

Тема: Рекурсивные алгоритмы

ЕГЭ-11

Что нужно знать:

- рекурсия – это приём, позволяющий свести исходную задачу к одной или нескольким более простым задачам того же типа
- чтобы определить рекурсию, нужно задать
 1. условие остановки рекурсии (базовый случай или несколько базовых случаев)
 2. рекуррентную формулу
- любую рекурсивную процедуру можно запрограммировать с помощью цикла
- рекурсия позволяет заменить цикл и в некоторых сложных задачах делает решение более понятным, хотя часто менее эффективным

Ниже на пяти языках программирования записан рекурсивный алгоритм F.

Бейсик	Python
<pre>SUB F(n) PRINT n IF n < 4 THEN F(n + 1) F(n + 3) END IF END SUB</pre>	<pre>def F(n): print(n) if n < 4: F(n + 1) F(n + 3)</pre>
Алгоритмический язык	Паскаль
<pre>алг F(цел n) нач вывод n, нс если n < 4 то F(n + 1) F(n + 3) все кон</pre>	<pre>procedure F(n: integer); begin writeln(n); if n < 4 then begin F(n + 1); F(n + 3) end end</pre>
Си	
<pre>void F(int n) { cout << n; if (n < 4) { F(n + 1); F(n + 3); } }</pre>	

Сложив все значения, получим
25.

1

2

3

4

6

5

4

Чему равна сумма всех чисел, напечатанных на экране при выполнении вызова F(1)?

P-06. Ниже записаны две рекурсивные процедуры: F и G:

```
procedure F(n: integer); forward;
procedure G(n: integer); forward;
procedure F(n: integer);
begin
  if n > 0 then
    G(n - 1);
end;
procedure G(n: integer);
begin
  writeln('*');
  if n > 1 then
    F(n - 2);
end;
```

Сколько символов «звёздочка» будет напечатано на экране при выполнении вызова F(11)?

Решение:

- 1) заметим, что каждая функция вызывает другую (это называется косвенная рекурсия), причём только один раз
- 2) вот цепочка вызовов:
 $F(11) \rightarrow G(10) \rightarrow F(8) \rightarrow G(7) \rightarrow F(5) \rightarrow G(4) \rightarrow F(2) \rightarrow G(1)$
- 3) за один вызов функции G выводится одна звёздочка, внутри функции F звездочки не выводятся, поэтому за 4 вызова G будет выведено 4 звездочки
- 4) Ответ: 4.

P-05. Дан рекурсивный алгоритм:

```
procedure F(n: integer);
```

```
begin
```

```
  writeln(n);
```

```
  if n < 5 then begin
```

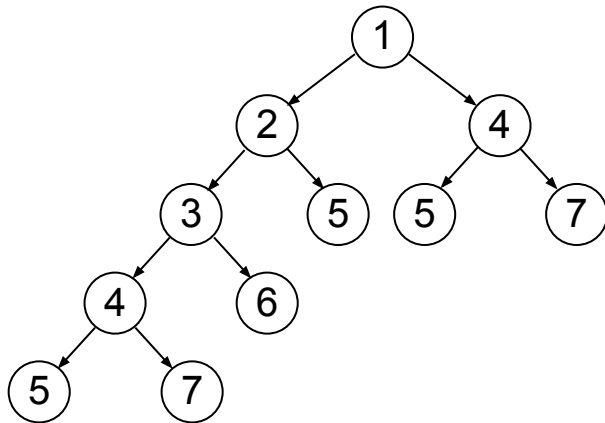
```
    F(n + 1);
```

```
    F(n + 3)
```

```
  end
```

```
end;
```

Вывести последовательность чисел при вызове F(1).



1,2,3,4,5,7,6,5,4,5,7

1,2,3,4,4

4,3,2,1,4

4,3,2,4,1

P-03. Дан рекурсивный алгоритм:

```
procedure F(n: integer);
```

```
begin
```

```
  writeln('*');
```

```
  if n > 0 then begin
```

```
    F(n-2);
```

```
    F(n div 2)
```

```
  end
```

```
end;
```

Сколько символов "звездочка" будет напечатано на экране при выполнении вызова F(7)?

P-01. Алгоритм вычисления значения функции $F(n)$, где n – натуральное число, задан следующими соотношениями:

$$F(1) = 1$$

$$F(n) = F(n-1) * n, \text{ при } n > 1$$

Чему равно значение функции $F(5)$?

В ответе запишите только целое число.

Решение:

1) используя заданную рекуррентную формулу, находим, что

$$F(5) = F(4) * 5$$

2) применив формулу еще несколько раз, получаем

$$F(5) = F(3) * 4 * 5 = F(2) * 3 * 4 * 5 = F(1) * 2 * 3 * 4 * 5$$

3) мы дошли до базового случая, который останавливает рекурсию, так как определяет значение $F(1) = 1$

4) окончательно $F(5) = 1 * 2 * 3 * 4 * 5 = 120$

5) ответ: **120**.