $R^2$.
- Добавить интервалы погрешностей.

# Пример:

а) В эксперименте с математическим маятником студент решает проверить, действительно ли период T не зависит от амплитуды A (определенной как наибольший угол, на который отклоняется маятник от вертикали во время его колебаний). Он получает результаты, представленные в таблице. Постройте график зависимости T от A. Обратите внимание на выбор масштаба. Должен ли студент сделать вывод о том, что период не зависит от амплитуды?

б) Рассмотрите как изменились бы результаты пункта а), если все измеренные значения T имели погрешность ±0,3 с.

| | Период T, с |
|---|---|
| 5±2 | 1,932±0,005 |
| 17±2 | 1,94±0,01 |
| 25±2 | 1,96±0,01 |
| 40±4 | 2,01±0,01 |
| 53±4 | 2,04±0,01 |
| 67±6 | 2,12±0,02 |



# Решение:

а)

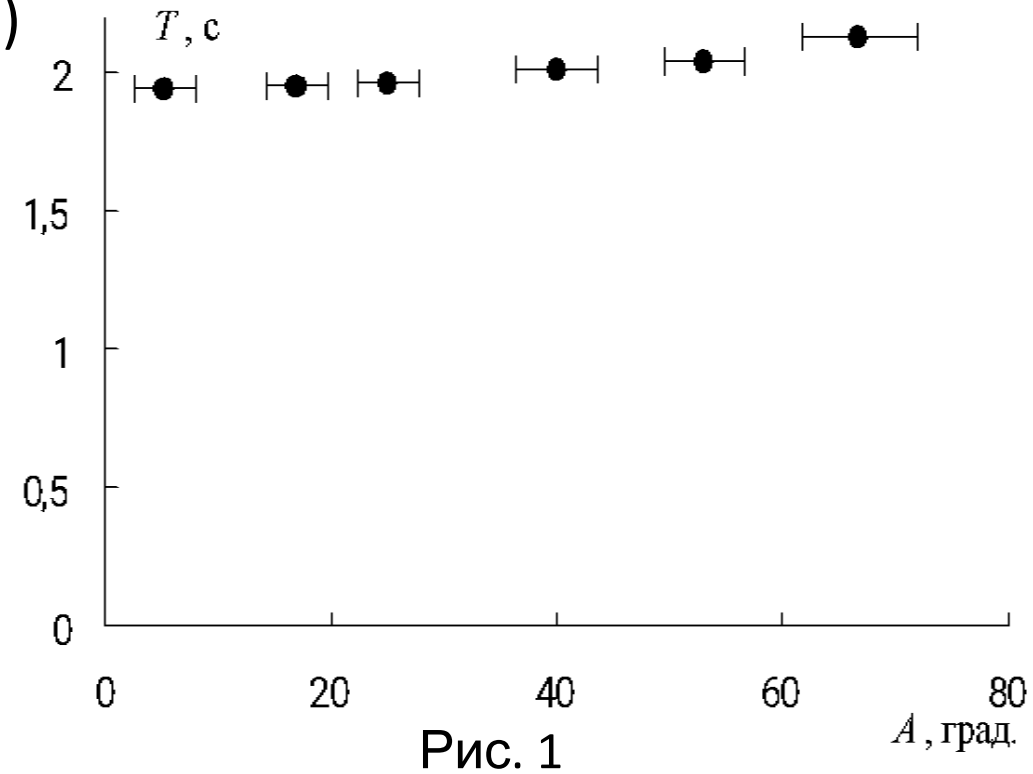



Рис. 1

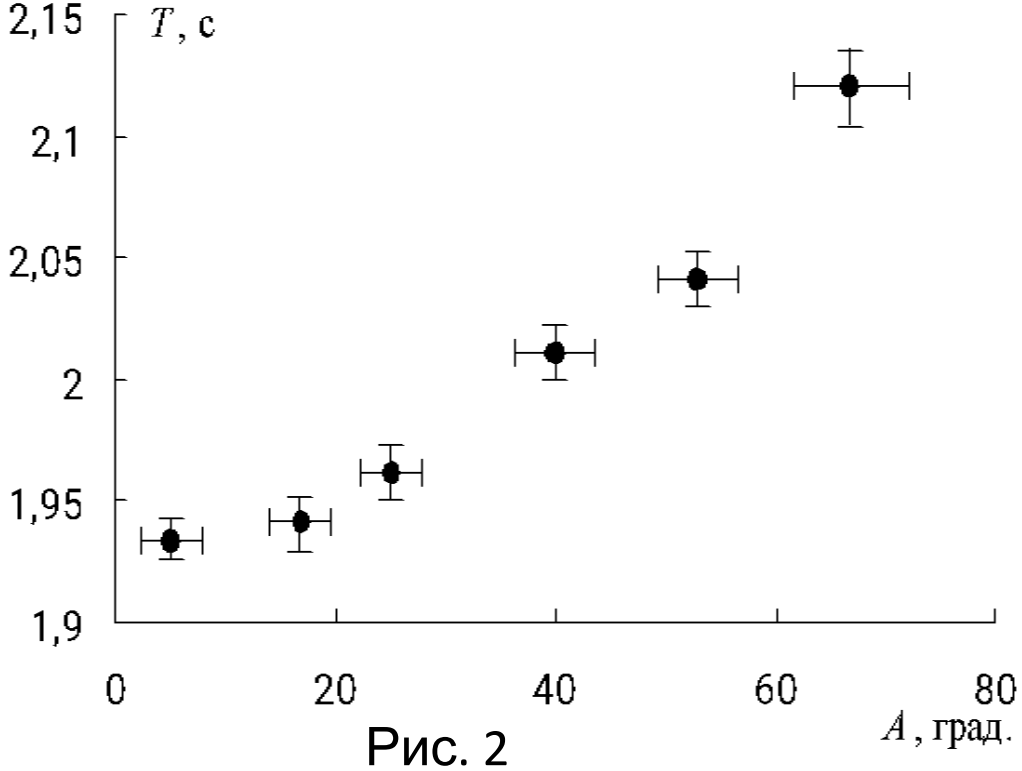


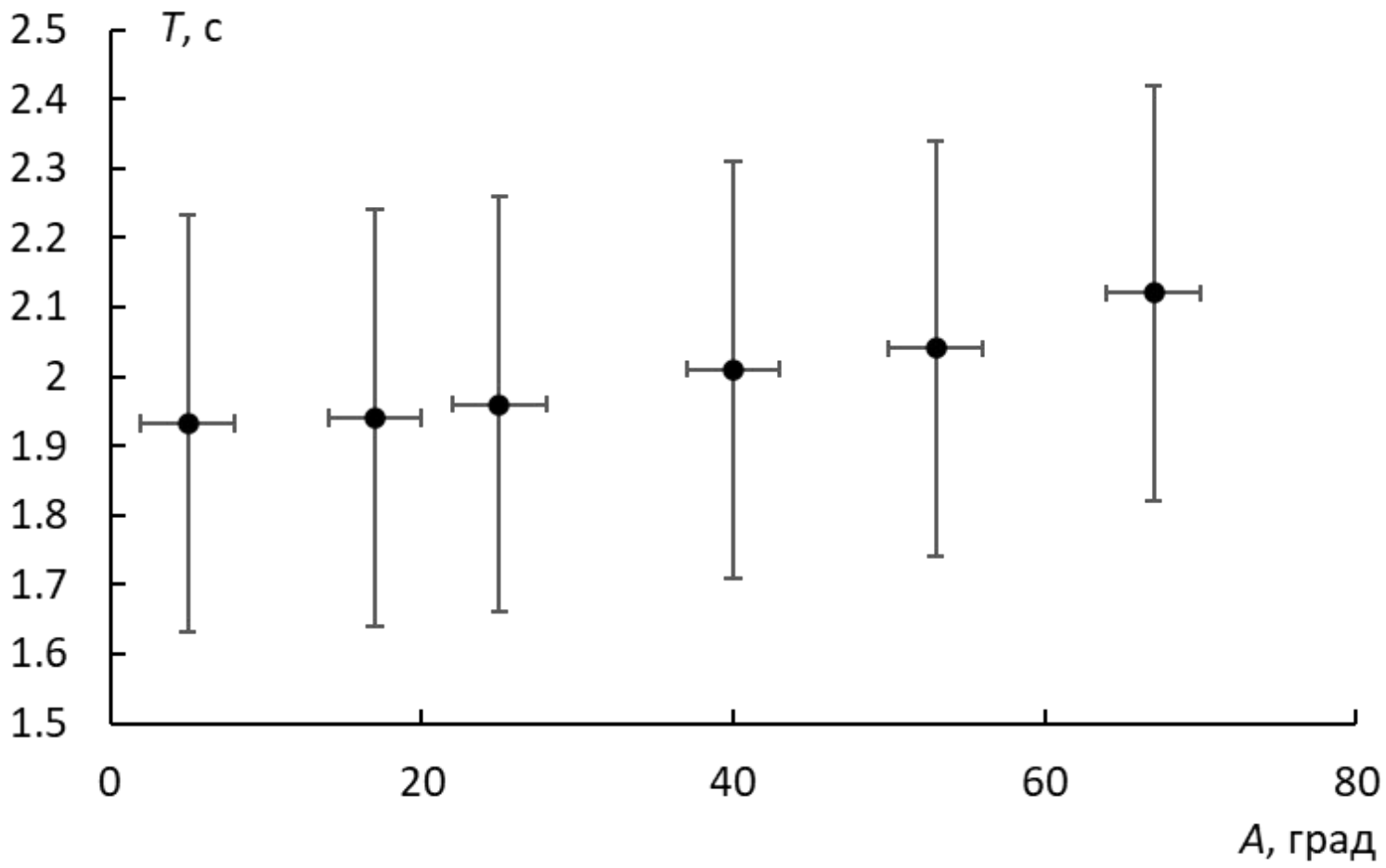

Рис. 2

**Вывод**: Период не зависит от амплитуды

**Вывод**: Период зависит от амплитуды

**Важно!** Следует тщательно анализировать, какой выбор осей координат будет наиболее подходящим для данного конкретного случая.

б) Если перечертить оба графика для случая, когда ошибки равны 0,3 с (вверх и вниз), то было бы ясно, что *T* не зависит от *A*.



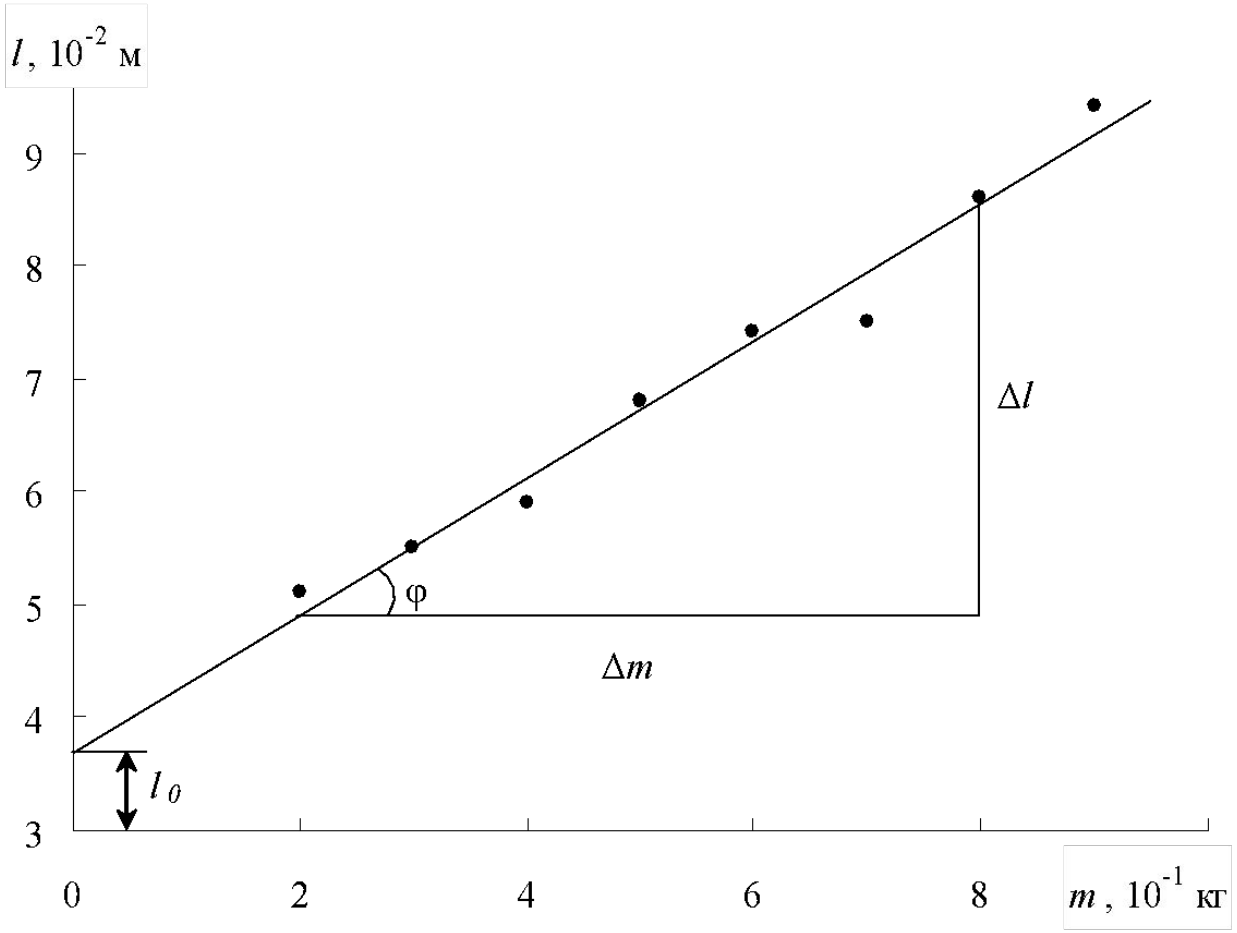
# Пример:

- Чтобы определить коэффициент упругости $k$ пружины, студент подвешивает к ней различные массы $m$ и измеряет соответствующие длины $l$. Его результаты приведены в таблице. Так как сила $mg$ равна $k(l - l_0)$, где $l_0$ – длина пружины в нерастянутом состоянии, то эти данные должны ложиться на линию $l = l_0 + \left(\frac{g}{k}\right) m$. Найти собственную длину пружины $l_0$ и коэффициент упругости $k$.

| | |
|---|---|
| 200 | 5,1 |
| 300 | 5,5 |
| 400 | 5,9 |
| 500 | 6,8 |
| 600 | 7,4 |
| 700 | 7,5 |
| 800 | 8,6 |
| 900 | 9,4 |

# Решение:

| | |
|---|---|
| 2 | 5,1 |
| 3 | 5,5 |
| 4 | 5,9 |
| 5 | 6,8 |
| 6 | 7,4 |
| 7 | 7,5 |
| 8 | 8,6 |
| 9 | 9,4 |




Исходя из того, что **теоретическая** зависимость должна быть линейной, линию необходимо проводить между экспериментальными точками, а **не соединять точки ломаной линией!**

$$k = \frac{g\Delta m}{\Delta l} = 9{,}8 \cdot \frac{(8-2)\cdot 10^{-1}}{(8{,}5-4{,}9)\cdot 10^{-2}} = 163\ \frac{\text{Н}}{\text{м}}$$

$$l_0 = 3{,}7 \cdot 10^{-1}\ \text{м}$$

# Содержание отчета

- Название лабораторной работы
- Кем выполнена
- Цель работы
- Оборудование и материалы
- Необходимые таблицы, расчеты, графики
- Ответ, погрешности
- Выводы

# Примерная форма отчета

**ОТЧЕТ ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ № 1**

Исследование колебательного движения математического маятника

выполненной студентом 1 курса, группы **ФИЗ-6-о-21** **Ивановым И.И.**

24.09.2021

**Цель работы:** Изучить колебательное движение математического маятника, определить ускорение свободного падения

**Оборудование и материалы:** грузы разной массы, одинаковой формы; штатив; нить; секундомер

*Задание 1.* **Исследование периода колебаний математического маятника в зависимости от массы груза**

Таблица 1.

**Вывод:**

*Задание 2.* **Исследование периода колебаний математического маятника в зависимости от длины**

Таблица 2.

| График зависимости (прилагается на миллиметровой бумаге) |
|---|

Вычисление ускорения свободного падения по углу наклона прямой:

**Ответ:** $g = (10{,}2 \pm 0{,}5)$ м/с$^2$, $\varepsilon = 5\%$

**Вывод:** в работе определено ускорение свободного падения равное $g = (10{,}2 \pm 0{,}5)$ м/с$^2$, с относительной погрешностью $\varepsilon = 5\%$

# СПАСИБО!