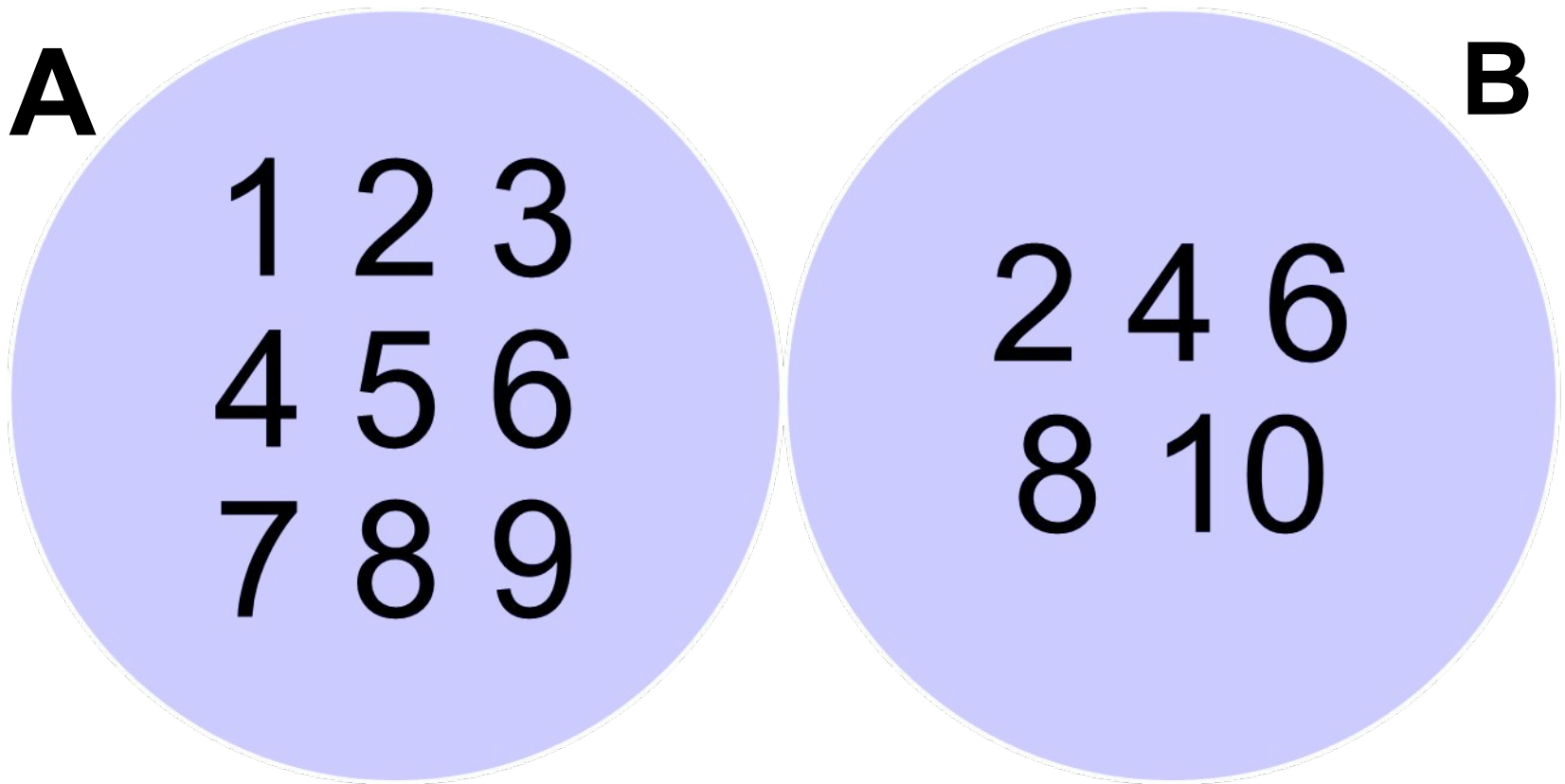


$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ ,  $B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$

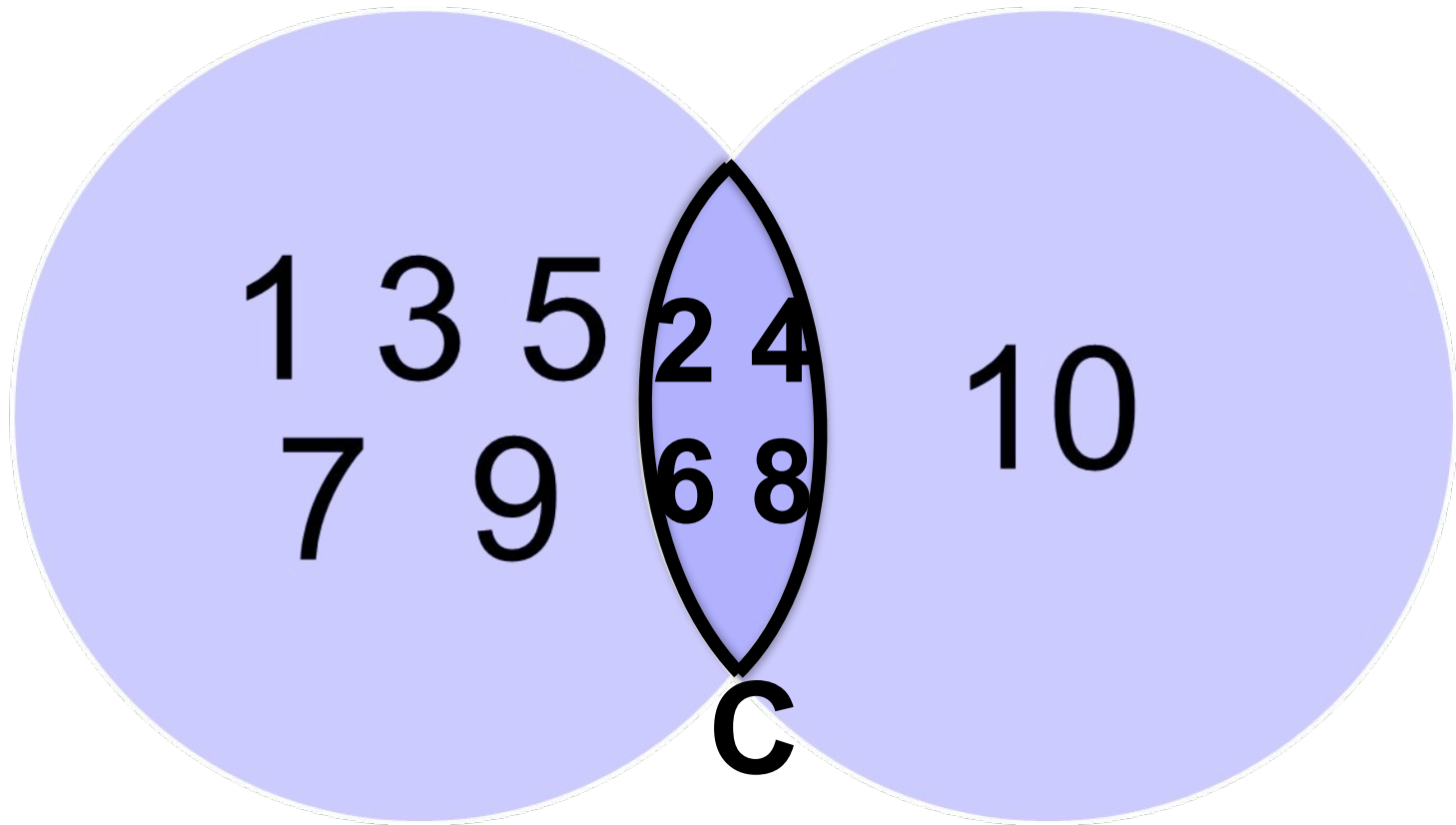
*Что будет являться их пересечением?*



Даны два множества:

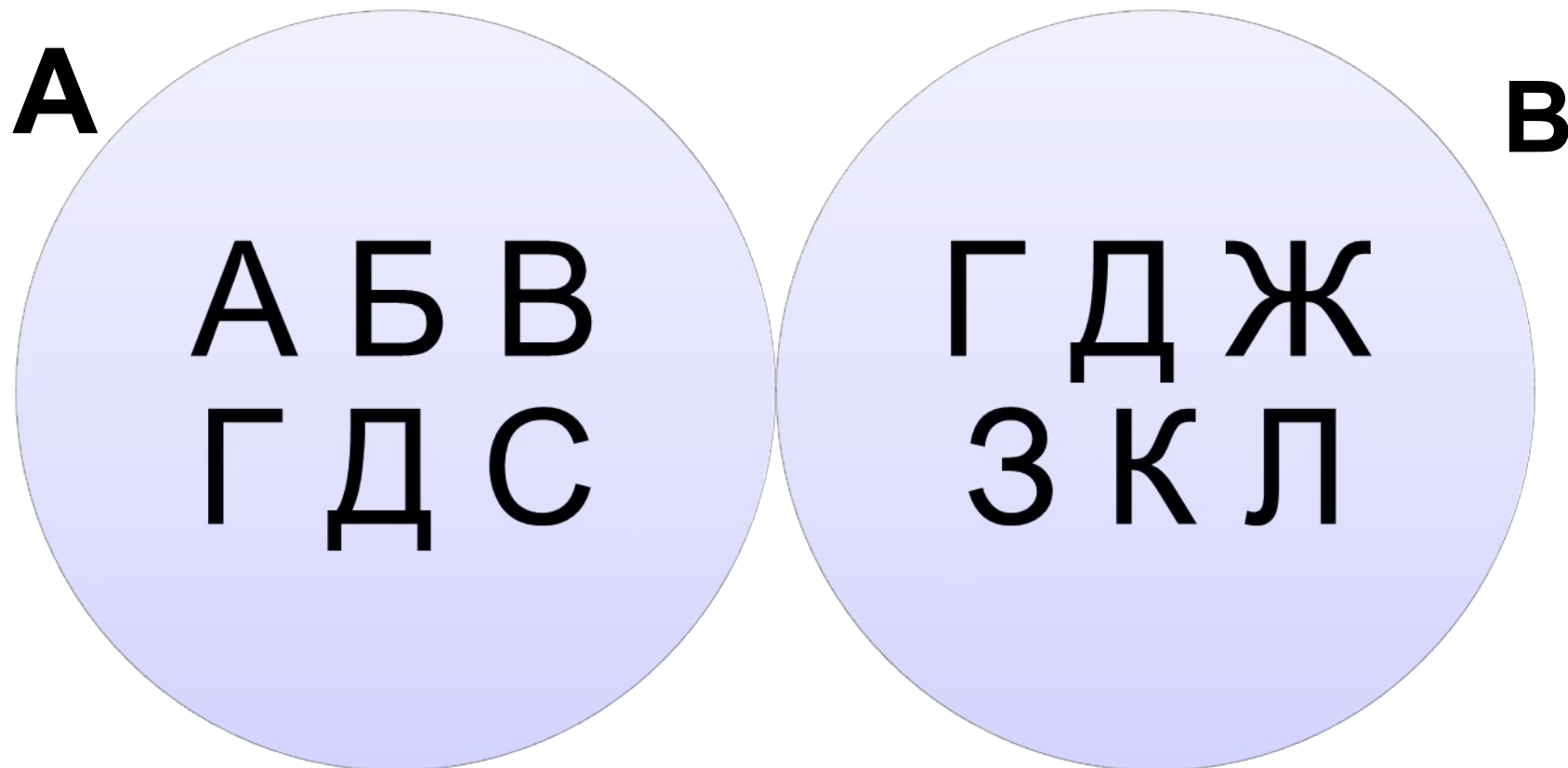
$$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}, B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$$

*Что будет являться их пересечением?*



$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}, B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$

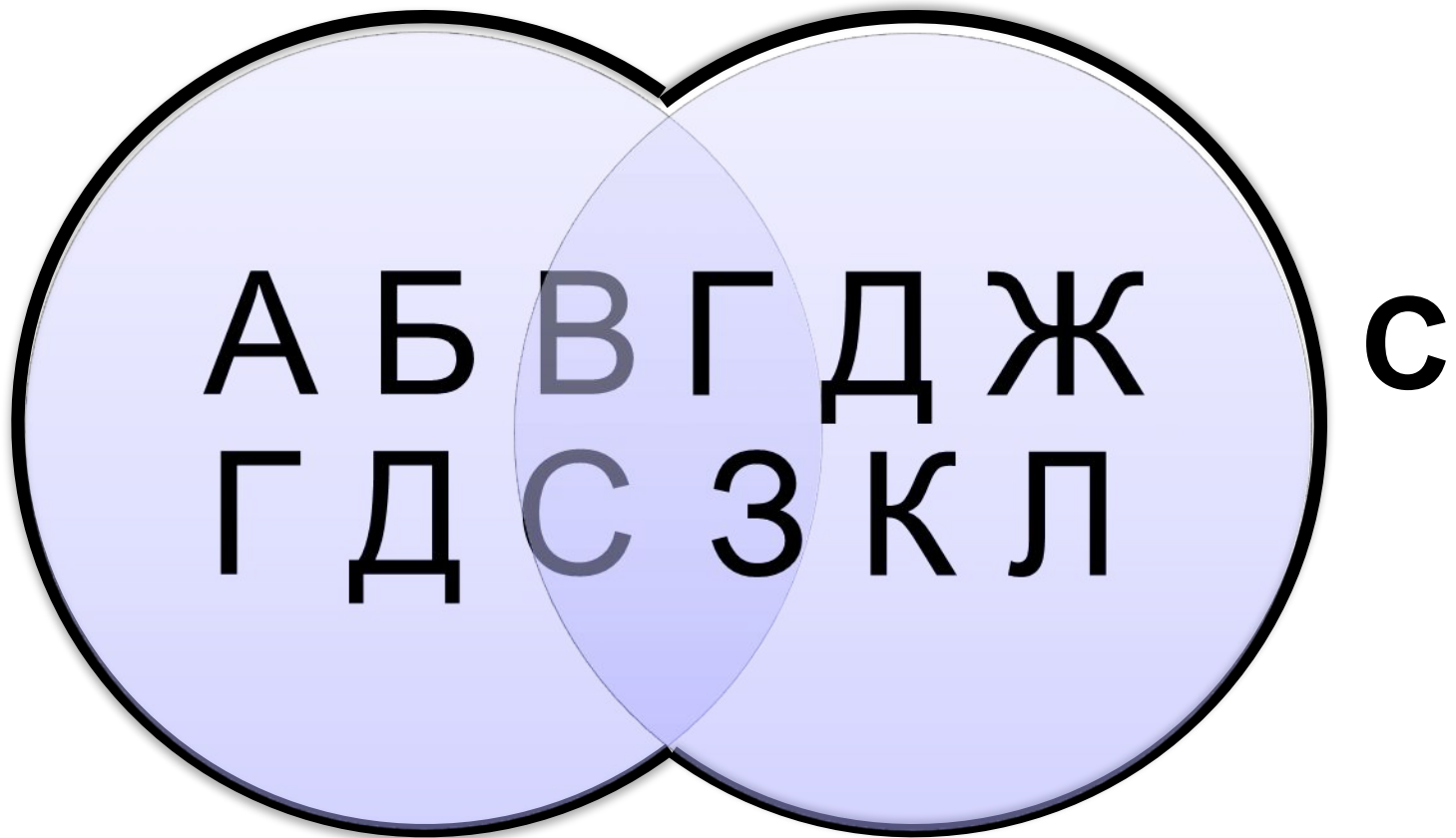
*Что будет являться их пересечением?*



Даны два множества:

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}, B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$$

*Что будет являться их пересечением?*




# Ребус




**2,1**

**З=Г**



*Алгебра* - наука об общих операциях, аналогичных сложению и умножению, которые могут выполняться над различными математическими объектами (алгебра переменных и функций, алгебра векторов, алгебра множеств и т.д.). Объектами алгебры логики являются высказывания.



*Алгебра логики* отвлекается от смысловой содержательности высказываний. Ее интересует только один факт — истинно или ложно данное высказывание, что дает возможность определять истинность или ложность составных высказываний алгебраическими методами.



*Элементы  
алгебры логики*



# Что такое высказывание?

*Высказывание* - это предложение на любом языке, содержание которого можно однозначно определить как **ИСТИННОЕ** или **ЛОЖНОЕ**.

# Высказывание

В русском языке высказывания выражаются повествовательными предложениями:

*Январь – зимний месяц.  
Москва – столица России.*

**Приведите примеры.**

# Высказывание

Побудительные и вопросительные предложения высказываниями не являются.

*Как красив закат!*

*Войдите в класс.*

*Ты выучил стихотворение?*

Но не всякое повествовательное предложение является высказыванием:


*Информатика – очень интересный предмет.*

# Высказывания

```
graph TD; A[Высказывания] --> B[Простые]; A --> C[Сложные]
```

Простые

Сложные



Высказывание называется *простым*, если никакая его часть сама не является высказыванием.

*Сложные* (составные) высказывания строятся из простых с помощью логических операций.


Простые высказывания в алгебре логики обозначаются заглавными латинскими буквами:

$A = \{\text{Аристотель - основоположник логики}\}$

$B = \{\text{На яблонях растут бананы}\}.$

Истинному высказыванию ставится в соответствие 1, ложному — 0.

Таким образом,  $A = 1, B = 0.$



Логические операции задаются таблицами истинности и могут быть графически проиллюстрированы с помощью диаграмм Эйлера-Венна.

# Логическая операция **ДИЗЪЮНКЦИЯ** (логическое сложение):

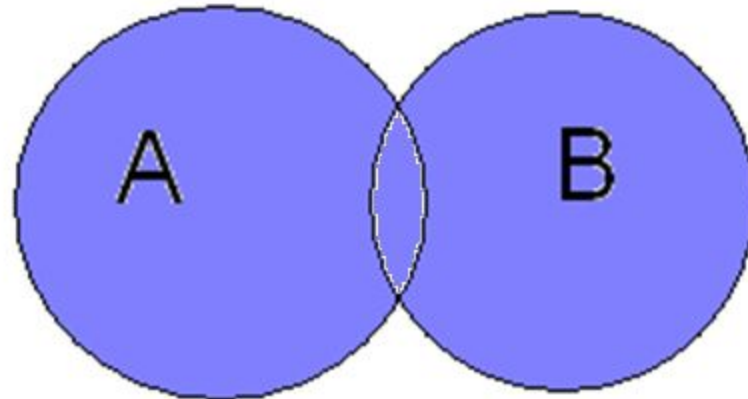
в естественном языке соответствует союзу **или**;  
обозначение  $\vee$  ;

в языках программирования обозначение **Or**.

Дизъюнкция - это логическая операция, которая каждому двум простым высказываниям ставит в соответствие составное высказывание, являющееся ложным тогда и только тогда, когда оба исходных высказывания ложны и истинным, когда хотя бы одно из двух образующих его высказываний истинно.



- В алгебре множеств дизъюнкция соответствует операция *объединения множеств*, т.е. множеству получившемуся в результате сложения множеств  $A$  и  $B$  соответствует множество, состоящее из элементов, принадлежащих либо множеству  $A$ , либо множеству  $B$ .
- Диаграмма Эйлера-Венна:



# Таблица истинности

A	B	$A \vee B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

# Логическая операция **КОНЪЮНКЦИЯ** (логическое умножение):

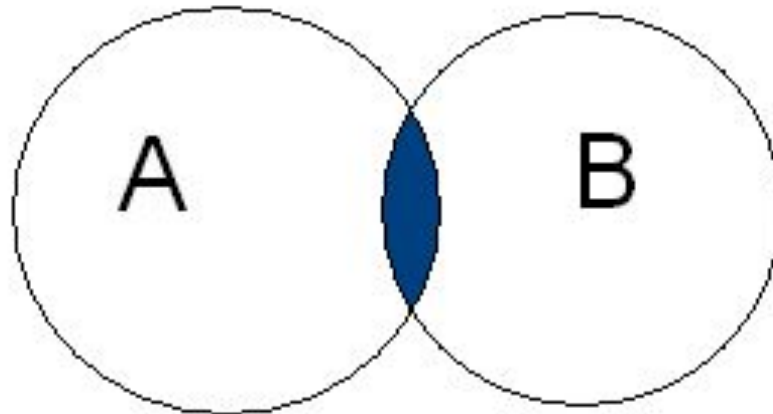
в естественном языке соответствует союзу **и**;

в алгебре высказываний обозначение **&**;

в языках программирования обозначение **And**.

**Конъюнкция** - это логическая операция, ставящая в соответствие каждому двум простым высказываниям составное высказывание, являющееся истинным тогда и только тогда, когда оба исходных высказывания истинны.

- В алгебре множеств конъюнкции соответствует операция *пересечения множеств*, т.е. множеству получившемуся в результате умножения множеств  $A$  и  $B$  соответствует множество, состоящее из элементов, принадлежащих одновременно двум множествам.
- Диаграмма Эйлера-Венна:



# Таблица истинности

A	B	A&B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

# Логическая операция **ИНВЕРСИЯ**

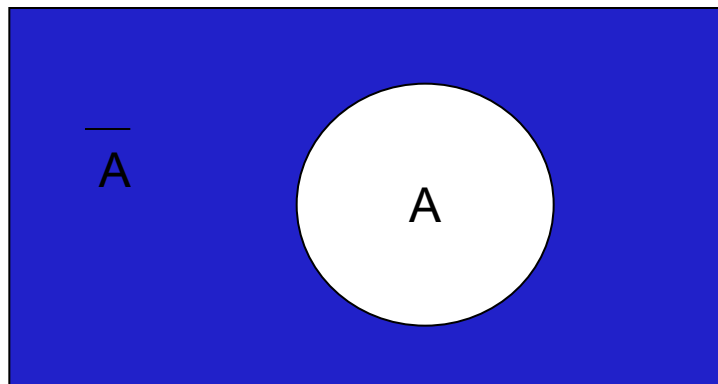
(отрицание):

Даны два множества:

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}, B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$$

*Что будет являться их пересечением?*

- В алгебре множеств логическому отрицанию соответствует операция *дополнения до универсального множества*, т.е. множеству получившемуся в результате отрицания множества  $A$  соответствует множество, дополняющее его до универсального множества.
- Диаграмма Эйлера-Венна:



# Таблица истинности:

$A$	$\overline{A}$
0	1
1	0



# Логическая операция **ИМПЛИКАЦИЯ** (логическое следование):

в естественном языке соответствует обороту  
**если ..., то ...;**

обозначение  $A \rightarrow B$ .

*Импликация* - это логическая операция, ставящая в соответствие каждому двум простым высказываниям составное высказывание, являющееся ложным тогда и только тогда, когда условие (первое высказывание) истинно, а следствие (второе высказывание) ложно.

# Таблица истинности

A	B	$A \rightarrow B$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

# Логическая операция **ЭКВИВАЛЕНЦИЯ** (равнозначность):

В естественном языке соответствует оборотам речи **тогда и только тогда; в том и только в том случае;**

обозначения  $A \leftrightarrow B, A \sim B$  .

*Эквиваленция* – это логическая операция, ставящая в соответствие каждому двум простым высказываниям составное высказывание, являющееся истинным тогда и только тогда, когда оба исходных высказывания одновременно истинны или одновременно ложны.

# Таблица истинности

A	B	$A \leftrightarrow B$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

**Логические операции имеют  
следующий приоритет:**

**действия в скобках, инверсия,  
&, V,  $\rightarrow$ ,  $\leftrightarrow$ .**

# Простые и сложные высказывания

Название логической операции	Логическая связка
Конъюнкция	«и»; «а»; «но»; «хотя»
Дизъюнкция	«или»
Инверсия	«не»; «неверно, что»
Импликация	«если..., то...»; «из ... следует ...», «... влечет...»
Эквиваленция	«Тогда и только тогда», «равносильно»

**Задание 1. Определите истинность составного высказывания:**

$$(\bar{A} \ \& \ \bar{B}) \ \& \ (C \vee D),$$

состоящего из простых высказываний:

$A = \{\text{Принтер} - \text{устройство вывода информации}\},$

$B = \{\text{Процессор} - \text{устройство хранения информации}\},$

$C = \{\text{Монитор} - \text{устройство вывода информации}\},$

$D = \{\text{Клавиатура} - \text{устройство обработки информации}\}.$

Решение:

$$A = 1, B = 0, C = 1, D = 0.$$

$$(1 \ \& \ 0) \ \& \ (1 \ \vee \ 0) =$$

$$(0 \ \& \ 1) \ \& \ (1 \ \vee \ 0) = 0$$



Задание 2. Выделите в составных высказываниях простые. Обозначьте каждое из них буквой; запишите с помощью логических операций каждое составное высказывание.

- Число 376 четное и трехзначное.
- Неверно, что Солнце движется вокруг Земли.
- Если сумма цифр числа делится на 3, то число делится на 3
- Число 15 делится на 3 тогда и только тогда, когда сумма цифр числа 15 делится на 3.

## Задание 3. Найдите значения логических выражений

а)  $(1 \vee 1) \vee (1 \vee 0)$ ;

б)  $((1 \vee 0) \vee 1) \vee 1$ ;

в)  $(0 \vee 1) \vee (1 \vee 0)$ ;

г)  $(0 \& 1) \& 1$ ;

д)  $1 \& (1 \& 1) \& 1$ ;

Задание 4. Даны два простых высказывания (устно):

$$A = \{2 * 2 = 4\}, B = \{2 * 2 = 5\}.$$

Какие из составных высказываний ИСТИННЫ:

- а)  $\overline{A}$ ;
- б)  $\overline{B}$ ;
- в)  $A \& B$ ;
- г)  $A \vee B$ ;
- д)  $A \rightarrow B$ ;
- е)  $A \leftrightarrow B$ .

## Задание 5. Даны простые высказывания:

- $A = \{5 > 3\}$ ,  $B = \{2 = 3\}$  и  $C = \{4 < 2\}$ .
- Определите истинность составных высказываний:
  - а)  $(A \vee B) \& C \rightarrow (A \& C) \vee (B \& C)$ ;
  - б)  $(A \& B) \vee C \leftrightarrow (A \vee C) \& (A \& B)$ .