

ВоГУ

Лекция 03

Динамика

*Кузина Л.А.,
к.ф.-м.н.,
доцент*

2019 г.

План

1. Законы Ньютона: область применимости
2. Первый закон Ньютона. Инерциальные и неинерциальные системы отсчёта
3. Второй закон Ньютона. Импульс тела
4. Третий закон Ньютона. Закон сохранения импульса
5. Центр масс
6. Принцип относительности Галилея. Преобразования Галилея. Закон сложения скоростей в классической механике. Второй закон Ньютона для неинерциальных систем отсчёта
7. Виды сил
8. Закон всемирного тяготения. Сила тяжести. Вес тела
9. Сила трения
10. Силы упругости

**Законы Ньютона – постулаты
являются обобщением большого
количества опытных данных**

Для случая малых скоростей ($v \ll c$) и макротел

Первый закон Ньютона

**Всякому телу свойственно сохранять состояние
равномерного прямолинейного движения или
покоя, пока и поскольку другие тела не вынудят его
изменить это состояние**

Второй закон Ньютона

m

Масса - количественная мера инертности тела

\vec{F}



Сила – количественная мера воздействия одного тела на другое

$$\vec{a} = \frac{\sum \vec{F}_k}{m}$$

Ускорение тела прямо пропорционально равнодействующей всех сил, приложенных к телу, и обратно пропорционально массе тела

Второй закон Ньютона (в импульсной форме)

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{\vec{F}}{m}$$

$$m \cdot d\vec{v} = \vec{F} \cdot dt$$

$$d(m \cdot \vec{v}) = \vec{F} \cdot dt$$

$$d\vec{p} = \vec{F} \cdot dt$$

$$\Delta \vec{p} = \vec{F} \cdot \Delta t$$

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

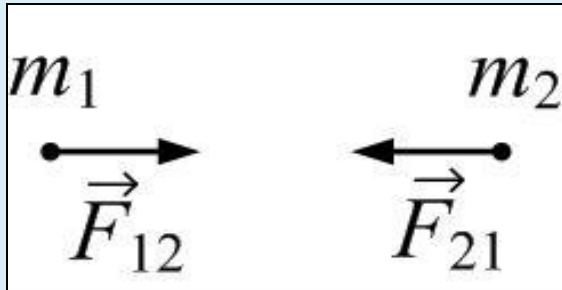
$\vec{F} \cdot \Delta t$ - импульс силы

$\vec{p} = m \cdot \vec{v}$ - импульс тела

Изменение импульса
тела равно импульсу
действовавшей на тело
силы

Третий закон Ньютона

Всякое действие тел друг на друга носит характер **ВЗАИМОдействия**



$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

Силы, с которыми тела действуют друг на друга, равны по величине и противоположны по направлению

Третий закон Ньютона

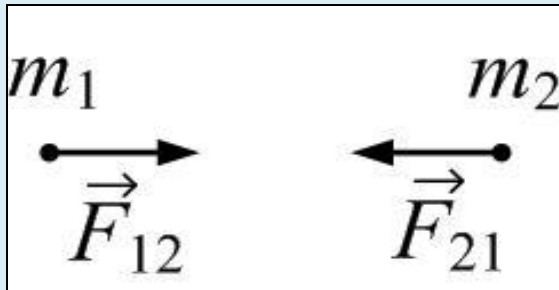
Третий закон Ньютона выполняется не всегда: любое взаимодействие распространяется с конечной скоростью:

$$c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$$

Возникает запаздывание взаимодействия между телами
Третий закон Ньютона выполняется тем точнее, чем лучше выполняется условие:

$$v \ll c$$

Для покоящихся тел, а также для тел, взаимодействующих непосредственным соприкосновением, третий закон Ньютона работает



$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

Если система двух тел замкнута, по второму закону Ньютона:

$$\begin{cases} dp_1 = F_{12} \cdot dt \\ dp_2 = F_{21} \cdot dt \end{cases} \Rightarrow d(p_1 + p_2) = (F_{12} + F_{21}) \cdot dt = 0$$

$$p_1 + p_2 = \text{const}$$

Закон сохранения импульса

В замкнутой системе полный импульс сохраняется

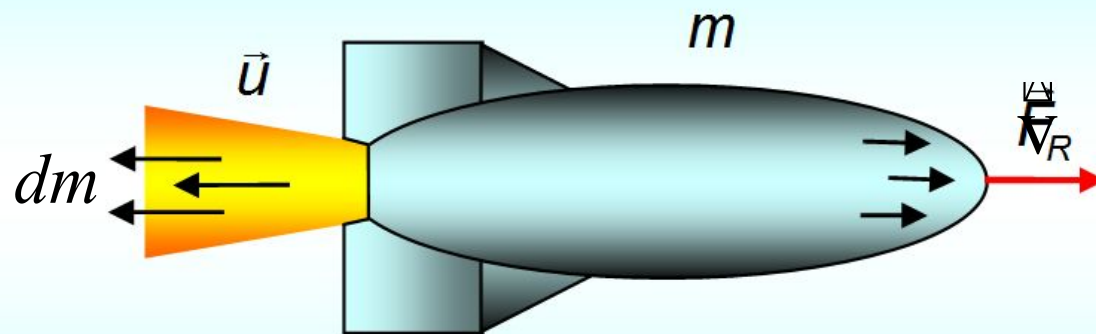
Полный импульс системы сохраняется, даже если есть внешние силы, но они скомпенсированы

$$\sum_k F_k^{\text{внеш.}} = 0 \quad \Rightarrow \quad \sum_i p_i = \text{const}$$

В проекциях:

$$\sum_k F_{kx}^{\text{внеш.}} = 0 \quad \Rightarrow \quad \sum_i p_{ix} = \text{const}$$

Реактивное движение: формула Циолковского



$$m\mathbf{v} = dm \cdot (\mathbf{v} - \mathbf{u}) + (m - dm) \cdot (\mathbf{v} + d\mathbf{v})$$

$$0 = -u \cdot dm + m \cdot dv$$

$$\frac{dm}{m} = \frac{dv}{u}$$

$$\int_{m_0}^m \frac{dm}{m} = \int_0^v \frac{dv}{u} \quad \Rightarrow \quad \ln \frac{m}{m_0} = \frac{v}{u} \quad \Rightarrow \quad v = u \cdot \ln \frac{m}{m_0}$$

Центр масс (центр

инерции)

Центр масс системы – это точка, которая движется так, будто к ней приложены все внешние силы и в ней сосредоточена вся масса системы

$$\vec{r}_c = \frac{\sum_i (m_i \cdot \vec{r}_i)}{m}$$

$$\sum_i m_i = m$$

$$\vec{v}_c = \frac{d\vec{r}_c}{dt} = \frac{1}{m} \sum_i \left(m_i \cdot \frac{d\vec{r}_i}{dt} \right) = \frac{1}{m} \sum_i (m_i \cdot \vec{v}_i)$$

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v}_c = \sum_i (m_i \cdot \vec{v}_i)$$

$$\vec{r}_c = \frac{\sum_i (m_i \cdot \vec{r}_i)}{m}$$

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v}_c = \sum_i (m_i \cdot \vec{v}_i)$$

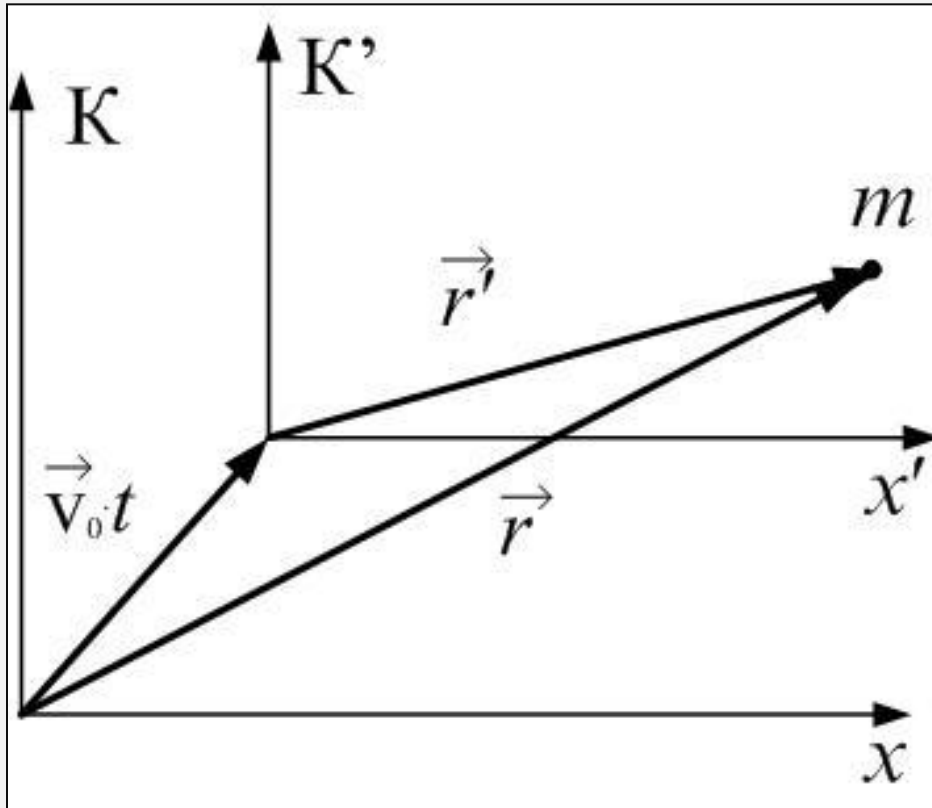
$$m \cdot \frac{d\vec{v}_c}{dt} = \sum_i \left(\frac{d(m_i \vec{v}_i)}{dt} \right)$$

$$\frac{d\vec{v}_c}{dt} = \vec{a}_c$$

$$\sum_i \left(\frac{d(m_i \vec{v}_i)}{dt} \right) = \sum_i \left(\frac{dp_i}{dt} \right) = \sum_i \vec{F}_i^{\text{внеш}}$$

$$m \cdot \vec{a}_c = \sum_i \vec{F}_i^{\text{внеш.}}$$

Принцип относительности Галилея



$$\vec{r} = \vec{r}' + \vec{v}_0 \cdot t$$

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d\vec{r}'}{dt} + \vec{v}_0 \cdot \frac{dt}{dt}$$

$$\vec{v} = \vec{v}' + \vec{v}_0$$

$$\vec{v}_{\text{абс.}} = \vec{v}_{\text{отн.}} + \vec{v}_{\text{пер.}}$$

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d\vec{v}'}{dt} + 0$$

$$\vec{a} = \vec{a}'$$

Все инерциальные системы отсчёта эквивалентны.
Законы динамики инвариантны относительно преобразований
Галилея

Принцип относительности Галилея

$$\vec{r} = \vec{r}' + \vec{v}_0 \cdot t$$

$$\begin{cases} x = x' + v_0 \cdot t \\ y = y' \\ z = z' \\ t = t' \end{cases}$$

Преобразования
Галилея

Второй закон Ньютона для **неинерциальных** систем отсчёта:

В системе K :

$$m\vec{a} = \sum_i \vec{F}_i^{\text{внеш.}}$$

В системе K' , движущейся с ускорением $\vec{a}_0 = \text{const}$, вводится сила инерции

$$\vec{F}_u = -m\vec{a}_0$$

Уравнение движения:

$$m\vec{a}' = \sum_i \vec{F}_i^{\text{внеш.}} + \vec{F}_u = \sum_i \vec{F}_i^{\text{внеш.}} - m\vec{a}_0$$

Виды сил

В природе существует 4 вида фундаментальных взаимодействий:

- **Гравитационное**
- **Электромагнитное**
- **Сильное** (ядерные силы)
- **Слабое** (превращения элементарных частиц)

Все виды сил (трения, упругости, вязкости, поверхностного натяжения и т.д.) – это проявления фундаментальных взаимодействий

Напряжённость гравитационного поля:

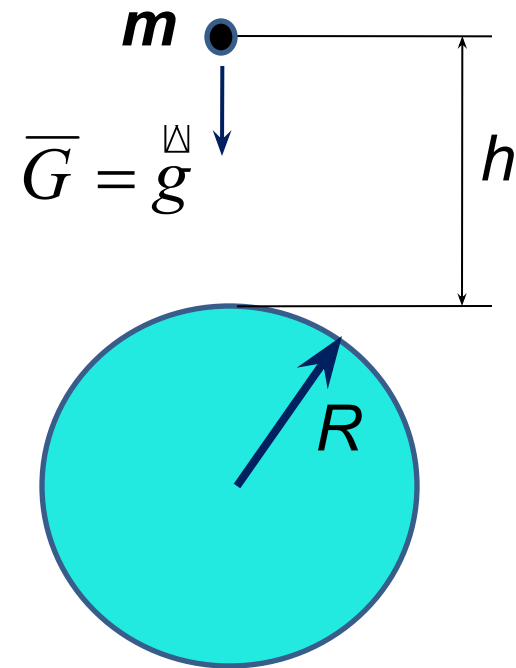
$$\vec{G} = \frac{\vec{F}}{m}$$

$$F_{\text{тяг.}} = \gamma \frac{M \cdot m}{(R + h)^2}$$

$$F_{\text{тяж.}} = mg = \gamma \frac{M \cdot m}{(R + h)^2}$$

$$g(h) = \gamma \frac{M}{(R + h)^2}$$

$$g = g(0) = \gamma \frac{M}{R^2}$$



Закон всемирного тяготения

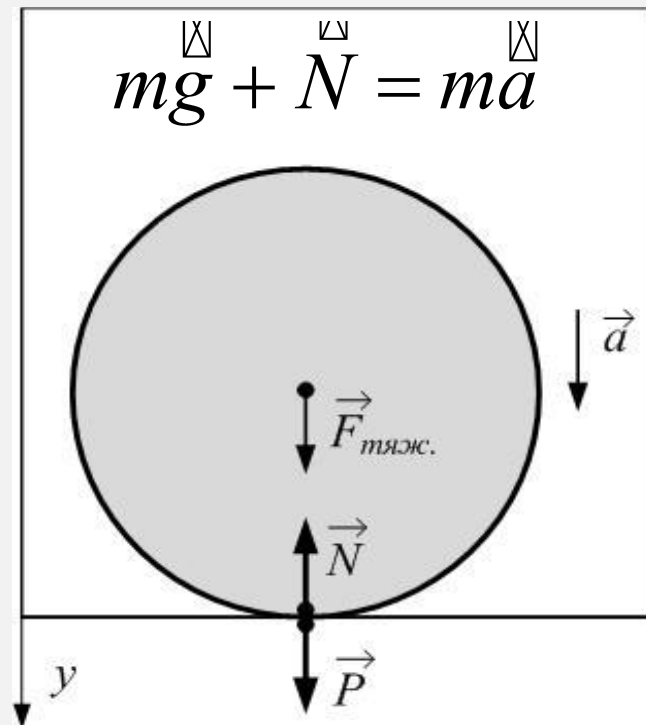
$$F_{\text{тяг.}} = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

Сила тяжести

$$F_{\text{тяж.}} = mg = \gamma \frac{M \cdot m}{(R + h)^2}$$

Вес тела

$$P = -N = -(ma - mg) = m(g - a)$$



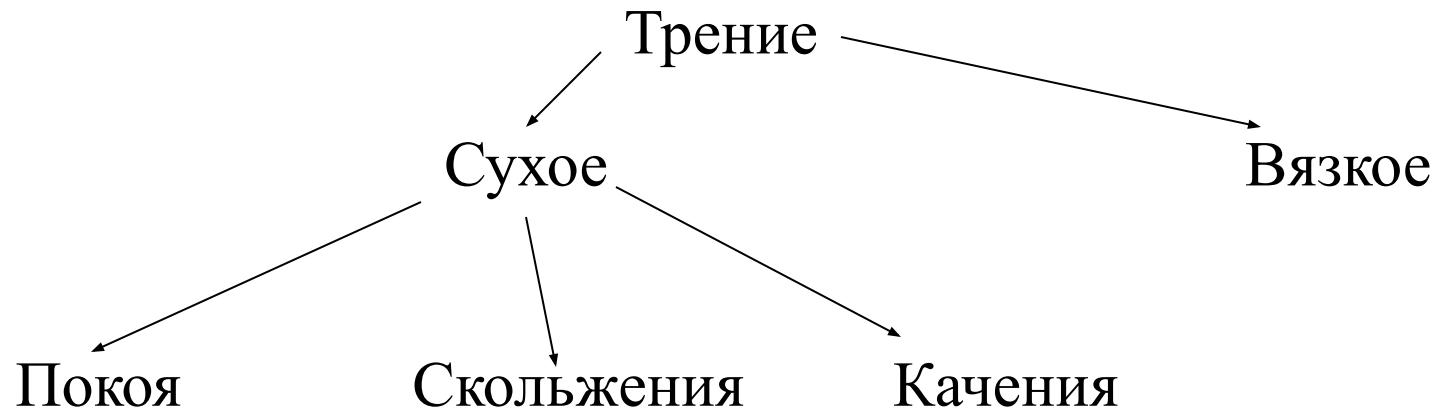
$$P = m(g - a)$$



$$P = m(g + a)$$

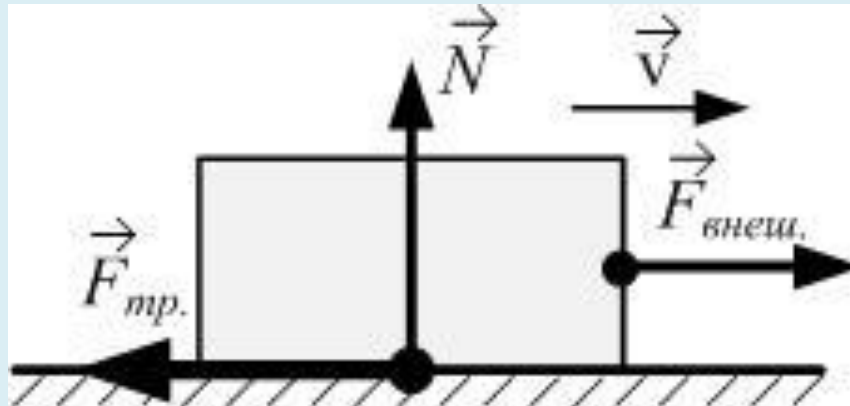


Сила трения



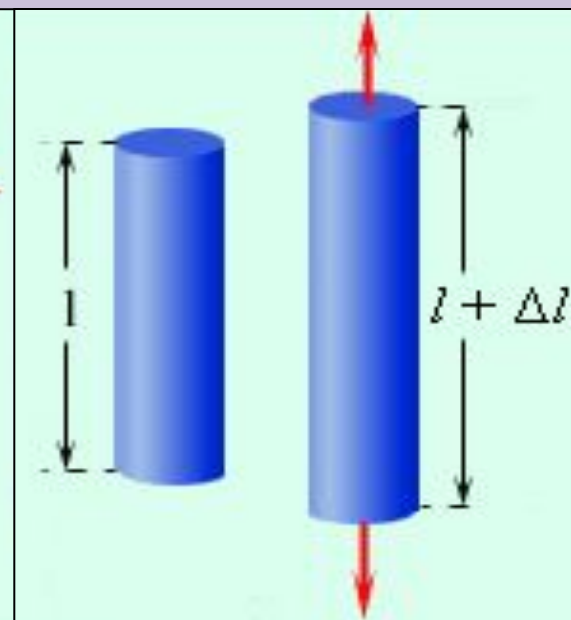
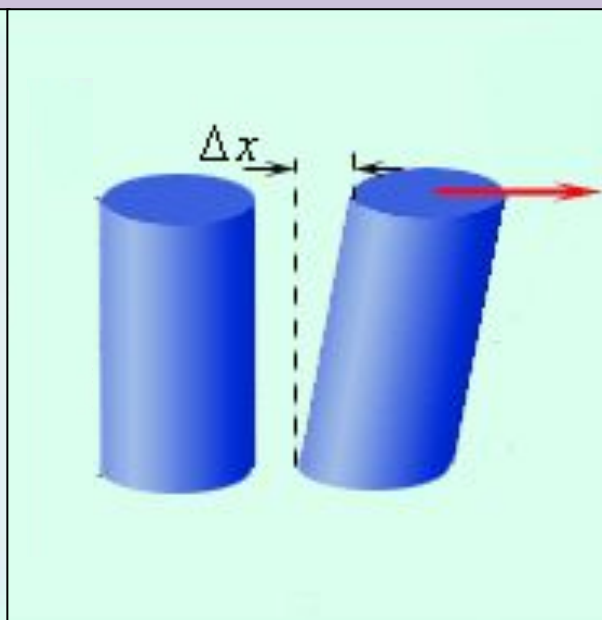
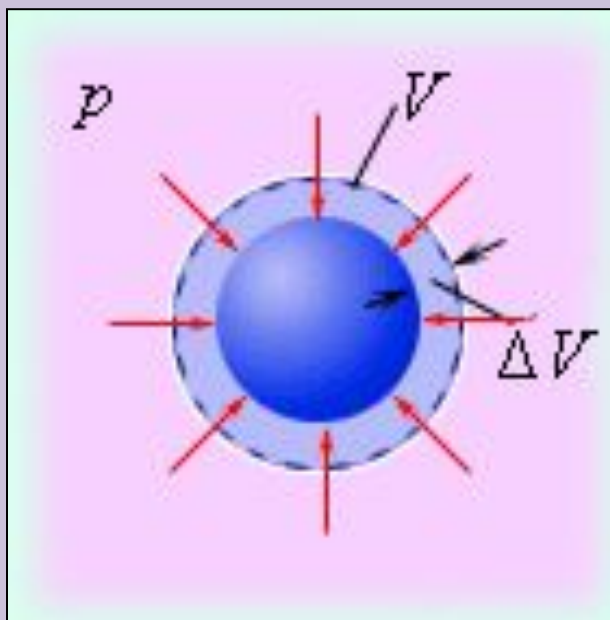
$$0 \leq F_{тр.покоя} \leq \mu N$$

$$F_{тр.} = \mu N$$



Упругие свойства тел

Деформация:



Всесторонне
сжатие-
растяжение

Сдвиг

Одностороннее
сжатие-
растяжение

Упругая деформация:

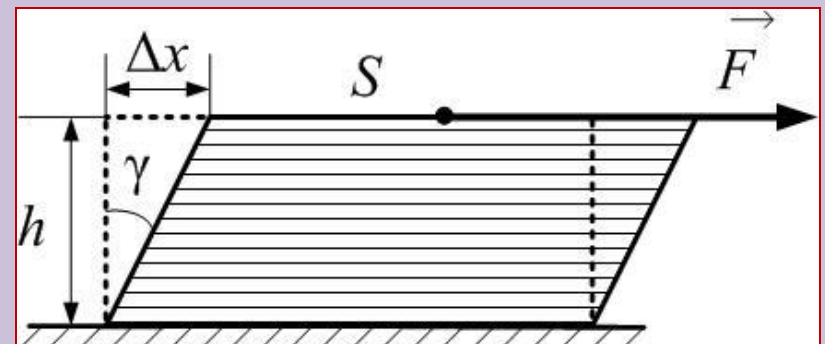
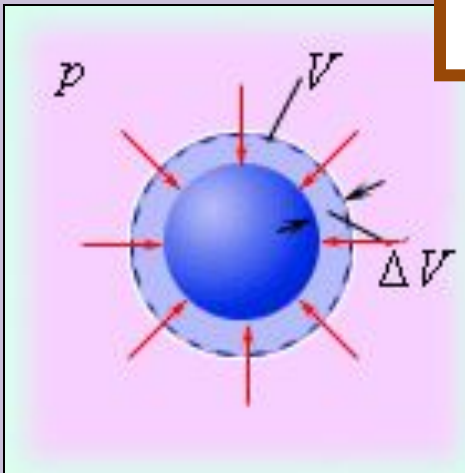
после снятия нагрузки тело возвращается к первоначальным размерам и форме

При неупругой деформации происходит разрыв некоторых межмолекулярных связей и образование связей между другими молекулами, в результате чего изменённая форма тела сохраняется и после снятия нагрузки

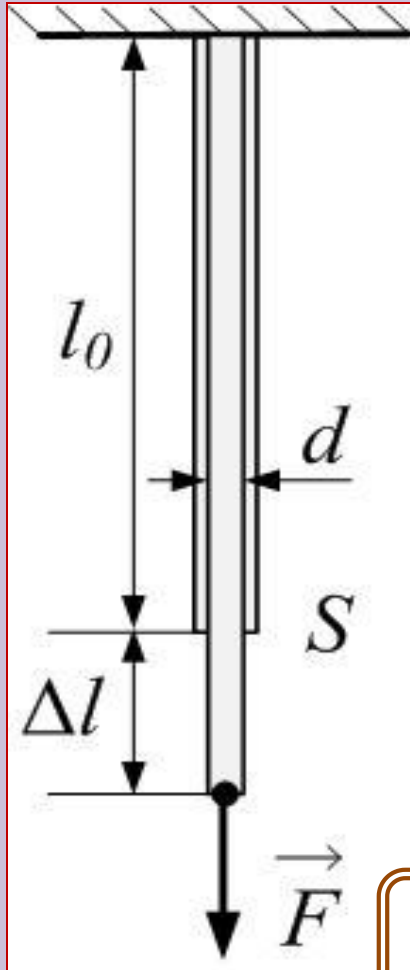
Любая деформация может быть представлена как сочетание двух основных:

всестороннего
сжатия

сдвига



Деформация сжатия-растяжения



$$\sigma = \frac{F}{S}$$

$$\sigma = \frac{dF}{dS}$$

Нормальное механическое напряжение

$$[\sigma] = \frac{H}{m^2} = Pa$$

$$\varepsilon_{\parallel} = \frac{\Delta l}{l}$$

Относительная продольная деформация

$$[\varepsilon] = 1$$

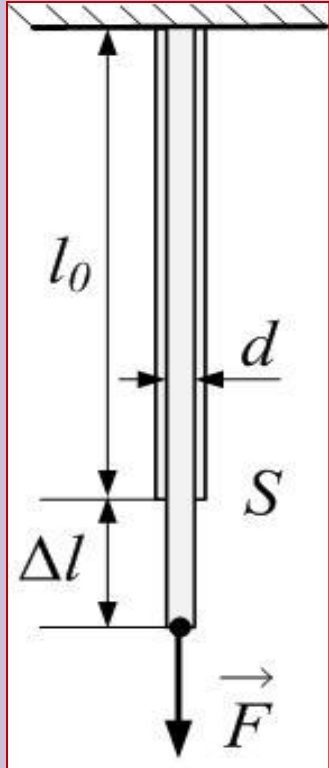
Относительное поперечное сжатие

$$\varepsilon_{\perp} = \frac{\Delta d}{d}$$

Коэффициент Пуассона

$$K_{\Pi} \equiv \mu = -\frac{\varepsilon_{\perp}}{\varepsilon_{\parallel}}$$

Закон Гука в локальной форме



$$\sigma = E \cdot \varepsilon_{\parallel}$$

E - модуль Юнга $[E] = \frac{H}{m^2} = Па$

$$\varepsilon_{\parallel} = \frac{\Delta l}{l}$$

$$\sigma = \frac{F}{S}$$

$$F = \sigma \cdot S = E \cdot \varepsilon_{\parallel} \cdot S$$

$$F = E \cdot \frac{\Delta l}{l} \cdot S$$

$$F = \frac{ES}{l} \Delta l = k \cdot \Delta l$$

$$\Rightarrow k = \frac{ES}{l}$$

Экспериментальная зависимость механического напряжения от относительной продольной деформации

Пределы

:

Прочность

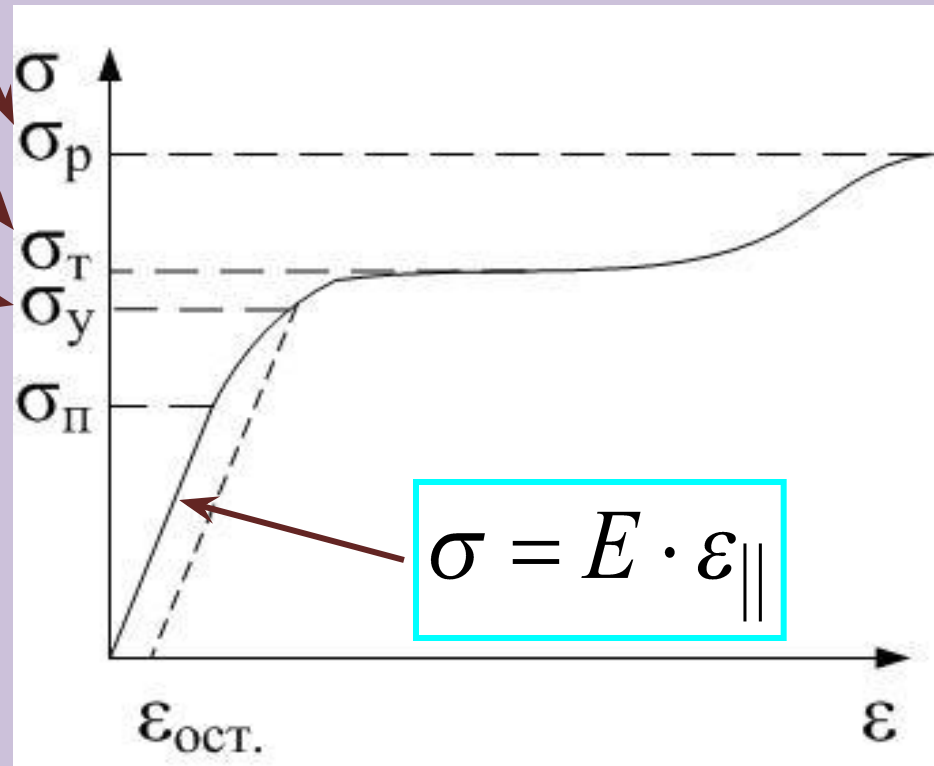
и

Текучности

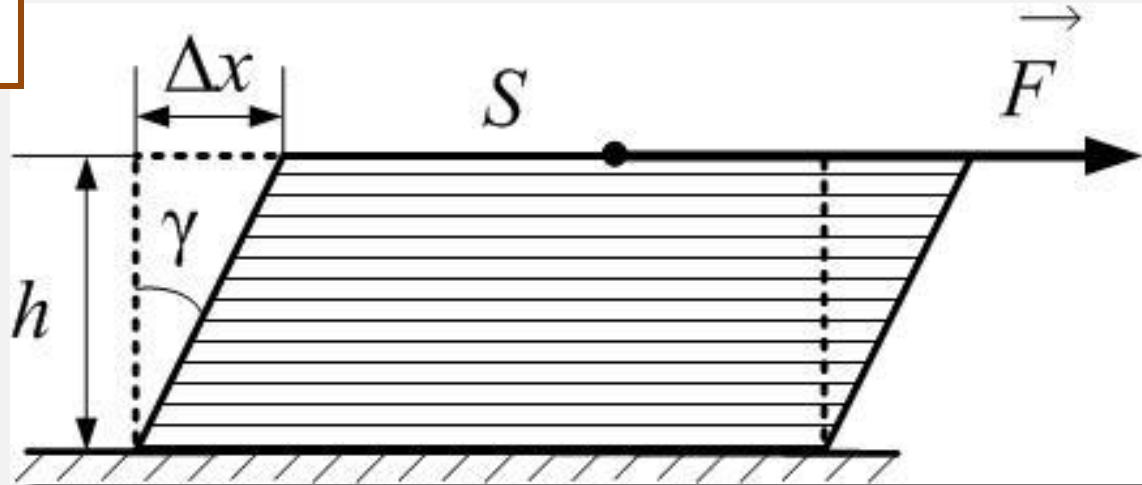
Упругость

и

Пропорциональности



Деформация сдвига



**Тангенциальное
(касательное)
механическое
напряжение**

$$\tau = \frac{dF}{dS}$$

**Относительный
сдвиг**

$$\gamma = \frac{\Delta x}{h}$$

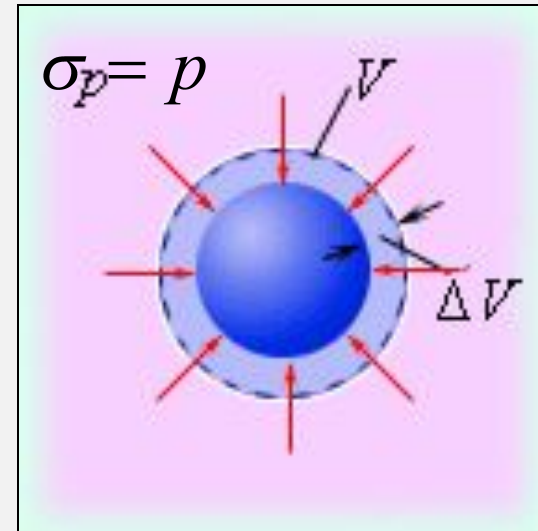
**Закон Гука $\tau = G \cdot \gamma$
для деформации
сдвига**

G – модуль сдвига

Деформация всестороннего сжатия (растяжения)

Закон Гука для деформации всестороннего сжатия

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{p}{K}$$



K – модуль
всестороннего
сжатия

Материальные постоянные E , G , K и μ определяются природой вещества

Они характеризуют упругие свойства материала и не зависят от формы и размеров тела

Поскольку все виды деформации могут быть сведены к двум элементарным, то из четырёх постоянных независимы только две, а две оставшиеся могут быть найдены через них:

Связь между модулем Юнга и модулем всестороннего сжатия

$$K = \frac{E}{3(1 - 2\mu)}$$

Связь между модулем Юнга и модулем сдвига

$$G = \frac{E}{2(1 + \mu)}$$