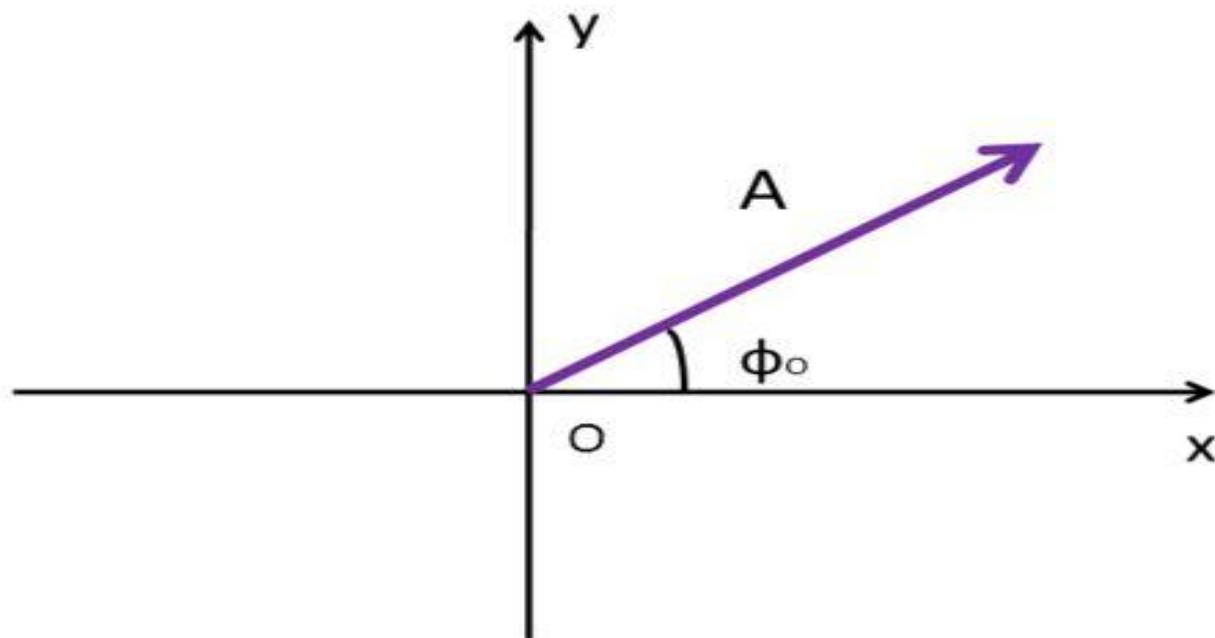


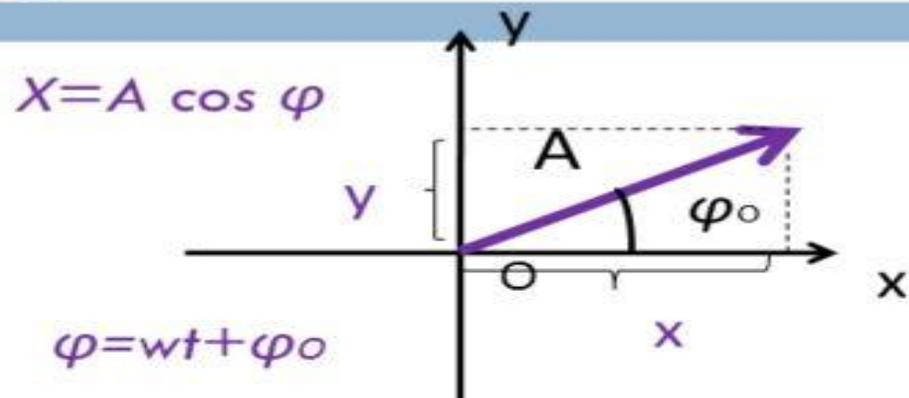
# Векторные диаграммы для описания переменных токов и напряжений

# Проекция вектора



# Гармоническое колебание и проекция вектора

- **Проекция вектора**, вращающегося с постоянной скоростью, совершает **гармонические колебания с частотой, равной угловой скорости вращения вектора**.
- **Амплитуда** этих колебаний равна **модулю вектора**.
- **Начальная фаза** равна **углу**, образованному вектором  $OA$  с осью координат  $X$  в начальный момент.



$$X = A \cos \varphi$$

$$\varphi = \omega t + \varphi_0$$

$$X = A \cos (\omega t + \varphi_0)$$

$$Y = A \sin (\omega t + \varphi_0)$$

$X, Y$ -смещения

$A$ -амплитуда

$\varphi$ - угол поворота

$\omega$ -угловая скорость вращения

$t$ - время вращения

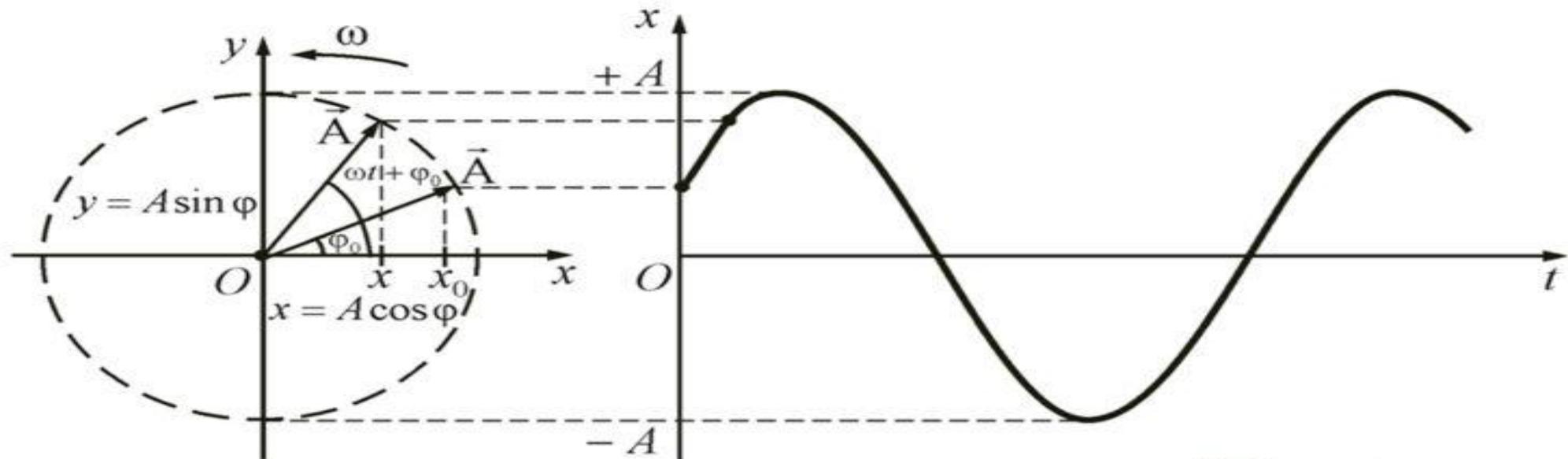


MyShared

# Определение

- **Векторной диаграммой** называют графическое изображение гармонических колебаний и соотношений между гармонически колеблющимися величинами в помощью векторов.

Возьмем ось, которую обозначим буквой  $X$ . Из точки  $O$ , взятой на оси, под углом  $\varphi$  проводим вектор длины  $A$ . Будем вращать вектор амплитуды с частотой  $\omega_0$  против часовой стрелки. Если смотреть сверху, то видно, что движение происходит по окружности.



# Уравнение колебаний

Но человек, который смотрит “в торец” стола, наблюдает колебательное движение туда и обратно, по существу, он наблюдает проекцию кругового движения на ось  $X$ .

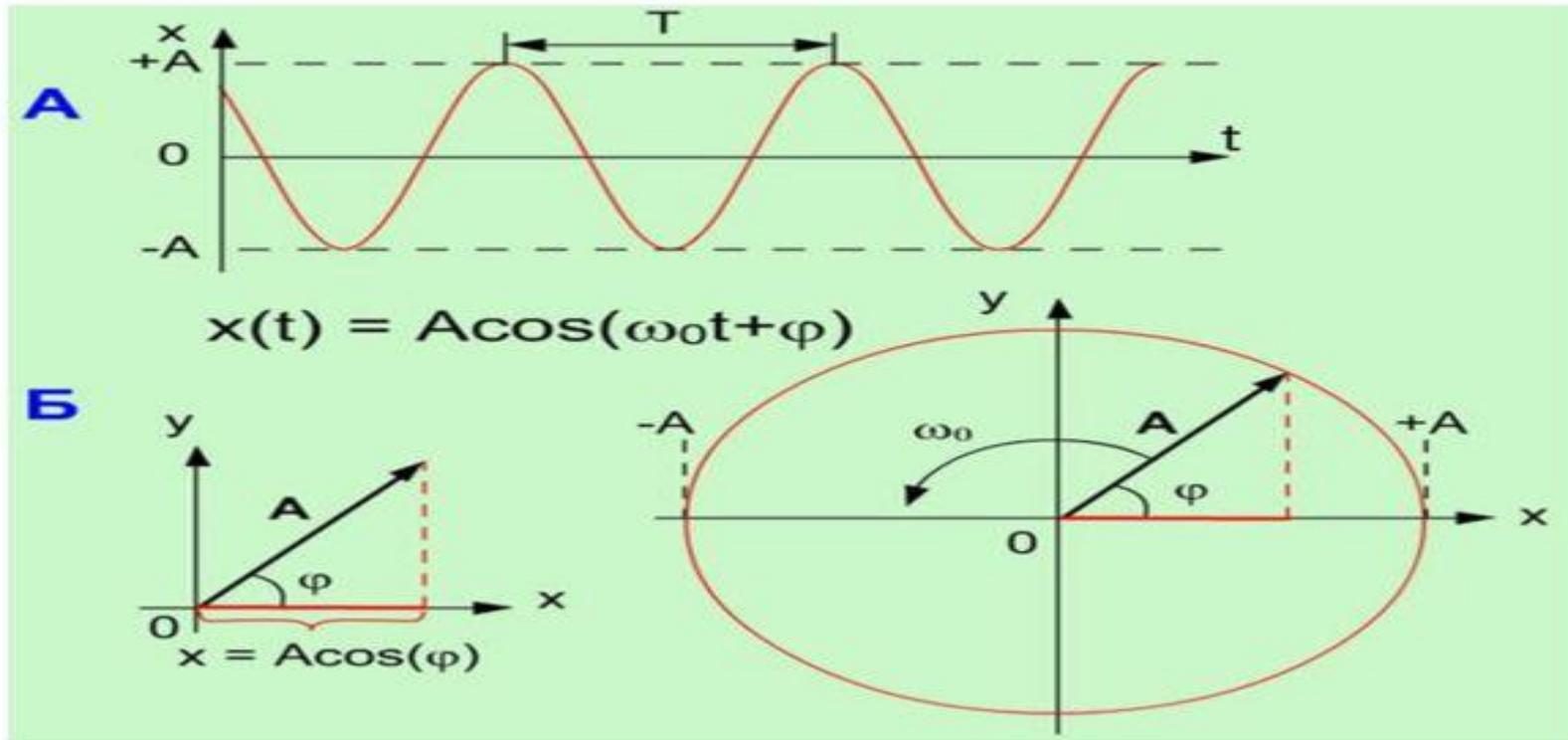
И это колебание проекции вектора амплитуды аналогично гармоническому колебанию.

$X = A \cos(\omega t + \varphi)$  для  $x$ -проекция вектора-амплитуды .

Следовательно, *проекция конца вектора на ось будет совершать гармоническое колебание с амплитудой, равной длине вектора, с круговой частотой, равной угловой скорости вращения вектора, и с начальной фазой, равной углу, образуемому вектором с осью в начальный момент времени.*



# Графическое представление колебаний



# Задание 1

- 1. Построить векторную диаграмму гармонических электромагнитного колебаний заряда, тока, если
- $q = q_0 \cos(\omega t + \varphi_0)$ .

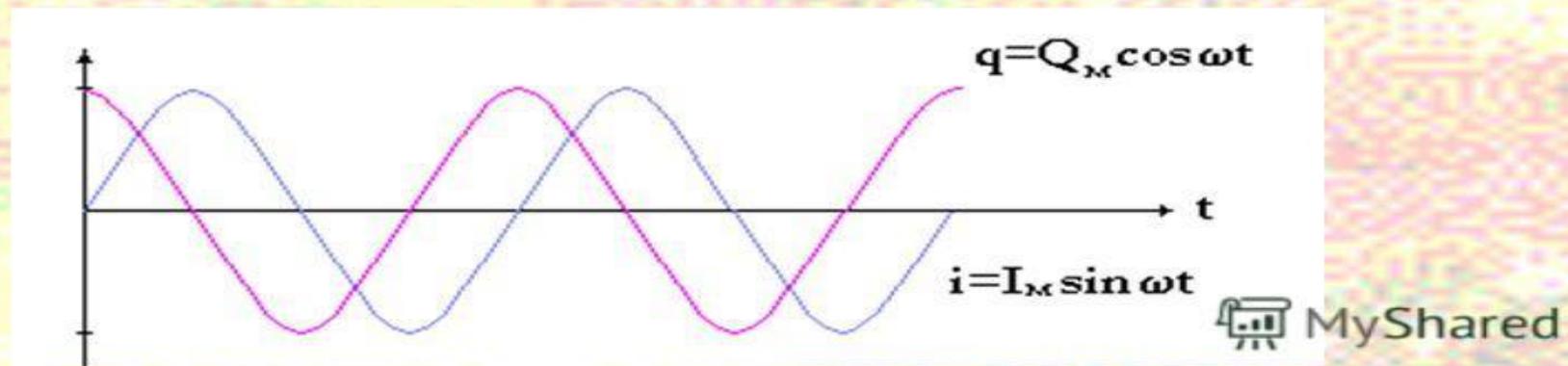


$$I = I_{\max} \cos(\omega t + \varphi_0)$$

$$q = q_{\max} \cos \omega t$$

$$I_{\max} = q_{\max} \omega$$

*амплитудное значение силы тока*



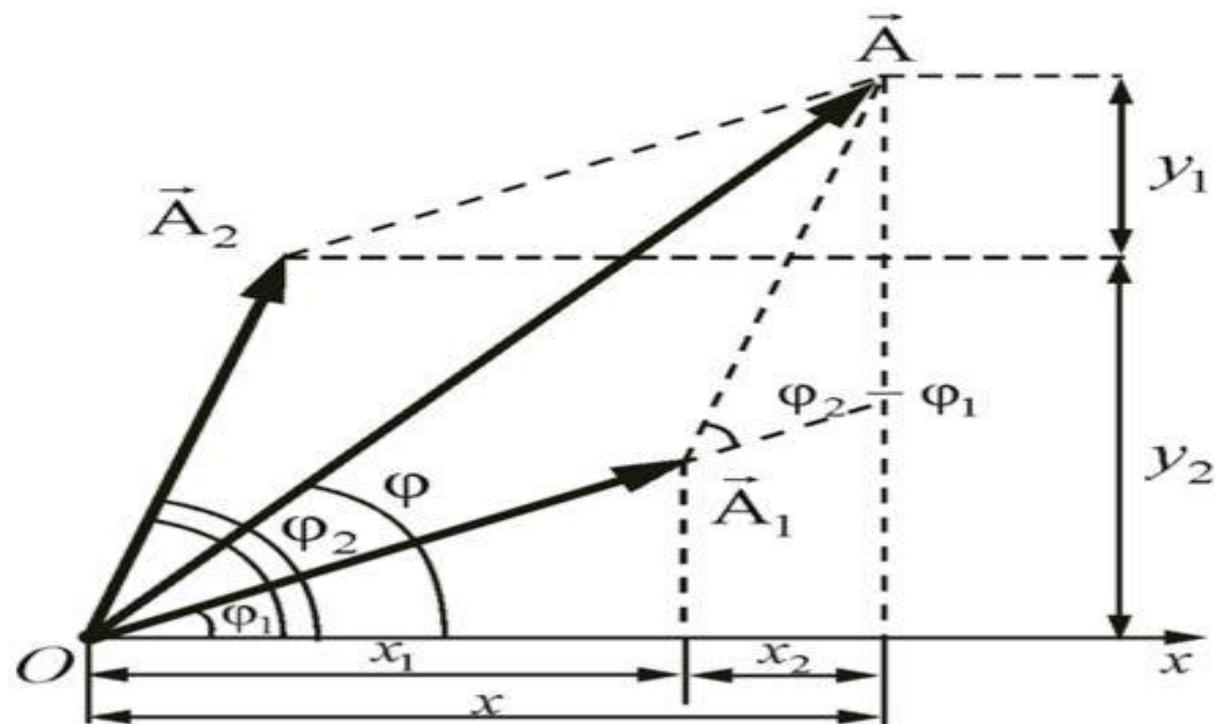
## Сложение гармонических колебаний одинаковых частот

- Сложение колебаний одинаковых частот проще всего осуществить с помощью так называемой **векторной диаграммы**.

## Сложение гармонических колебаний одного направления и одинаковой частоты

- Колеблющееся тело может участвовать в нескольких колебательных процессах, тогда необходимо найти результирующее колебание, иными словами, колебания необходимо сложить.
- Сложим гармонические колебания одного направления и одинаковой частоты.
- Смещение  $X$  колеблющегося тела будет суммой смещений  $X_1$  и  $X_2$ , которые запишутся в следующем образом:
- $X_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_{01})$   
 $X_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_{02})$
- Представим оба колебания с помощью векторов  $\mathbf{a}_1$  и  $\mathbf{a}_2$ . Построим по правилам сложения векторов результирующий вектор  $\mathbf{a}$

## Построение векторных диаграмм



Так как векторы  $\vec{a}_1$  и  $\vec{a}_2$  вращаются с одинаковой круговой скоростью  $\omega_0$ , то разность фаз  $(\varphi_2 - \varphi_1)$  между ними остается постоянной. Очевидно, что уравнение результирующего колебания будет

$$X = X_2 + X_1 = A \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

# Сложение гармонических колебаний одинаковых частот

$$X_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_{01})$$

$$X_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_{02})$$

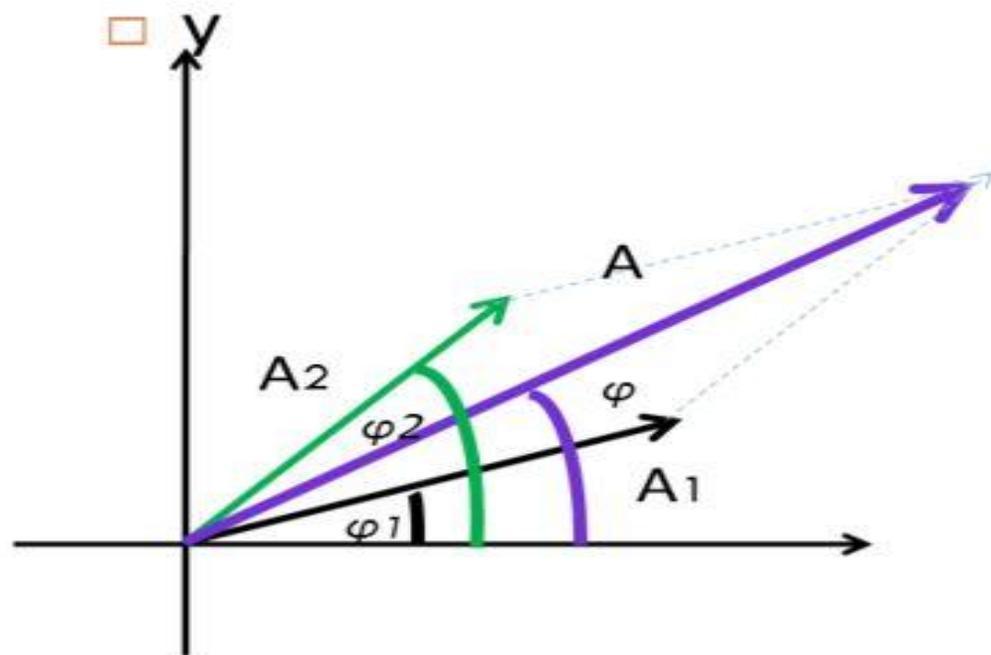
Сдвиг фаз между колебаниями

$$\varphi = \varphi_{02} - \varphi_{01}$$

$$X = X_1 + X_2$$

$$X = A \cos(\omega t + \varphi)$$

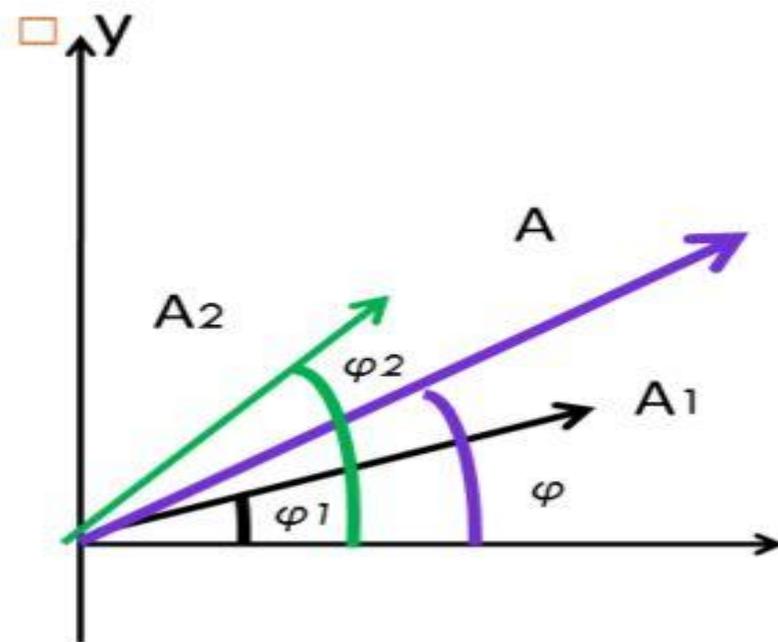
$$c^2 = \sqrt{a^2 + b^2 + 2ab \cos \varphi}$$



# Сложение гармонических колебаний одинаковых частот

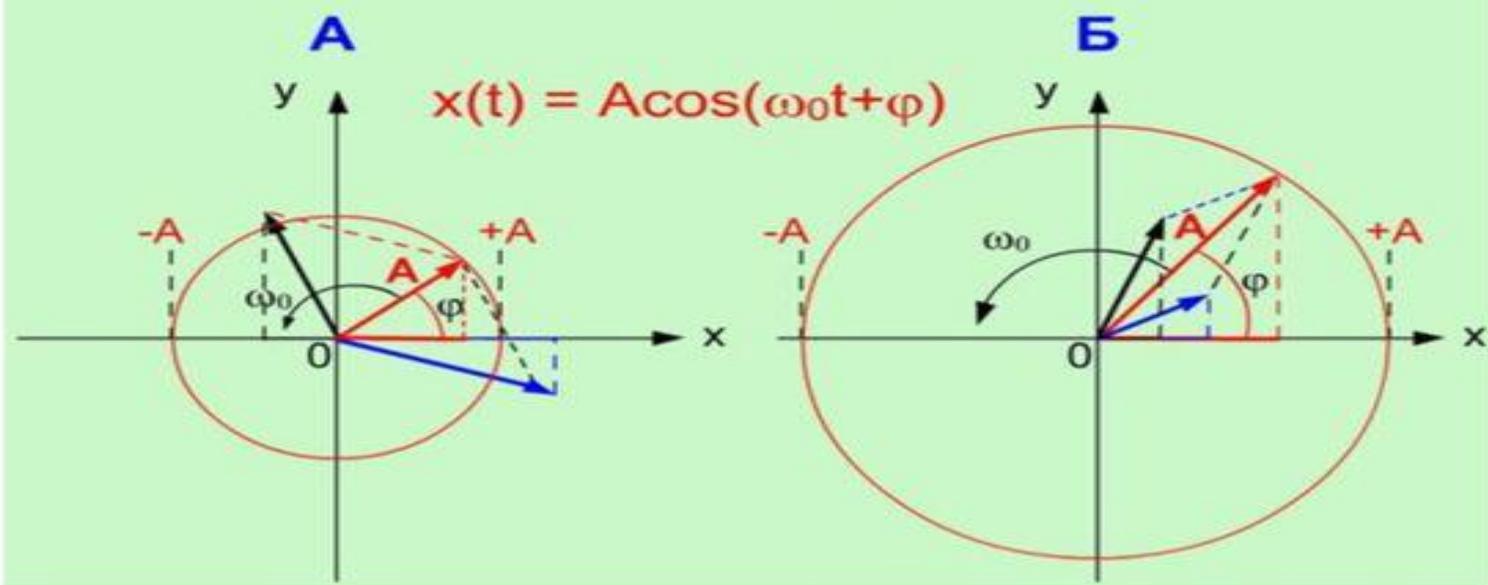
$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos[\pi - (\varphi_2 - \varphi_1)] = \\ = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2}$$



# Сложение двух колебаний

$$x = x_1 + x_2 = A_1 \cos(\omega_0 t + \varphi_1) + A_2 \cos(\omega_0 t + \varphi_2)$$



## Задание 2

- Сложить колебания:
- $q = q_0 \sin \omega t$
- $q = -0.5 q_0 \cos \omega t$
- $q = -0.25 q_0 \sin \omega t$
- $q = 0.125 q_0 \cos \omega t$
- Определить амплитуду и начальную фазу результирующего колебания



# Применение

- Векторная диаграмма широко применяются в электротехнике, акустике и оптике.