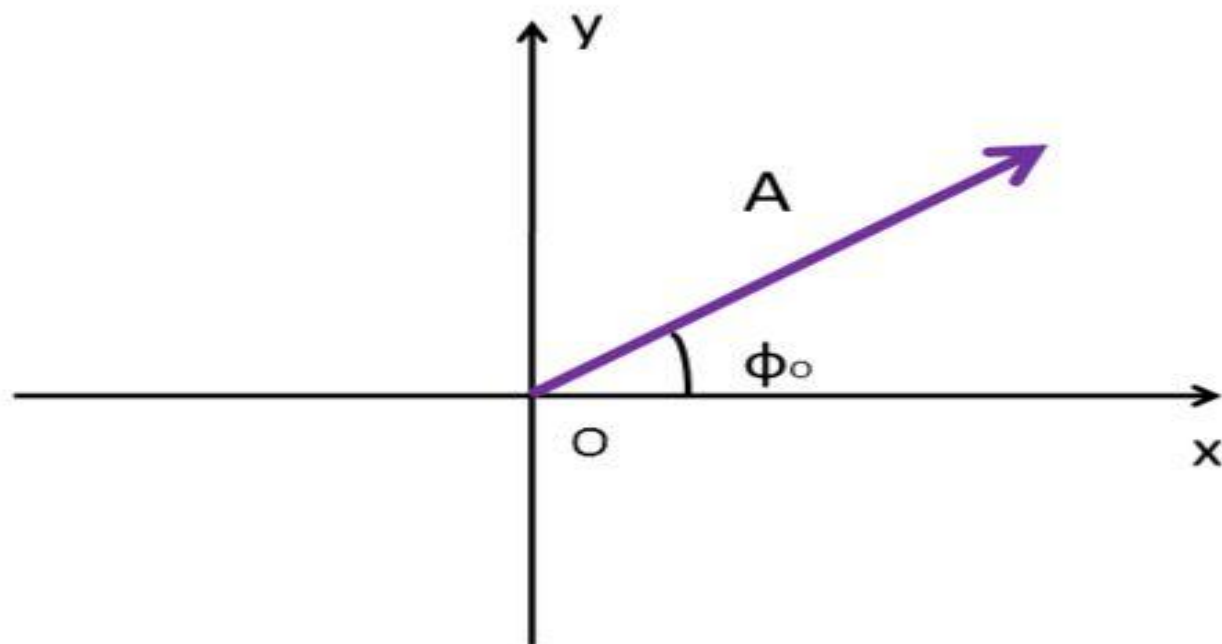


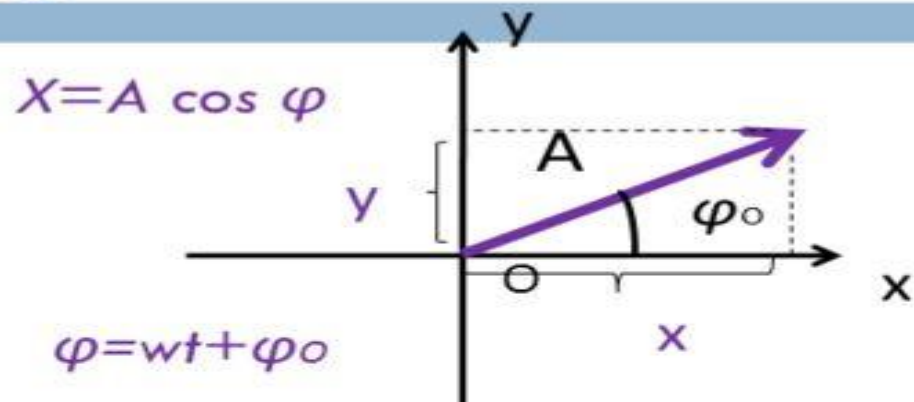
Векторные диаграммы для описания переменных токов и напряжений

Проекция вектора



Гармоническое колебание и проекция вектора

- Проекция вектора, вращающегося с постоянной скоростью, совершает гармонические колебания с частотой, равной угловой скорости вращения вектора.
- Амплитуда этих колебаний равна модулю вектора.
- Начальная фаза равна углу, образованному вектором OA с осью координат X в начальный момент.



$$X = A \cos \varphi$$

$$\varphi = \omega t + \varphi_0$$

$$X = A \cos (\omega t + \varphi_0)$$

$$Y = A \sin (\omega t + \varphi_0)$$

X, Y -смещения

A -амплитуда

φ - угол поворота

ω -угловая скорость вращения

t - время вращения

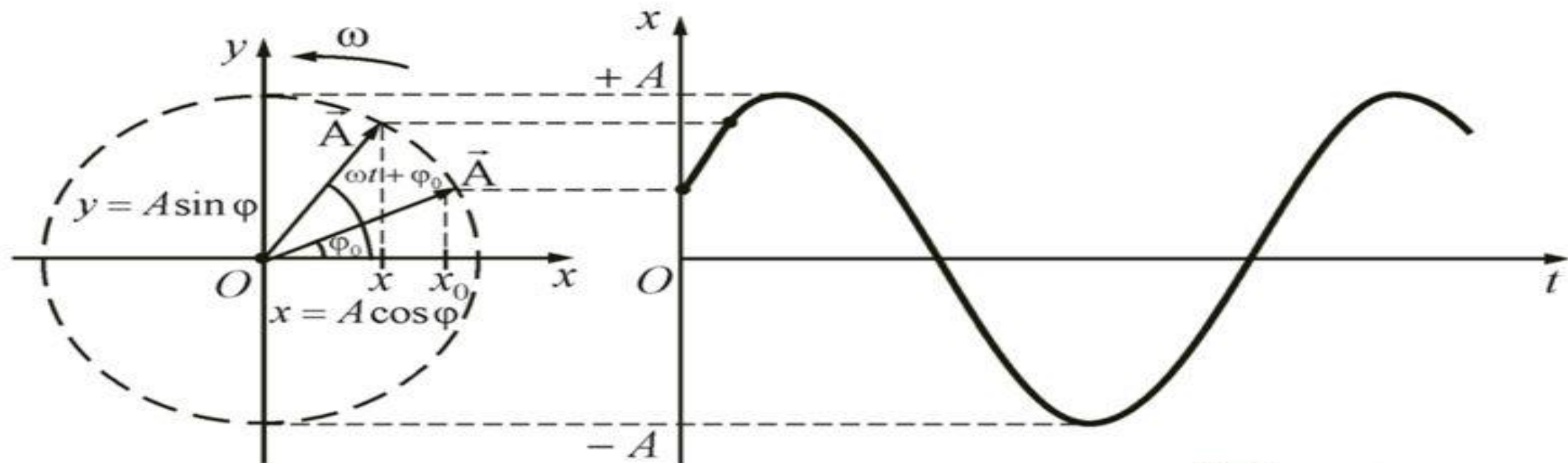


MyShared

Определение

- **Векторной диаграммой** называют графическое изображение гармонических колебаний и соотношений между гармонически колеблющимися величинами в помощью векторов.

Возьмем ось, которую обозначим буквой X . Из точки O , взятой на оси, под углом φ проводим вектор длины A . Будем вращать вектор амплитуды с частотой ω_0 против часовой стрелки. Если смотреть сверху, то видно, что движение происходит по окружности.



Уравнение колебаний

Но человек, который смотрит “в торец” стола, наблюдает колебательное движение туда и обратно, по существу, он наблюдает проекцию кругового движения на ось X .

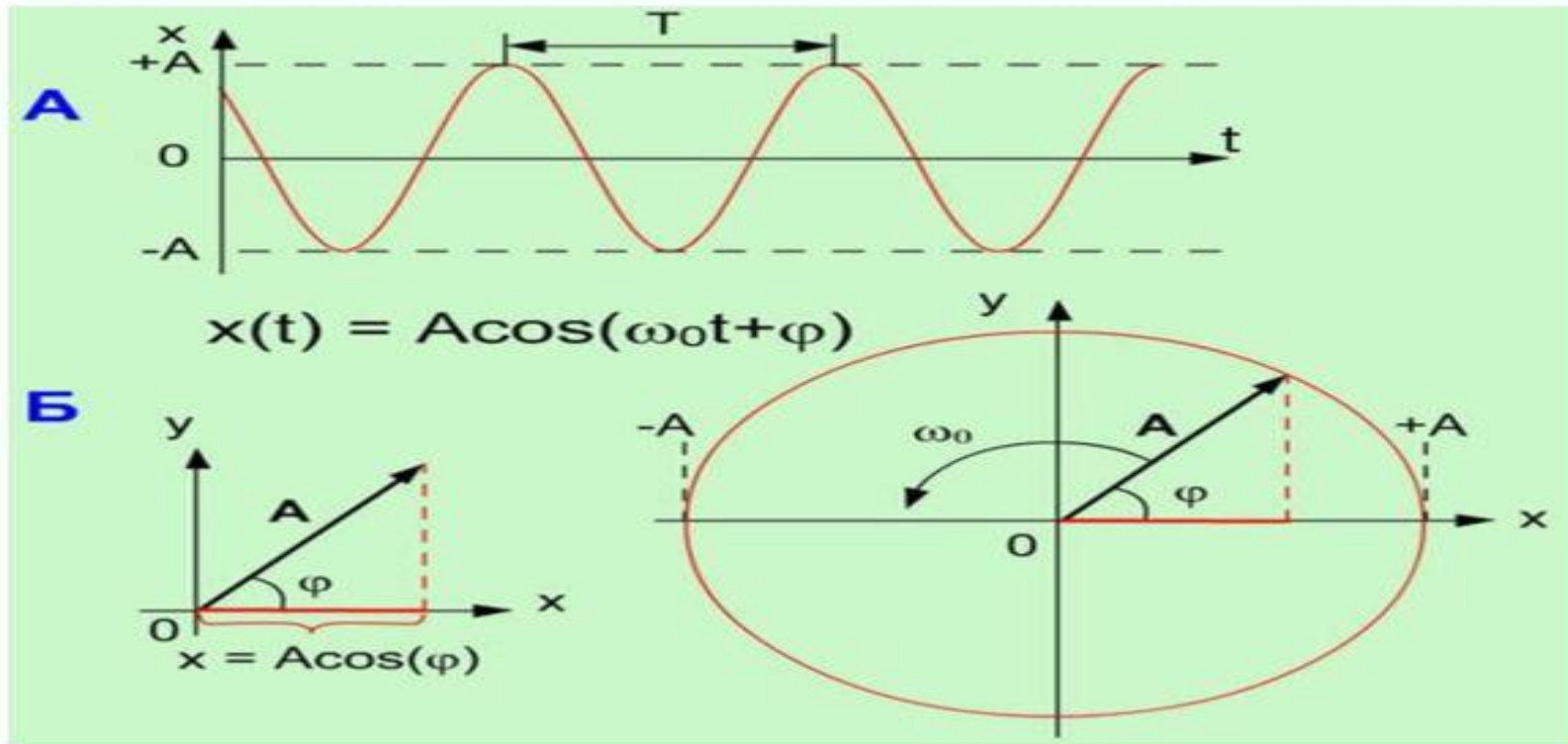
И это колебание проекции вектора амплитуды аналогично гармоническому колебанию.

$X = A \cos(\omega t + \varphi)$ для x -проекция вектора-амплитуды .

Следовательно, *проекция конца вектора на ось будет совершать гармоническое колебание с амплитудой, равной длине вектора, с круговой частотой, равной угловой скорости вращения вектора, и с начальной фазой, равной углу, образуемому вектором с осью в начальный момент времени.*



Графическое представление колебаний



Задание 1

- 1. Построить векторную диаграмму гармонических электромагнитного колебаний заряда, тока, если
- $q = q_0 \cos(\omega t + \varphi_0)$.

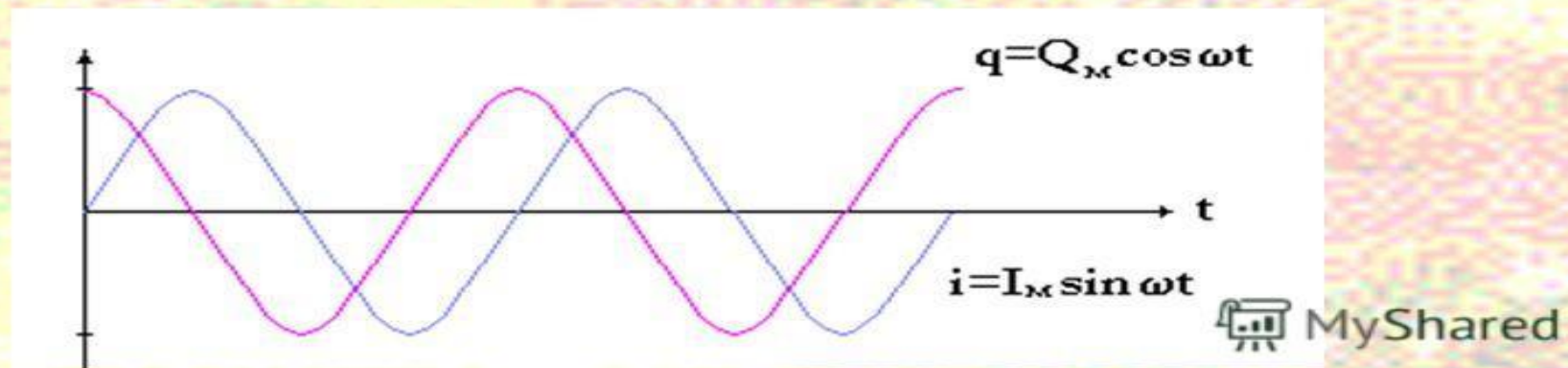


$$I = I_{\max} \cos(\omega t + \varphi_0)$$

$$q = q_{\max} \cos \omega t$$

$$I_{\max} = q_{\max} \omega$$

амплитудное значение силы тока



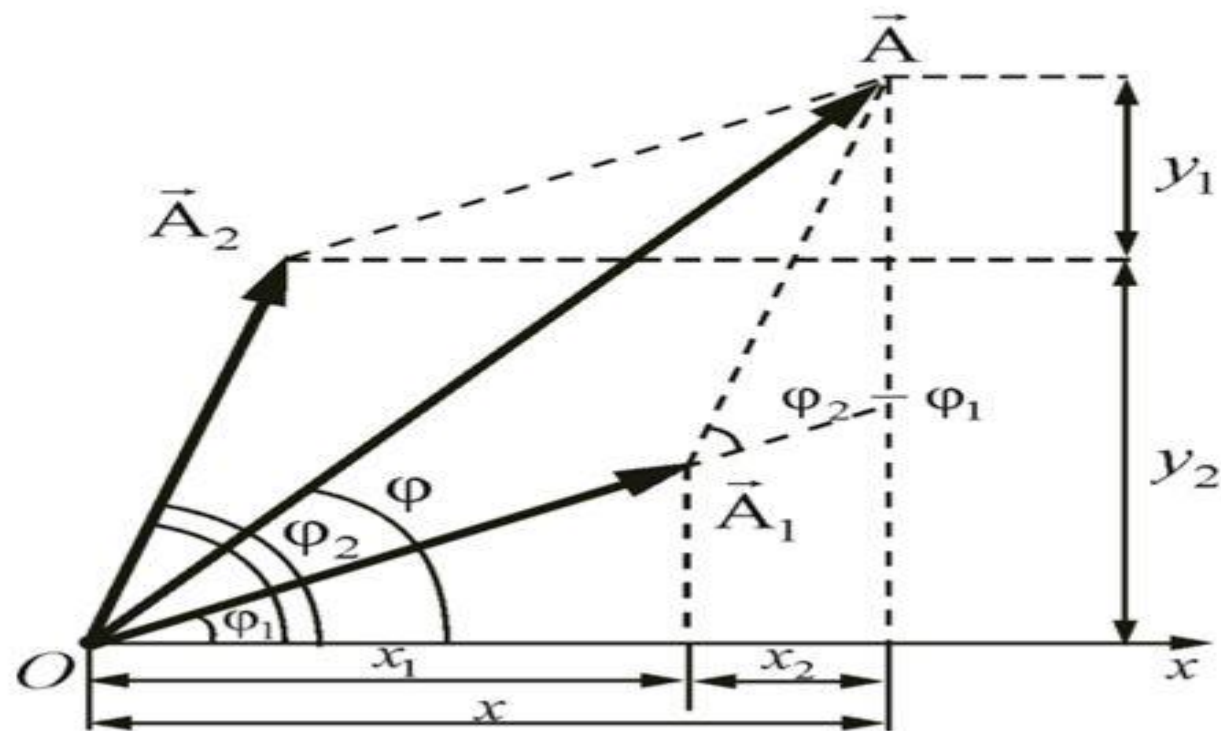
Сложение гармонических колебаний одинаковых частот

- Сложение колебаний одинаковых частот проще всего осуществить с помощью так называемой **векторной диаграммы**.

Сложение гармонических колебаний одного направления и одинаковой частоты

- Колеблющееся тело может участвовать в нескольких колебательных процессах, тогда необходимо найти результирующее колебание, иными словами, колебания необходимо сложить.
- Сложим гармонические колебания одного направления и одинаковой частоты.
- Смещение X колеблющегося тела будет суммой смещений X_1 и X_2 , которые запишутся в следующем образом:
- $X_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_{01})$
 $X_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_{02})$
- Представим оба колебания с помощью векторов \mathbf{a}_1 и \mathbf{a}_2 . Построим по правилам сложения векторов результирующий вектор \mathbf{a}

Построение векторных диаграмм



Так как векторы a_1 и a_2 вращаются с одинаковой круговой скоростью ω_0 , то разность фаз $(\varphi_2 - \varphi_1)$ между ними остается постоянной. Очевидно, что уравнение результирующего колебания будет

$$X = X_2 + X_1 = A \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

Сложение гармонических колебаний одинаковых частот

$$X_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_{01})$$

$$X_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_{02})$$

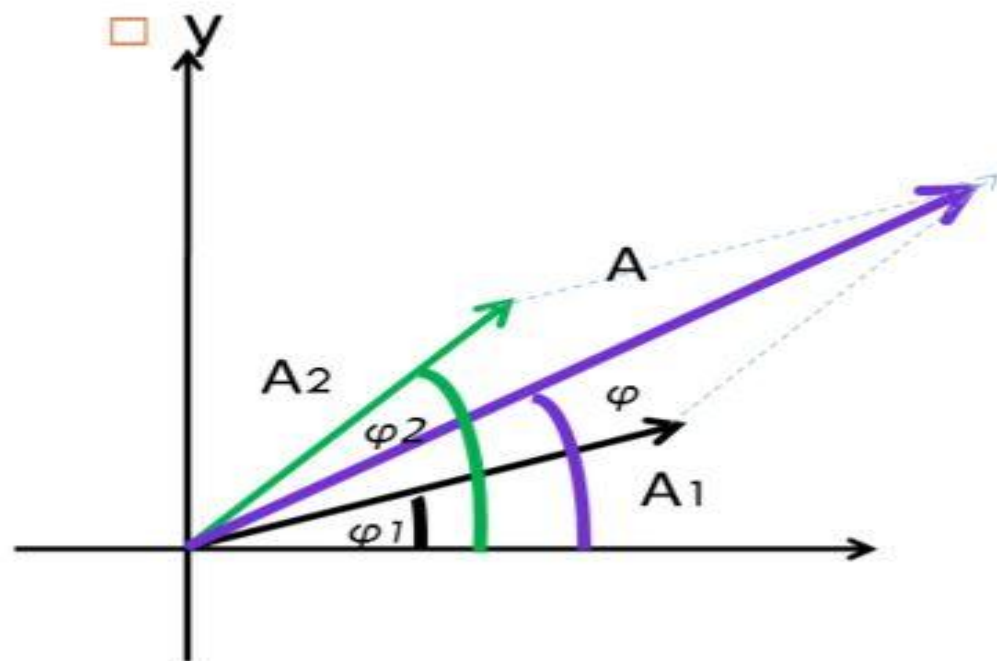
Сдвиг фаз между колебаниями

$$\varphi = \varphi_{02} - \varphi_{01}$$

$$X = X_1 + X_2$$

$$X = A \cos(\omega t + \varphi)$$

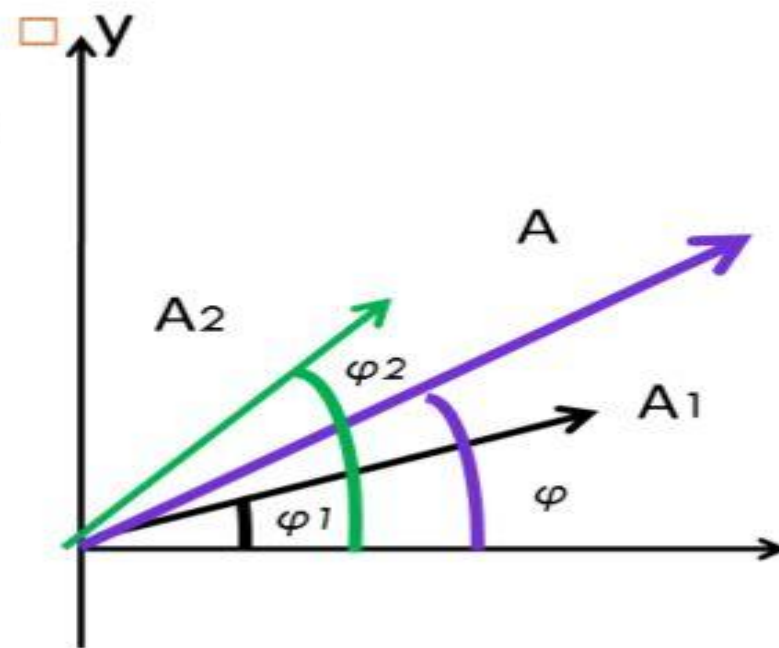
$$c^2 = \sqrt{a^2 + b^2 + 2ab \cos \varphi}$$



Сложение гармонических колебаний одинаковых частот

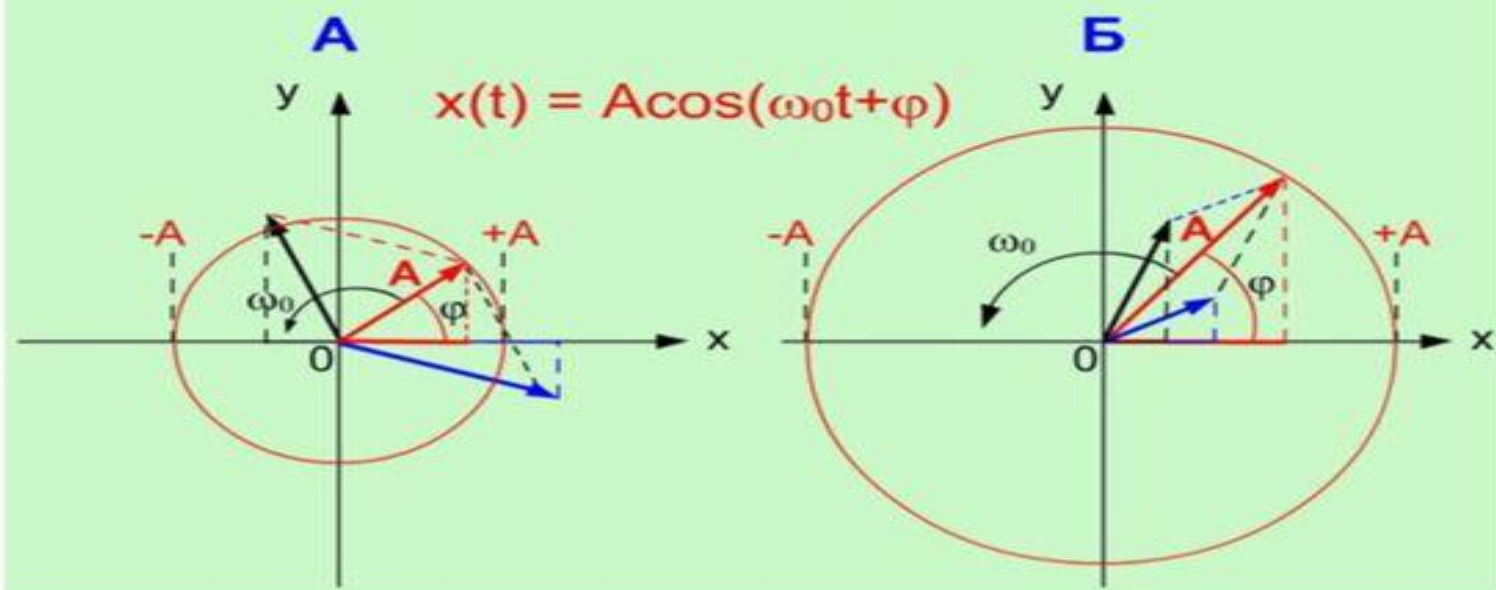
$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos[\pi - (\varphi_2 - \varphi_1)] = \\ = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2}$$



Сложение двух колебаний

$$x = x_1 + x_2 = A_1 \cos(\omega_0 t + \varphi_1) + A_2 \cos(\omega_0 t + \varphi_2)$$



Задание 2

- Сложить колебания:
- $q = q_0 \sin \omega t$
- $q = -0.5 q_0 \cos \omega t$
- $q = -0.25 q_0 \sin \omega t$
- $q = 0.125 q_0 \cos \omega t$
- Определить амплитуду и начальную фазу результирующего колебания

Применение

- Векторная диаграмма широко применяются в электротехнике, акустике и оптике.