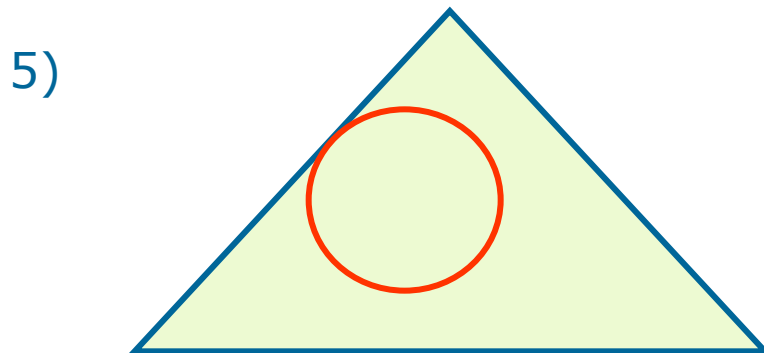
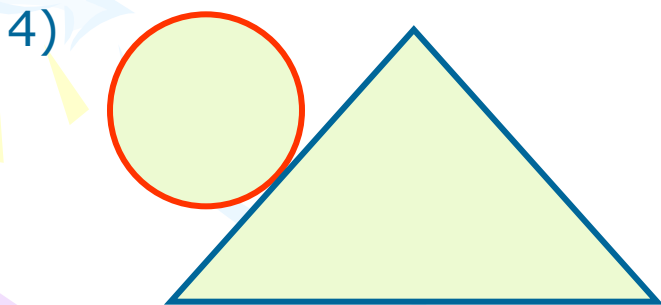
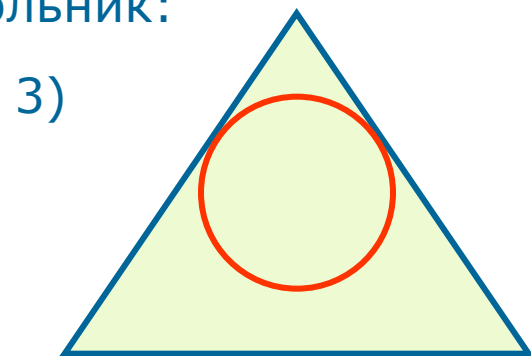
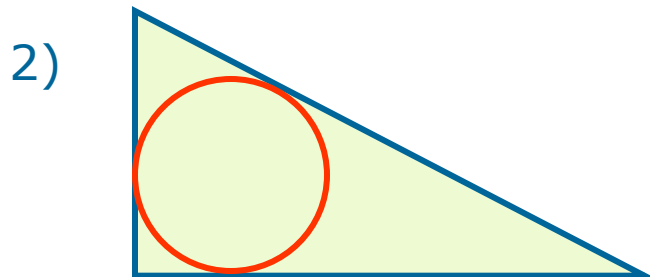
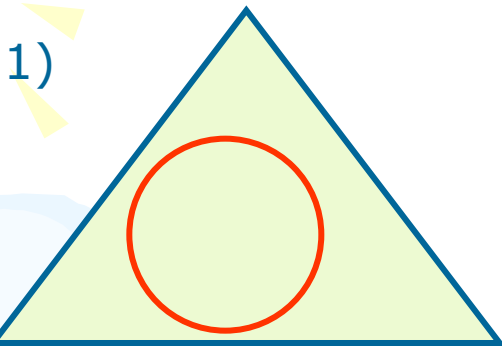


**Формулы для радиусов
вписанной и описанной окружностей
треугольника**

9 класс

Определение: окружность называется вписанной в треугольник, если все стороны треугольника касаются окружности.

На каком рисунке окружность вписана в треугольник:



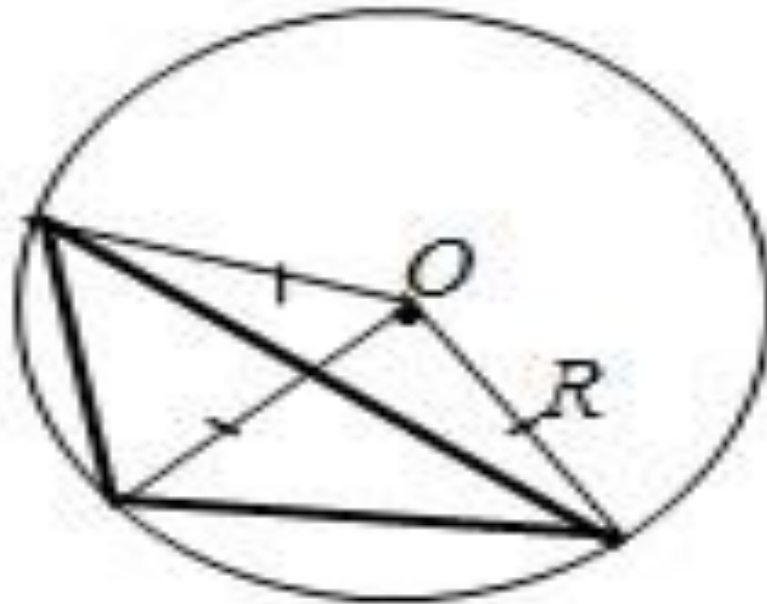
Если окружность вписана в треугольник, то треугольник описан около окружности.

Расположение центров окружностей, описанных около треугольника.

- Центр окружности расположен на пересечении серединных перпендикуляров к сторонам треугольника.
- Если треугольник остроугольный, то центр окружности расположен в этом треугольнике.

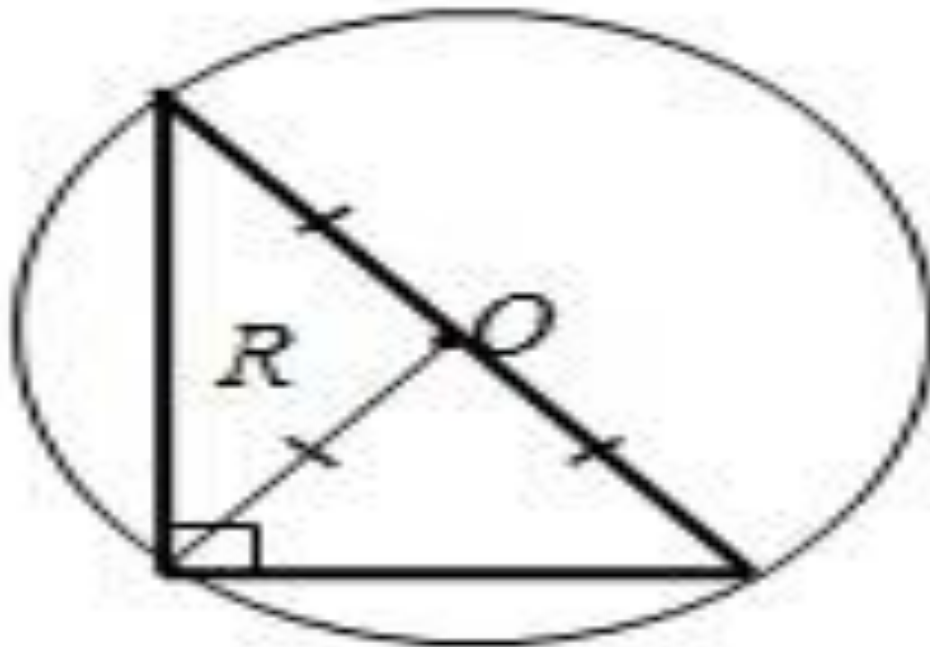
Расположение центров окружностей, описанных около треугольника.

- Если треугольник тупоугольный, то центр окружности расположен вне треугольника.



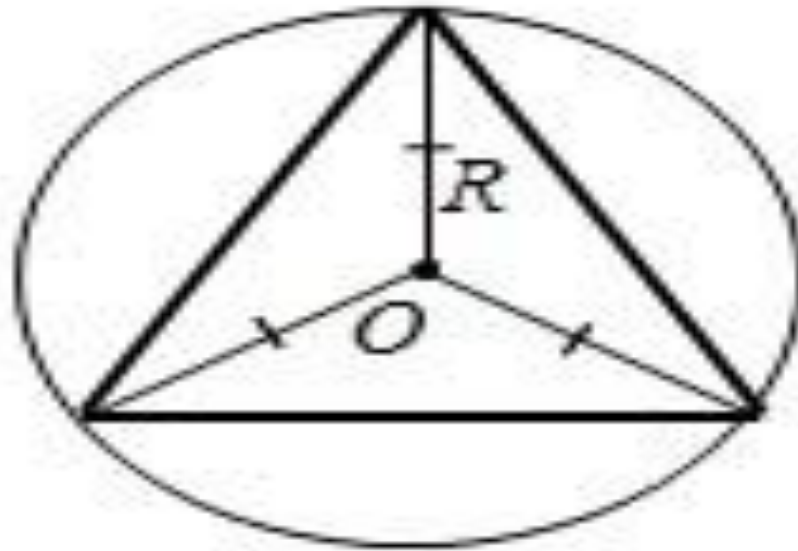
Расположение центров окружностей, описанных около треугольника.

- Если треугольник прямоугольный, то центр окружности расположен на середине гипотенузы.



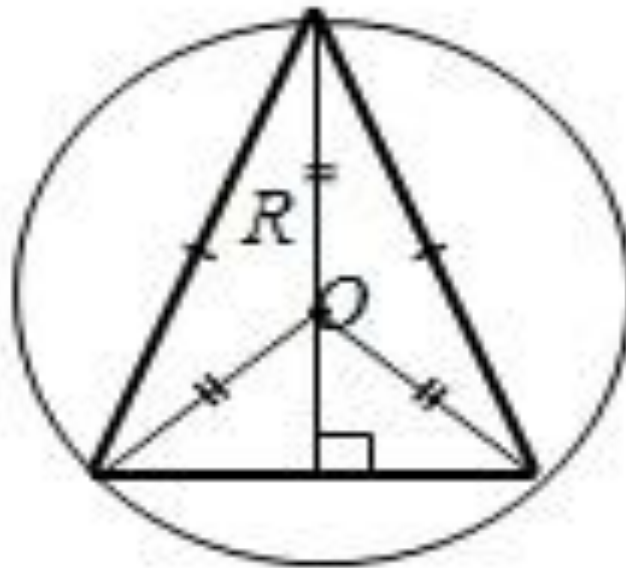
Расположение центров окружностей, описанных около треугольника.

- В равностороннем треугольнике центром окружности является точка пересечения высот, биссектрис, медиан треугольника (центры вписанной и описанной окружностей совпадают).



Расположение центров окружностей, описанных около треугольника.

- В равнобедренном треугольнике центр окружности расположен на биссектрисе, проведенной из вершины треугольника к его основанию.



Формулы для вычисления радиуса описанной окружности

1) Для равностороннего треугольника со стороной a :

$$R = \frac{a}{\sqrt{3}}$$

2) Для произвольного треугольника со сторонами a, b, c и площадью S :

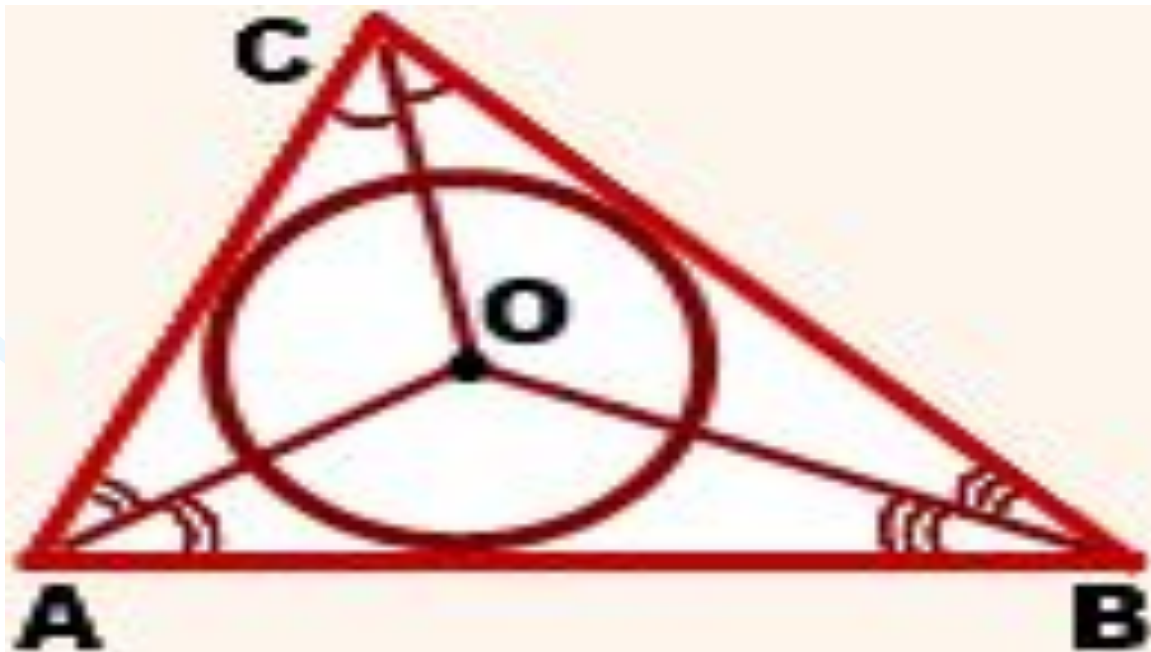
$$R = \frac{abc}{4S}$$

3) Для прямоугольного треугольника с катетами a, b и гипотенузой c :

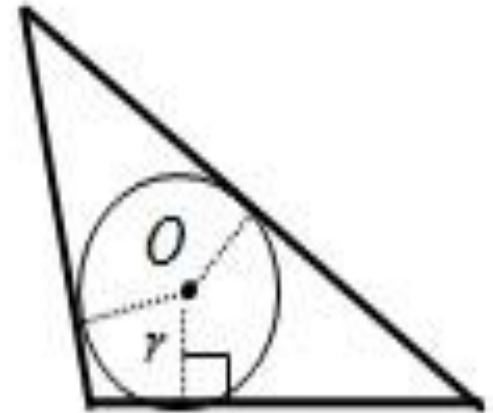
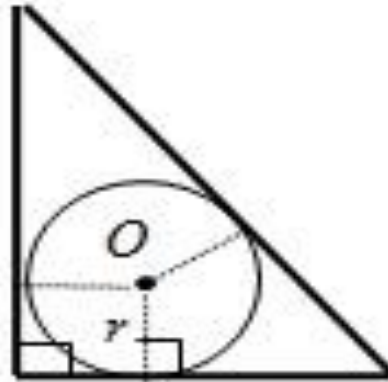
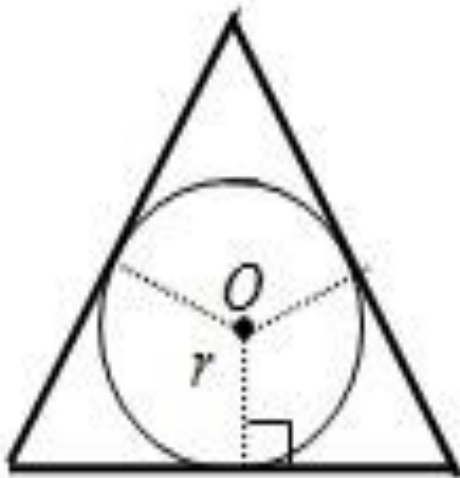
$$R = \frac{c}{2}$$

Расположение центров окружностей, вписанных в треугольник

- Центр вписанной в треугольник окружности является точкой пересечения биссектрис этого треугольника.



Расположение центров окружностей, вписанных в треугольник



Формулы для вычисления радиуса вписанной окружности

1) Для равностороннего треугольника со стороной a :

$$r = \frac{a}{2\sqrt{3}}$$

2) Для произвольного треугольника со сторонами a, b, c и площадью S :

$$r = \frac{2S}{a + b + c}$$

3) Для прямоугольного треугольника с катетами a, b и гипотенузой c :

$$r = \frac{a + b - c}{2}$$

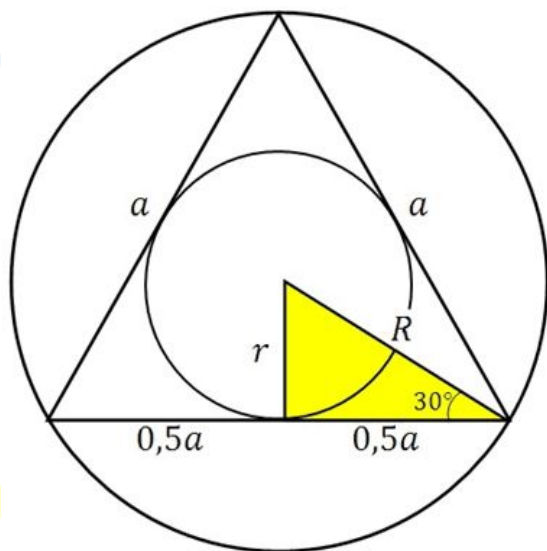
Расположение центров вписанных окружностей в треугольник .

- Центр вписанной окружности — точка пересечения биссектрис треугольника, ее радиус r вычисляется по формуле: $r = \frac{S}{p}$,
- где S — площадь треугольника, а p — полупериметр.

$$p = \frac{a + b + c}{2}$$

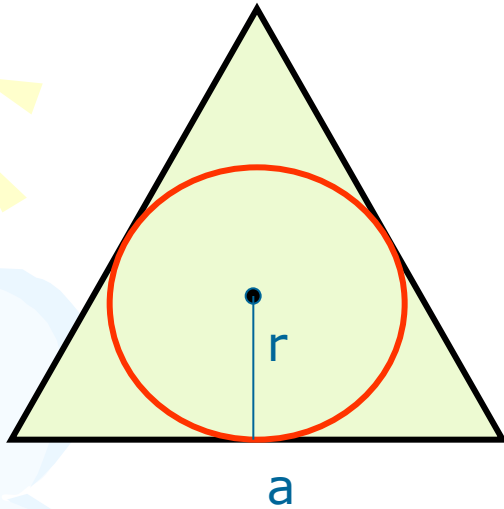
Особый случай – правильный треугольник

- Пусть a – это его сторона, радиус описанной окружности равен R , а радиус вписанной окружности равен r .



$$a = r \cdot 2\sqrt{3} \quad \Rightarrow \quad r = \frac{a}{2\sqrt{3}}$$

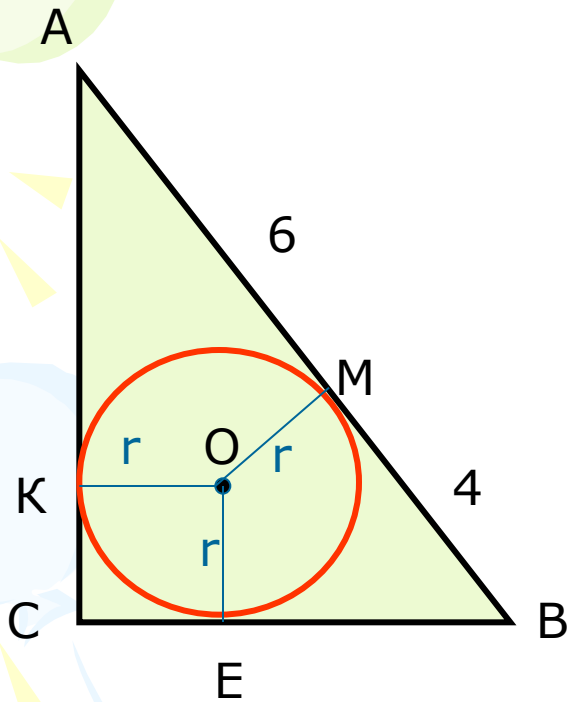
Задача1 : в равносторонний треугольник со стороной 4 см вписана окружность. Найдите её радиус.



Решение:

$$S = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \quad \text{и} \quad S = p \cdot r$$

Задача 2 : в прямоугольный треугольник вписана окружность, гипотенуза точкой касания делится на отрезки 6 см и 4 см. Найдите радиус вписанной окружности.




Дано: $\triangle ABC$, $\angle C = 90^\circ$

Окр. $(O; r)$ вписана,

$AM = 6$ см, $BM = 4$ см

Найти: r .



Не удалось
разобраться
в теме

Остались
вопросы

Тема
раскрыта,
все
понятно