



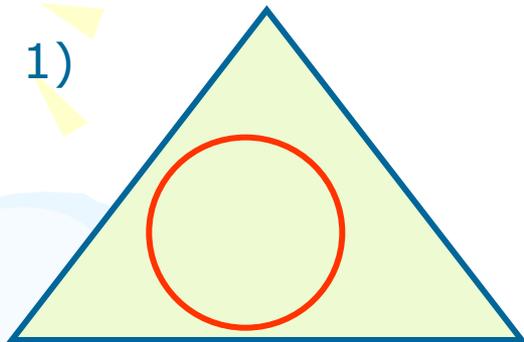
# Формулы для радиусов вписанной и описанной окружностей треугольника

9 класс

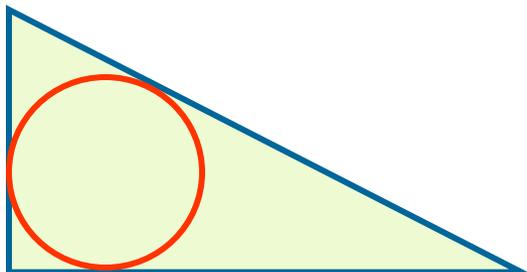
**Определение:** окружность называется вписанной в треугольник, если все стороны треугольника касаются окружности.

На каком рисунке окружность вписана в треугольник:

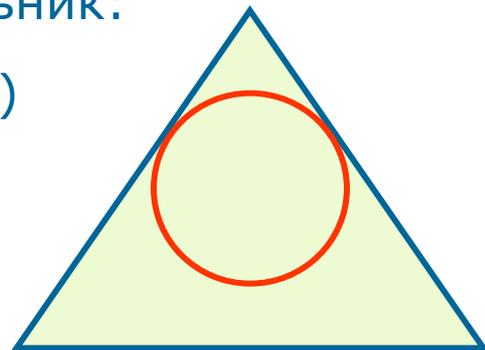
1)



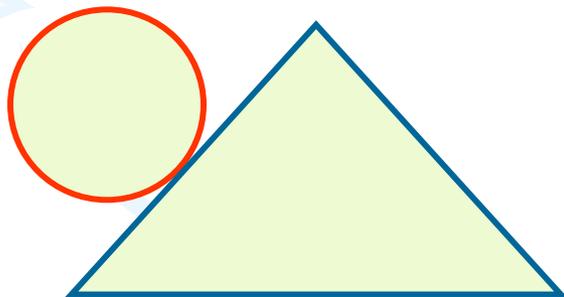
2)



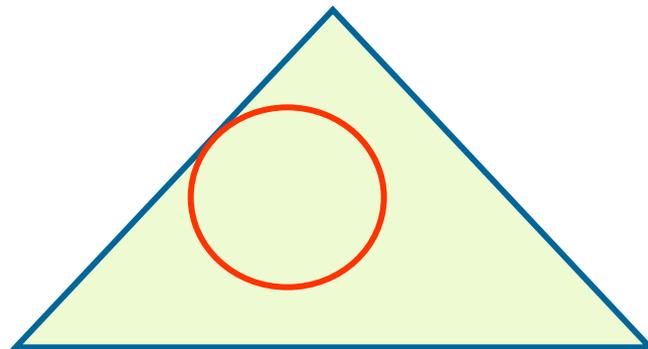
3)



4)



5)



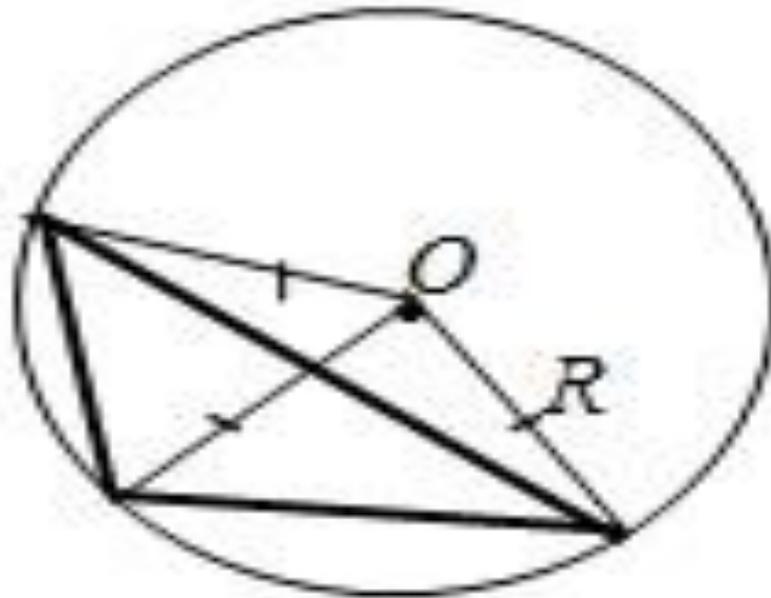
**Если окружность вписана в треугольник, то треугольник описан около окружности.**

## Расположение центров окружностей, описанных около треугольника.

- Центр окружности расположен на пересечении серединных перпендикуляров к сторонам треугольника.
- Если треугольник остроугольный, то центр окружности расположен в этом треугольнике.

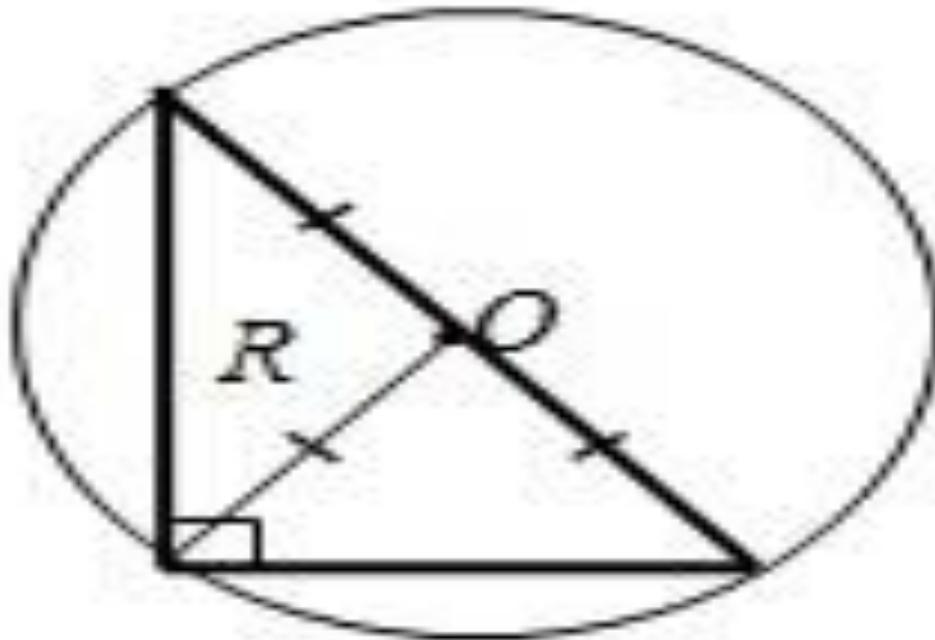
## Расположение центров окружностей, описанных около треугольника.

- Если треугольник тупоугольный, то центр окружности расположен вне треугольника.



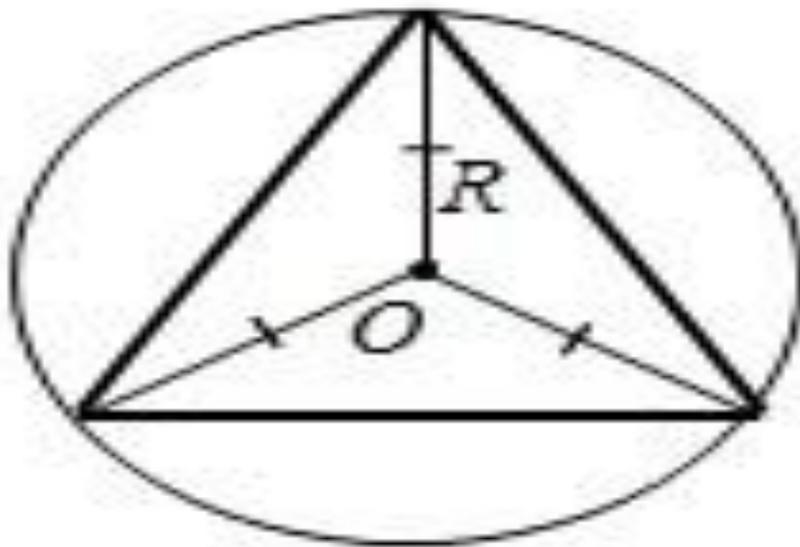
## Расположение центров окружностей, описанных около треугольника.

- Если треугольник прямоугольный, то центр окружности расположен на середине гипотенузы.



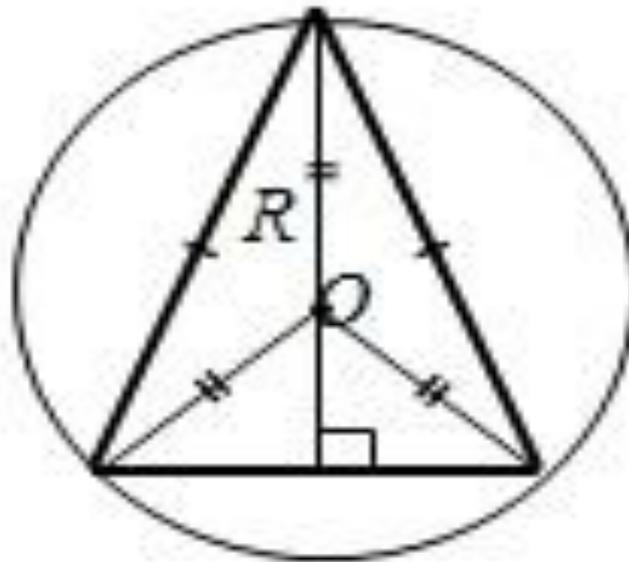
## Расположение центров окружностей, описанных около треугольника.

- В равностороннем треугольнике центром окружности является точка пересечения высот, биссектрис, медиан треугольника (центры вписанной и описанной окружностей совпадают).



## Расположение центров окружностей, описанных около треугольника.

- В равнобедренном треугольнике центр окружности расположен на биссектрисе, проведенной из вершины треугольника к его основанию.



# Формулы для вычисления радиуса описанной окружности

1) Для равностороннего треугольника со стороной  $a$  :

$$R = \frac{a}{\sqrt{3}}$$

2) Для произвольного треугольника со сторонами  $a, b, c$  и площадью  $S$ :

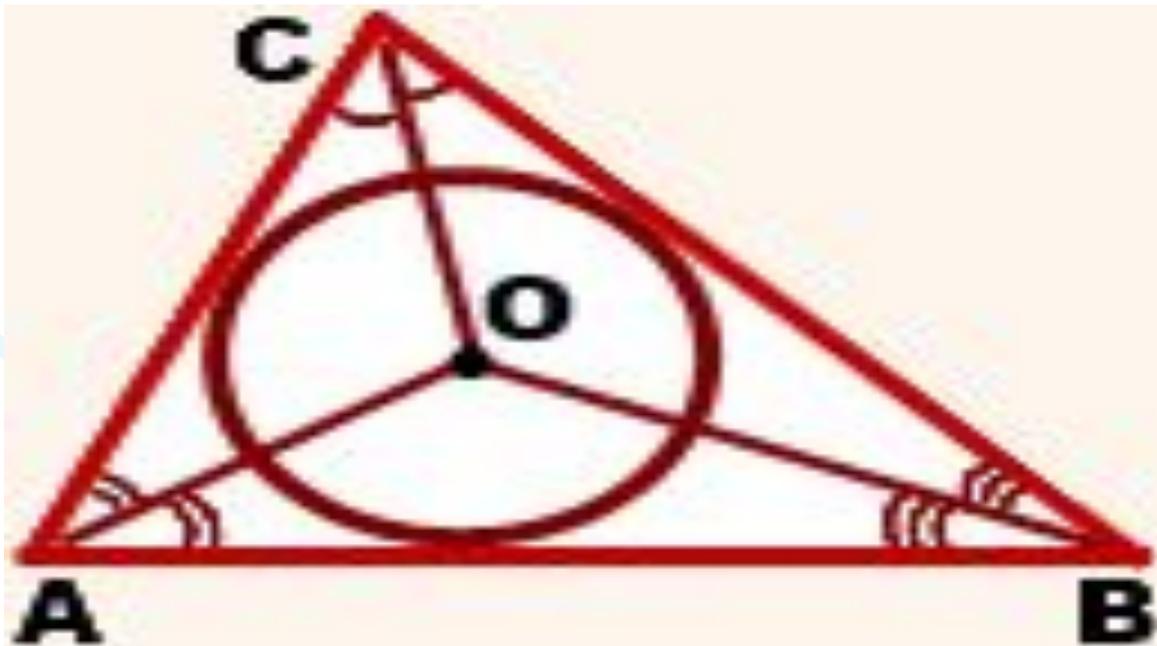
$$R = \frac{abc}{4S}$$

3) Для прямоугольного треугольника с катетами  $a, b$  и гипотенузой  $c$  :

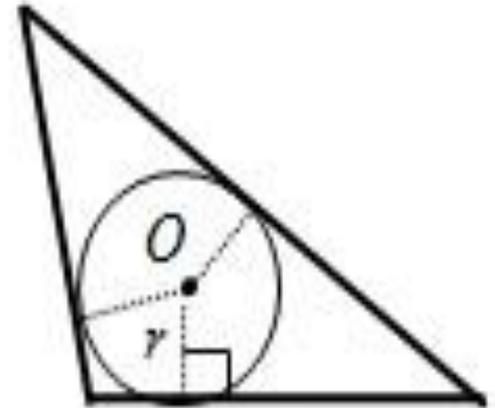
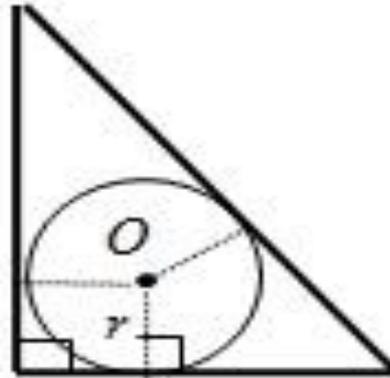
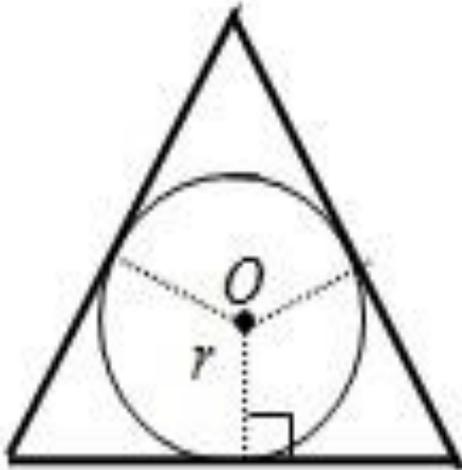
$$R = \frac{c}{2}$$

## Расположение центров окружностей, вписанных в треугольник

- Центр вписанной в треугольник окружности является точкой пересечения биссектрис этого треугольника.



# Расположение центров окружностей, вписанных в треугольник



# Формулы для вычисления радиуса вписанной окружности

1) Для равностороннего треугольника со стороной  $a$  :

$$r = \frac{a}{2\sqrt{3}}$$

2) Для произвольного треугольника со сторонами  $a, b, c$  и площадью  $S$ :

$$r = \frac{2S}{a + b + c}$$

3) Для прямоугольного треугольника с катетами  $a, b$  и гипотенузой  $c$  :

$$r = \frac{a + b - c}{2}$$

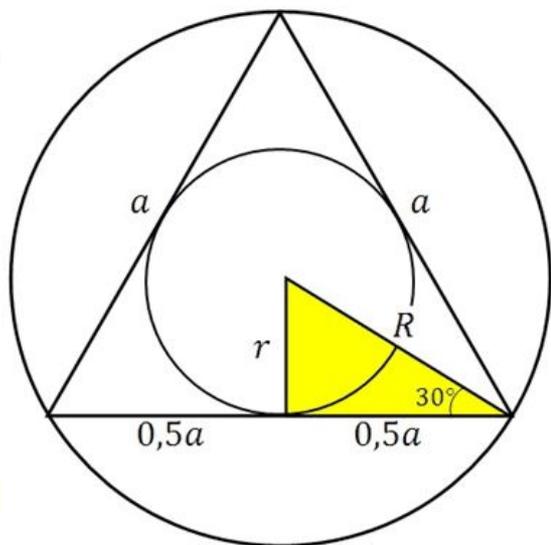
# Расположение центров вписанных окружностей в треугольник .

- Центр вписанной окружности — точка пересечения биссектрис треугольника, ее радиус  $r$  вычисляется по формуле:  $r = \frac{S}{p}$ ,
- где  $S$  — площадь треугольника, а  $p$  — полупериметр.

$$p = \frac{a + b + c}{2}$$

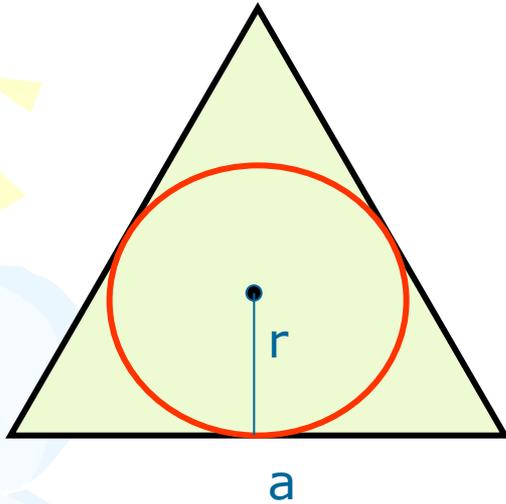
## Особый случай – правильный треугольник

- Пусть  $a$  – это его сторона, радиус описанной окружности равен  $R$ , а радиус вписанной окружности равен  $r$ .



$$a = r \cdot 2\sqrt{3} \quad \Rightarrow \quad r = \frac{a}{2\sqrt{3}}$$

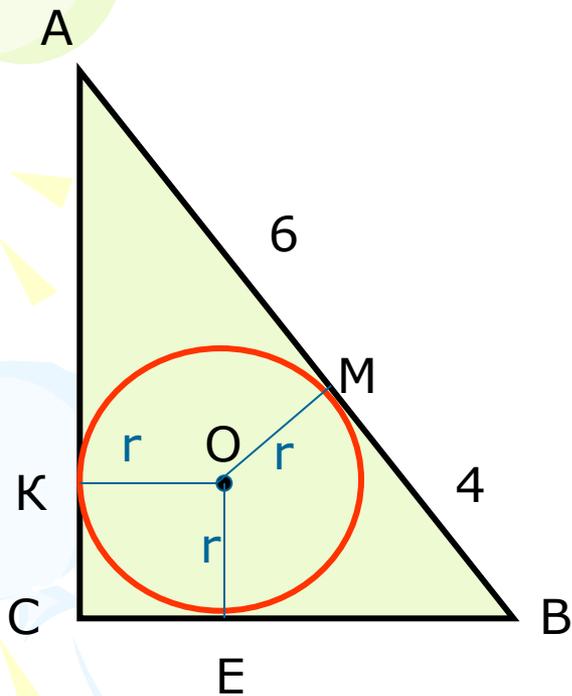
Задача1 : в равносторонний треугольник со стороной 4 см вписана окружность. Найдите её радиус.



Решение:

$$S = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \quad \text{и} \quad S = p \cdot r$$

Задача 2 : в прямоугольный треугольник вписана окружность, гипотенуза точкой касания делится на отрезки 6 см и 4 см. Найдите радиус вписанной окружности.



Дано:  $\triangle ABC$ ,  $\angle C = 90^\circ$

Окр.  $(O; r)$  вписана,

$AM = 6$  см,  $BM = 4$  см

Найти:  $r$ .



Не удалось  
разобраться  
в теме

Остались  
вопросы

Тема  
раскрыта,  
все  
понятно