Тема: Рекурсивные алгоритмы

ЕГЭ-11

Что нужно знать:

- рекурсия – это приём, позволяющий свести исходную задачу к одной или нескольким более простым задачам того же типа
- чтобы определить рекурсию, нужно задать
  1. условие остановки рекурсии (базовый случай или несколько базовых случаев)
  2. рекуррентную формулу
- любую рекурсивную процедуру можно запрограммировать с помощью цикла
- рекурсия позволяет заменить цикл и в некоторых сложных задачах делает решение более понятным, хотя часто менее эффективным

Ниже на пяти языках программирования записан рекурсивный алгоритм F.

Бейсик

```
SUB F(n)
    PRINT n
    IF n < 4 THEN
        F(n + 1)
        F(n + 3)
    END IF
 END SUB
```

Python

```
def F(n):
   print(n)
   if n < 4:
      F(n + 1)
      F(n + 3)
```

Алгоритмический язык

```
алг F(цел n)
нач
    вывод n, нс
    если n < 4 то
        F(n + 1)
        F(n + 3)
    все
кон
```

Паскаль

```
procedure F(n: integer);
begin
    writeln(n);
    if n < 4 then
    begin
        F(n + 1);
        F(n + 3)
    end
end
```

Си

```
void F(int n)
{
    cout << n;
    if (n < 4)
    {
        F(n + 1);
        F(n + 3);
    }
}
```

Чему равна сумма всех чисел, напечатанных на экране при выполнении вызова F(1)?

Сложив все значения, получим 25.

1

2

3

4

6

5

4

Р-06. *Ниже записаны две рекурсивные процедуры: F и G:*

```
procedure F(n: integer); forward;
procedure G(n: integer); forward;
procedure F(n: integer);
begin
if n > 0 then
  G(n - 1);
end;
procedure G(n: integer);
begin
writeln('*');
if n > 1 then
   F(n - 2);
end;
```

Сколько символов «звёздочка» будет напечатано на экране при выполнении вызова F(11)?

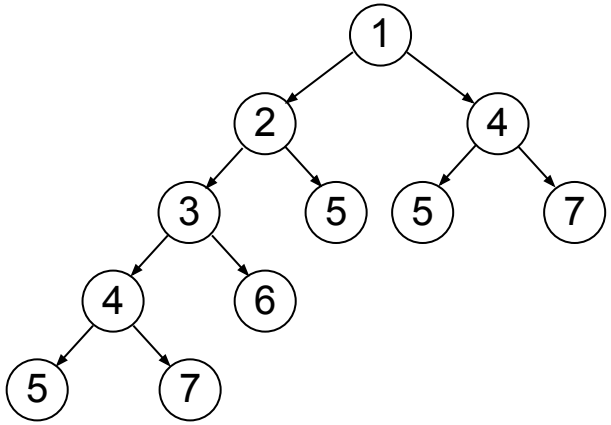
Решение:

1) заметим, что каждая функция вызывает другую (это называется косвенная рекурсия), причём только один раз
2) вот цепочка вызовов:
   F(11) → G(10) → F(8) → G(7) → F(5) → G(4) → F(2) → G(1)
3) за один вызов функции G выводится одна звёздочка, внутри функции F звездочки не выводятся, поэтому за 4 вызова G будет выведено 4 звездочки
4) Ответ: 4.

P-05. *Дан рекурсивный алгоритм:*

```
procedure F(n: integer);
begin
  writeln(n);
  if n < 5 then begin
    F(n + 1);
    F(n + 3)
  end
end;
```

Вывести последовательность чисел при вызове F(1).



1,2,3,4,5,7,6,5,4,5,7

1,2,3,4,4

4,3,2,1,4

4,3,2,4,1

Р-03. *Дан рекурсивный алгоритм:*

```
procedure F(n: integer);
begin
 writeln('*');
 if n > 0 then begin
   F(n-2);
   F(n div 2)
 end
end;
```

Сколько символов "звездочка" будет напечатано на экране при выполнении вызова F(7)?

1) Ответ: 21.

Р-01. *Алгоритм вычисления значения функции F(n), где n – натуральное число, задан следующими соотношениями:*

```
F(1) = 1
F(n) = F(n-1) * n, при n > 1
```

Чему равно значение функции F(5)?

В ответе запишите только целое число.

Решение:

1) используя заданную рекуррентную формулу, находим, что
   F(5) = F(4) * 5
2) применив формулу еще несколько раз, получаем
   F(5) = F(3) * 4 * 5 = F(2) * 3 * 4 * 5 = F(1) * 2 * 3 * 4 * 5
3) мы дошли до базового случая, который останавливает рекурсию, так как определяет значение F(1) = 1
4) окончательно F(5) = 1 * 2 * 3 * 4 * 5 = 120
5) ответ: 120.