

Схема Бернулли

Проводится серия независимых испытаний, в каждом из которых возможно 2 исхода, которые условно назовем Успех и Неудача.

Например, студент сдает 4 экзамена, в каждом из которых возможно 2 исхода Успех: студент сдал экзамен и Неудача: не сдал.

Вероятность Успеха в каждом испытании равна p . Вероятность Неудачи равна $q=1-p$.

Требуется найти вероятность того, что в серии из n испытаний успех наступит m раз

$P_n(m)$

$$P_n(m) = C_n^m \cdot p^m \cdot q^{n-m}$$

Формула Бернулли

ПРИМЕР.

Известно, если монета упадет орлом, студент идет в кино, если монета упадет решкой – студент идет на лекцию. Монету бросило 5 студентов. Какова вероятность, что

- 1) трое из них окажутся на лекции**
- 2) на лекции окажется не меньше 3 студентов**
- 2) хотя бы один из студентов попадет на лекцию?**

Решение:

- 1) В данной задаче проводится серия из $n=5$ независимых испытаний. Назовем Успехом поход на лекцию (выпадение решки) и Неудачей – поход в кино (выпадение герба).
 $p=q=1/2$.

По формуле Бернулли находим вероятность того, что при 5 бросаниях монеты трижды случится успех:

$$\begin{aligned} P_5(3) &= C_5^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \\ &= \frac{5!}{3!2!} \cdot \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{4} = 10 \cdot \frac{1}{32} = 0,3125 \end{aligned}$$

Чтобы найти вероятность того, что при 5 бросаниях хотя бы один раз монета выпадет решкой, перейдем к вероятности противоположного события - монета все 5 раз выпадет гербом:

$$P_5(0).$$

Тогда искомая вероятность будет: $P=1- P_5(0)$.

По формуле Бернулли:

$$\begin{aligned} P_5(0) &= C_5^0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5 = \\ &= \left(\frac{1}{2}\right)^5 = 0,03125 \end{aligned}$$

Тогда вероятность искомого события составит

$$P = 1 - 0.03125 = 0,96875$$



В среднем по 10% договоров страховая компания выплачивает страховую сумму. Найти вероятность того, что из 10 договоров, заключенных страховой компанией, с наступлением страхового случая будет связано с выплатой страховой суммы:

- а) три договора;
- б) два договора
- в) один договор
- г) ни одного договора
- д) все договора
- е) менее двух договоров.
- ж) более двух договоров
- з) хотя бы один договор

В среднем по 10% договоров страховая компания выплачивает страховую сумму. Найти вероятность того, что из 10 договоров, заключенных страховой компанией, с наступлением страхового случая будет связано с выплатой страховой суммы:

- а) три договора;
- б) два договора
- в) один договор
- г) ни одного договора
- д) все договора
- е) менее двух договоров.
- ж) более двух договоров
- з) хотя бы один договор

Применим схему Бернулли			
число испытаний n=		10	
успех - наступление страхового случая			
вероятность успеха p=		0,1	
вероятность неудачи q=1-p=		0,9	
А - страховой случай наступил по 3 договорам			
P(A)=Вероятность иметь 3 успеха=			0,057396
В - страховой случай наступил по всем договорам			
P(B)=Вероятность иметь 10 успехов=			1E-10
С - страховой случай наступил менее, чем по 2 договорам			
P(C)=Вероятность иметь 0 или 1 успех			
Вероятность иметь 0 успехов		0,348678	
Вероятность иметь 1 успех		0,38742	
P(C)=			0,736099

Используя условие первой задачи рассчитать таблицу. В первом столбце таблицы – возможные значения числа страховых случаев от 0 до числа заключенных договоров. Во втором столбце таблицы – вероятности каждого значения.

число страховых случаев, m	Вероятность $p_n(m)$
0	0,34868
1	0,38742
2	0,19371
3	0,05740
4	0,01116
5	0,00149
6	0,00014
7	8,748E-06
8	3,645E-07
9	9E-09
10	1E-10



Сумма по столбцу должна быть 1

Постройте график для вероятностей по таблице, вычисленной в предыдущем задании.

