ВоГУ

Лекция 03

Динамика

Кузина Л.А.,

к.ф.-м.н.,

доцент

2019 г.

План

1. Законы Ньютона: область применимости
2. Первый закон Ньютона. Инерциальные и неинерциальные системы отсчёта
3. Второй закон Ньютона. Импульс тела
4. Третий закон Ньютона. Закон сохранения импульса
5. Центр масс
6. Принцип относительности Галилея. Преобразования Галилея. Закон сложения скоростей в классической механике. Второй закон Ньютона для неинерциальных систем отсчёта
7. Виды сил
8. Закон всемирного тяготения. Сила тяжести. Вес тела
9. Сила трения
10. Силы упругости

Законы Ньютона – **постулаты** являются обобщением большого количества опытных данных

Для случая малых скоростей **($v \ll c$)** ***и макротел***

Первый закон Ньютона

Всякому телу свойственно сохранять состояние равномерного прямолинейного движения или покоя, пока и поскольку другие тела не вынудят его изменить это состояние

Второй закон Ньютона

m Масса - количественная мера инертности тела

$\vec{F}$ Сила – количественная мера воздействия одного тела на другое

$$\vec{a} = \frac{\sum_k \vec{F}_k}{m}$$

Ускорение тела прямо пропорционально равнодействующей всех сил, приложенных к телу, и обратно пропорционально массе тела

Второй закон Ньютона (в импульсной форме)

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{\vec{F}}{m}$$

$$m \cdot d\vec{v} = \vec{F} \cdot dt$$

$$d(m \cdot \vec{v}) = \vec{F} \cdot dt$$

$$d\vec{p} = \vec{F} \cdot dt$$

$$\Delta\vec{p} = \vec{F} \cdot \Delta t$$

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

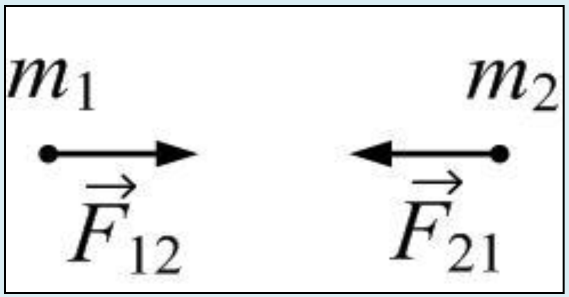
$\vec{F} \cdot \Delta t$ - импульс силы

$\vec{p} = m \cdot \vec{v}$ - импульс тела

Изменение импульса тела равно импульсу действовавшей на тело силы

Третий закон Ньютона

Всякое действие тел друг на друга носит характер *__ВЗАИМО__*действия



$$\boxed{\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}}$$

Силы, с которыми тела действуют друг на друга, равны по величине и противоположны по направлению

Третий закон Ньютона

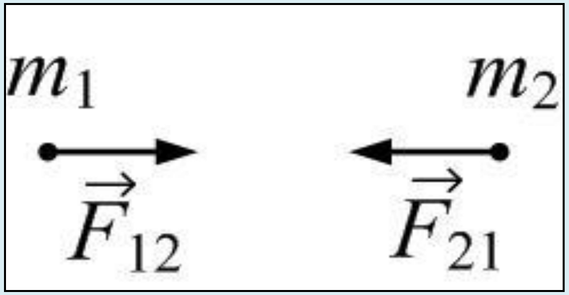
Третий закон Ньютона выполняется не всегда:
любое взаимодействие распространяется с конечной скоростью:

$$c = 3 \cdot 10^{8} \, м/с$$

Возникает запаздывание взаимодействия между телами
Третий закон Ньютона выполняется тем точнее, чем лучше выполняется условие:

$$\upsilon << c$$

Для покоящихся тел, а также для тел, взаимодействующих непосредственным соприкосновением, третий закон Ньютона работает



$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

Если система двух тел замкнута, по второму закону Ньютона:

$$\begin{cases} d\vec{p}_1 = \vec{F}_{12} \cdot dt \\ d\vec{p}_2 = \vec{F}_{21} \cdot dt \end{cases} \Rightarrow \quad d\left(\vec{p}_1 + \vec{p}_2\right) = \left(\vec{F}_{12} + \vec{F}_{21}\right) \cdot dt = 0$$

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = const$$

Закон сохранения импульса

В замкнутой системе полный импульс сохраняется

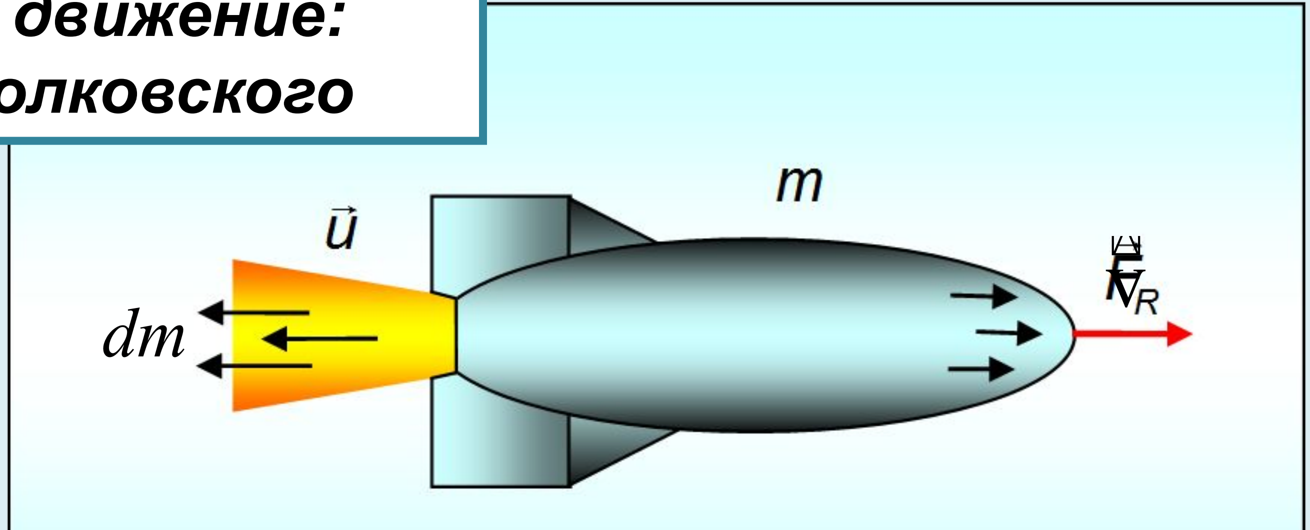
Полный импульс системы сохраняется, даже если есть внешние силы, но они скомпенсированы

$$\sum_k \vec{F}_k^{внеш.} = 0 \qquad \Rightarrow \qquad \sum_i \vec{p}_i = const$$

В проекциях:

$$\sum_k F_{kx}^{внеш.} = 0 \qquad \Rightarrow \qquad \sum_i p_{ix} = const$$

Реактивное движение: формула Циолковского



$$m\mathrm{v} = dm \cdot (\mathrm{v} - u) + (m - dm) \cdot (\mathrm{v} + d\mathrm{v})$$

$$0 = -u \cdot dm + m \cdot d\mathrm{v}$$

$$\frac{dm}{m} = \frac{d\mathrm{v}}{u}$$

$$\int_{m_0}^{m} \frac{dm}{m} = \int_{0}^{\mathrm{v}} \frac{d\mathrm{v}}{u} \quad \Rightarrow \quad \ln\frac{m}{m_0} = \frac{\mathrm{v}}{u} \quad \Rightarrow \quad \mathrm{v} = u \cdot \ln\frac{m}{m_0}$$

Центр масс (центр инерции)

Центр масс системы – это точка, которая движется так, будто к ней приложены все внешние силы и в ней сосредоточена вся масса системы

$$\vec{r}_c = \frac{\sum_i \left(m_i \cdot \vec{r}_i\right)}{m}$$

$$\sum_i m_i = m$$

$$\vec{\mathrm{v}}_c = \frac{d\vec{r}_c}{dt} = \frac{1}{m}\sum_i \left(m_i \cdot \frac{d\vec{r}_i}{dt} \right) = \frac{1}{m}\sum_i \left(m_i \cdot \vec{\mathrm{v}}_i\right)$$

$$\vec{p} = m \cdot \vec{\mathrm{v}}_{\mathrm{c}} = \sum_i \left(m_i \cdot \vec{\mathrm{v}}_i\right)$$

$$\vec{r}_c = \frac{\sum_i \left(m_i \cdot \vec{r}_i\right)}{m}$$

$$\vec{p} = m \cdot \vec{\mathrm{v}}_{\mathrm{c}} = \sum_i \left(m_i \cdot \vec{\mathrm{v}}_i\right)$$

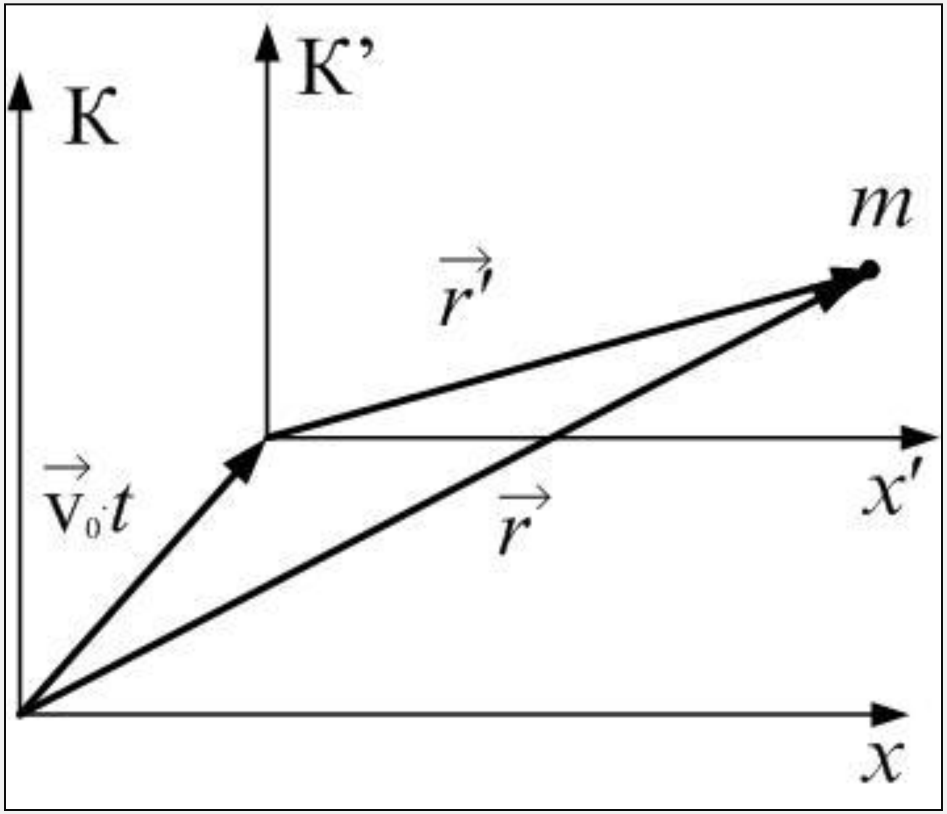
$$m \cdot \frac{d\vec{\mathrm{v}}_{\mathrm{c}}}{dt} = \sum_i \left(\frac{d\left(m_i \vec{\mathrm{v}}_i\right)}{dt} \right)$$

$$\frac{d\vec{\mathrm{v}}_c}{dt} = \vec{a}_c$$

$$\sum_i \left(\frac{d\left(m_i \vec{\mathrm{v}}_i\right)}{dt} \right) = \sum_i \left(\frac{d\vec{p}_i}{dt} \right) = \sum_i \vec{F}_i^{\,внеш}$$

$$m \cdot \vec{a}_c = \sum_i \vec{F}_i^{\,внеш.}$$

Принцип относительности Галилея



$$\vec{r} = \vec{r}' + \vec{v}_0 \cdot t$$

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d\vec{r}'}{dt} + \vec{v}_0 \cdot \frac{dt}{dt}$$

$$\vec{v} = \vec{v}' + \vec{v}_0$$

$$\vec{v}_{абс.} = \vec{v}_{отн.} + \vec{v}_{пер.}$$

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d\vec{v}'}{dt} + 0$$

$$\vec{a} = \vec{a}'$$

Все инерциальные системы отсчёта эквивалентны.
Законы динамики инвариантны относительно преобразований Галилея

Принцип относительности Галилея

$$\vec{r} = \vec{r}' + \vec{v}_0 \cdot t$$

$$\begin{cases} x = x' + v_0 \cdot t \\ y = y' \\ z = z' \\ t = t' \end{cases}$$

Преобразования Галилея

*Второй закон Ньютона для **не**инерциальных систем отсчёта:*

В системе К:

$$m\vec{a} = \sum_i \vec{F}_i^{внеш.}$$

В системе К', движущейся с ускорением $\vec{a}_0 = const$, вводится сила инерции

$$\boxed{\vec{F}_и = -m\vec{a}_0}$$

Уравнение движения:

$$\boxed{m\vec{a}' = \sum_i \vec{F}_i^{внеш.} + \vec{F}_и = \sum_i \vec{F}_i^{внеш.} - m\vec{a}_0}$$

Виды сил

В природе существует 4 вида фундаментальных взаимодействий:

- ***Гравитационное***
- ***Электромагнитное***
- ***Сильное*** (ядерные силы)
- ***Слабое*** (превращения элементарных частиц)

Все виды сил (трения, упругости, вязкости, поверхностного натяжения и т.д.) – это проявления фундаментальных взаимодействий

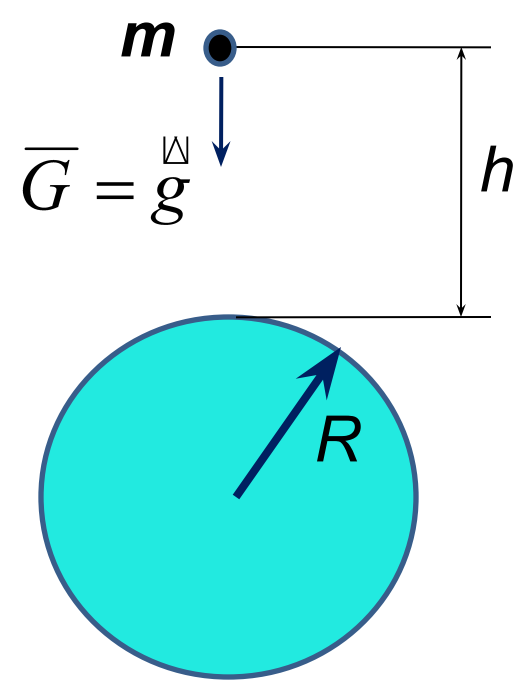
Напряжённость гравитационного поля: $\vec{G} = \dfrac{\vec{F}}{m}$

$$F_{тяг.} = \gamma \frac{M \cdot m}{(R+h)^2}$$

$$F_{тяж.} = mg = \gamma \frac{M \cdot m}{(R+h)^2}$$

$$g(h) = \gamma \frac{M}{(R+h)^2}$$

$$g = g(0) = \gamma \frac{M}{R^2}$$



Закон всемирного тяготения

$$F_{тяг.} = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

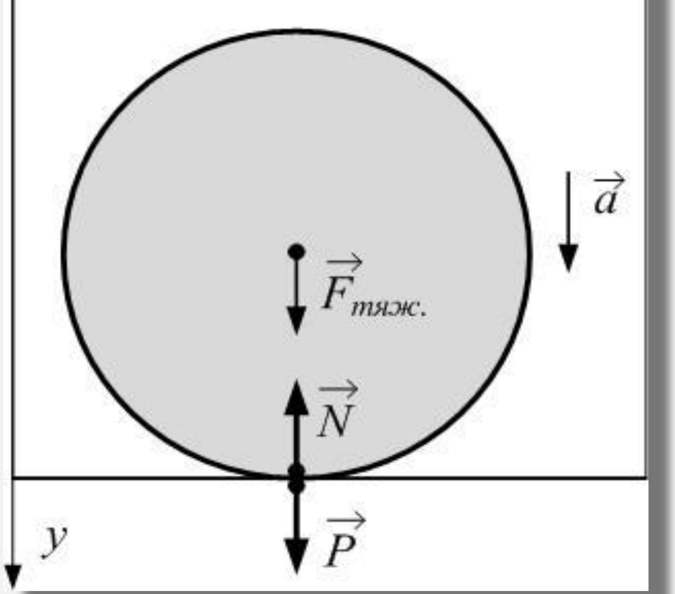
Сила тяжести

$$F_{тяж.} = mg = \gamma \frac{M \cdot m}{(R+h)^2}$$

Вес тела

$$\vec{P} = -\vec{N} = -(m\vec{a} - m\vec{g}) = m(\vec{g} - \vec{a})$$

$$m\vec{g} + \vec{N} = m\vec{a}$$



$$P = m(g - a)$$ $\downarrow \vec{a}$

$$P = m(g + a)$$ $\uparrow \vec{a}$

Сила трения

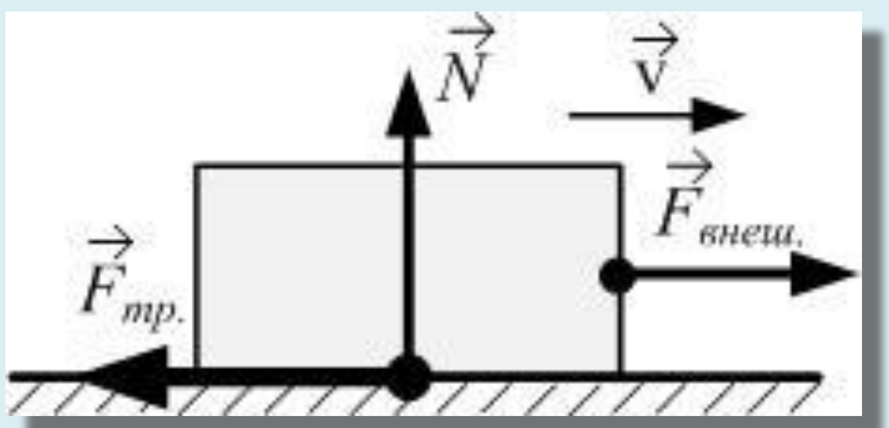
Трение

Сухое — Вязкое

Покоя — Скольжения — Качения

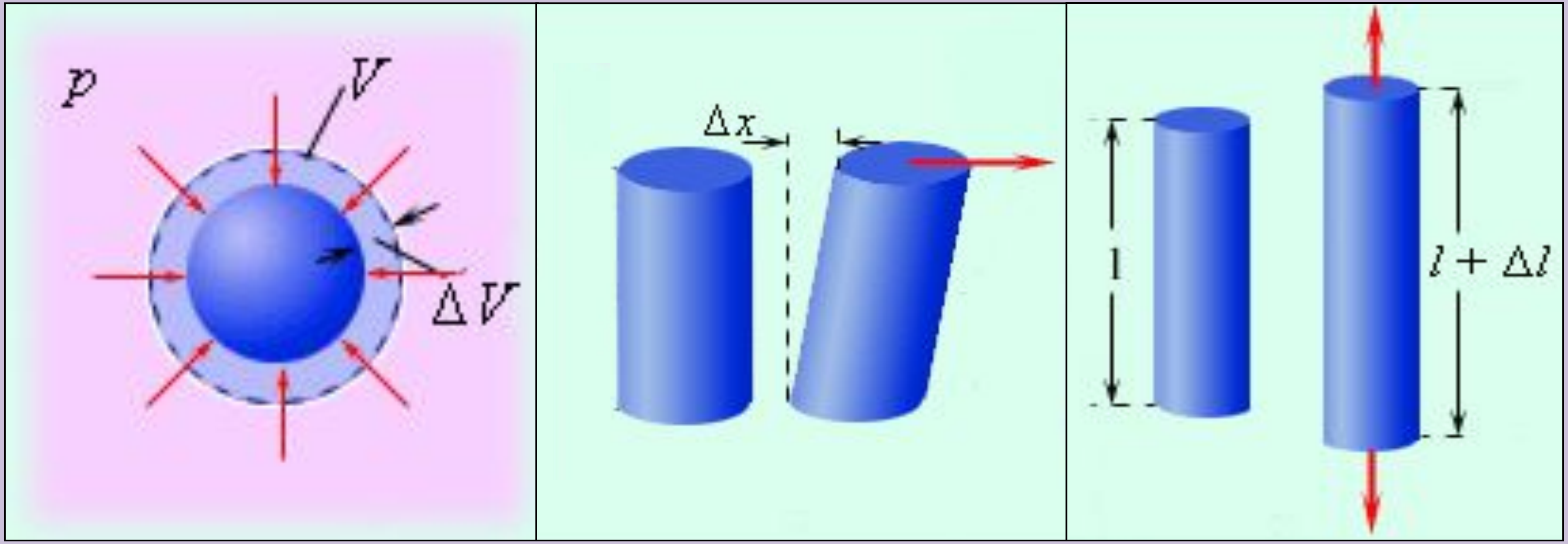
$$0 \le F_{тр.покоя} \le \mu N$$

$$F_{тр.} = \mu N$$



Упругие свойства тел

Деформация:



Всесторонне есжатие-растяжение

Сдвиг

Одностороннее сжатие-растяжение

Упругая деформация:

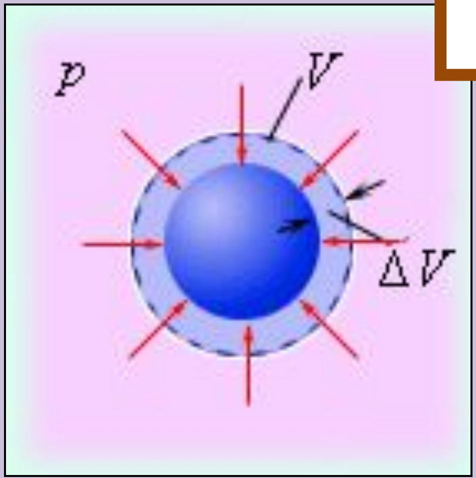
после снятия нагрузки тело возвращается к первоначальным размерам и форме

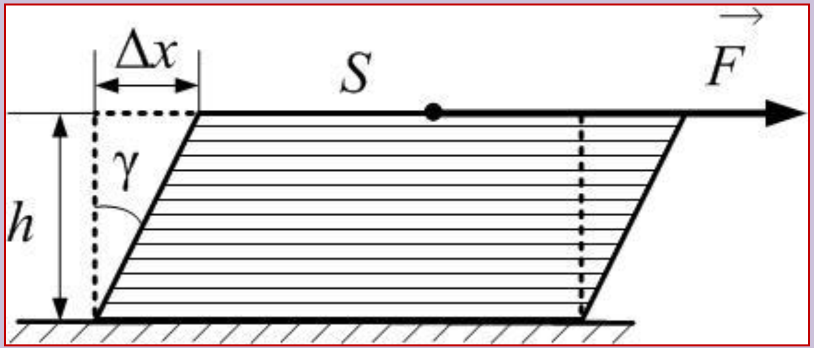
При неупругой деформации происходит разрыв некоторых межмолекулярных связей и образование связей между другими молекулами, в результате чего изменённая форма тела сохраняется и после снятия нагрузки

Любая деформация может быть представлена как сочетание двух основных:

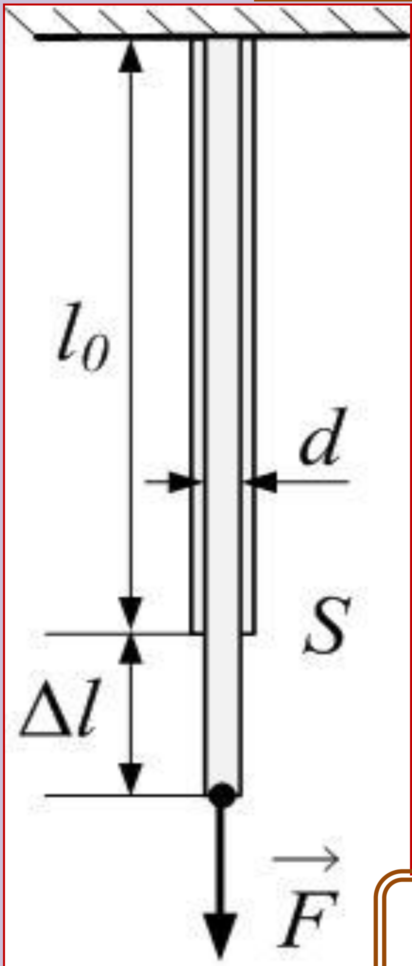
всестороннего сжатия

сдвига





Деформация сжатия-растяжения



$$\sigma = \frac{F}{S}$$

$$\sigma = \frac{dF}{dS}$$

Нормальное механическое напряжение

$$[\sigma] = \frac{H}{м^2} = Па$$

$$\varepsilon_{\parallel} = \frac{\Delta l}{l}$$

Относительная продольная деформация

$$[\varepsilon] = 1$$

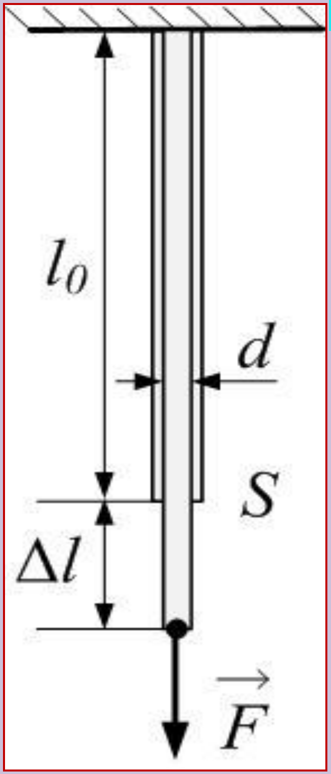
Относительное поперечное сжатие

$$\varepsilon_{\perp} = \frac{\Delta d}{d}$$

Коэффициент Пуассона

$$K_{п} \equiv \mu = -\frac{\varepsilon_{\perp}}{\varepsilon_{\parallel}}$$

Закон Гука в локальной форме



$$\sigma = E \cdot \varepsilon_{||}$$

E - модуль Юнга $[E] = \dfrac{Н}{м^2} = Па$

$$\varepsilon_{||} = \frac{\Delta l}{l}$$

$$\sigma = \frac{F}{S}$$

$$F = \sigma \cdot S = E \cdot \varepsilon_{||} \cdot S$$

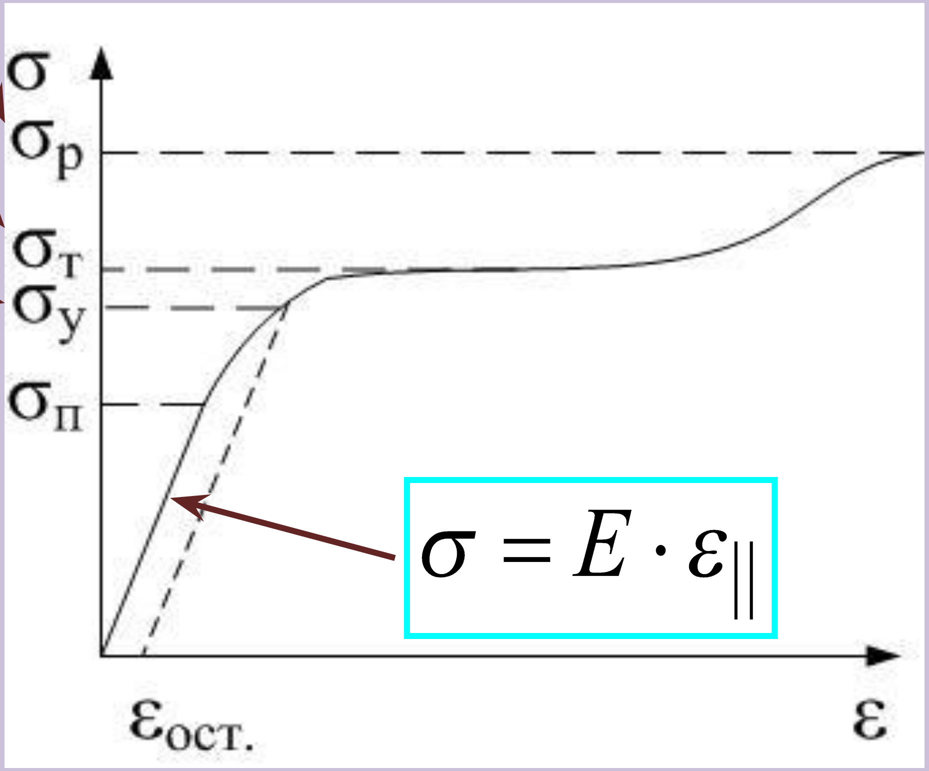
$$F = E \cdot \frac{\Delta l}{l} \cdot S$$

$$F = \frac{ES}{l}\Delta l = k \cdot \Delta l \quad \Rightarrow \quad k = \frac{ES}{l}$$

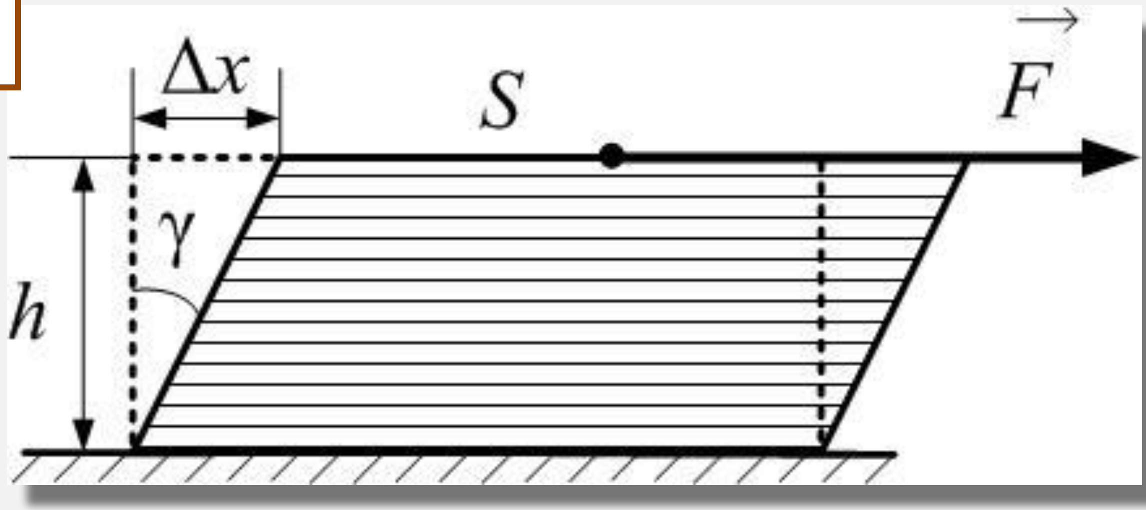
Экспериментальная зависимость механического напряжения от относительной продольной деформации

Пределы:

- ***Прочности***
- ***Текучести***
- ***Упругости***
- ***Пропорциональности***



Деформация сдвига



Тангенциальное (касательное) механическое напряжение

$$\tau = \frac{dF}{dS}$$

Относительный сдвиг

$$\gamma = \frac{\Delta x}{h}$$

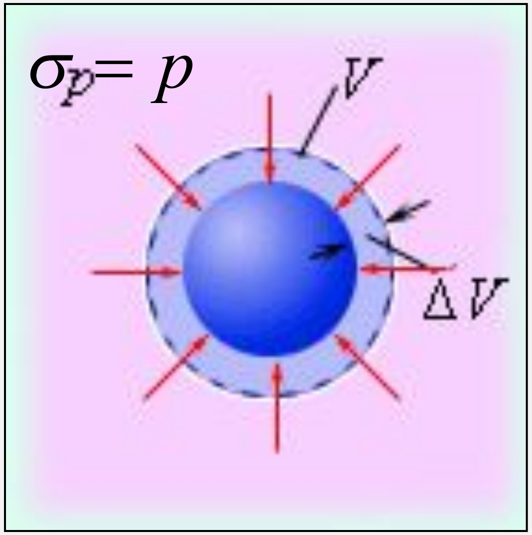
Закон Гука для деформации сдвига

$$\tau = G \cdot \gamma$$

G – модуль сдвига

Деформация всестороннего сжатия (растяжения)

<u>Закон Гука для деформации всестороннего сжатия</u>



$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{p}{K}$$

K – модуль всестороннего сжатия

<u>Материальные постоянные</u> **E, G, K** и ***μ*** определяются природой вещества

Они характеризуют упругие свойства материала и не зависят от формы и размеров тела

Поскольку все виды деформации могут быть сведены к двум элементарным, то из четырёх постоянных независимы только две, а две оставшиеся могут быть найдены через них:

Связь между модулем Юнга и модулем всестороннего сжатия

$$K = \frac{E}{3(1-2\mu)}$$

Связь между модулем Юнга и модулем сдвига

$$G = \frac{E}{2(1+\mu)}$$