1. Односторонние пределы

$$\lim_{x\to a-0} f(x) = A_1 \Leftrightarrow$$

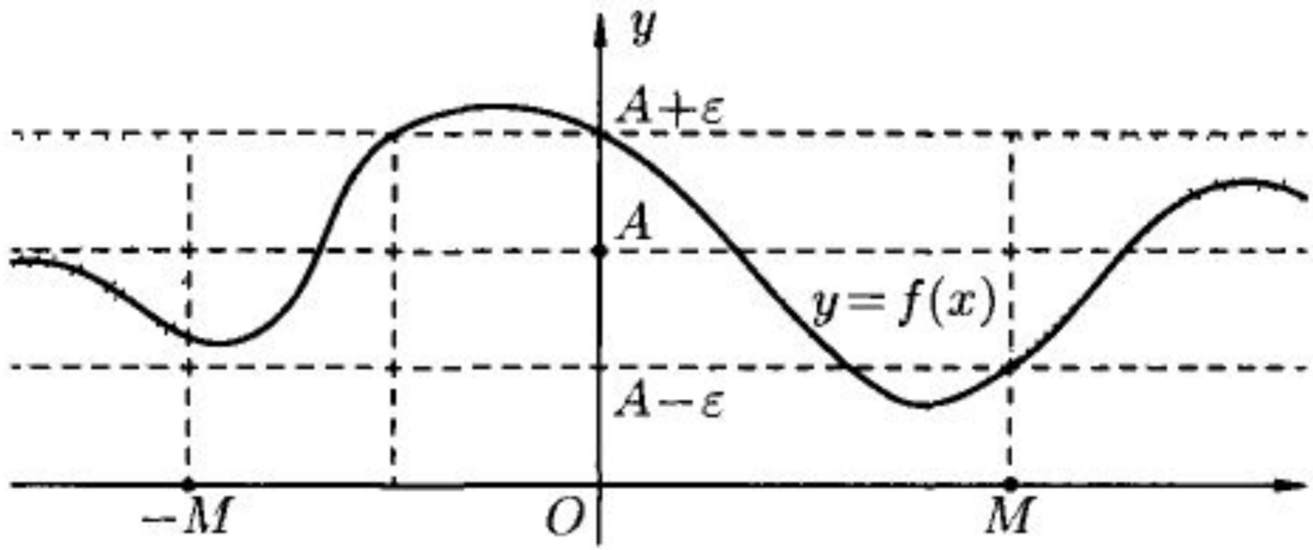
$$\Leftrightarrow \forall\varepsilon > 0 \exists\delta > 0 \forall x \in (a-\delta; a) \Rightarrow \left|f(x) - A_1\right| < \varepsilon$$

$$\lim_{x\to a+0} f(x) = A_2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \forall\varepsilon > 0 \exists\delta > 0 \forall x \in (a; a+\delta) \Rightarrow \left|f(x) - A_2\right| < \varepsilon$$

2. Предел функции на бесконечности

$$A = \lim_{x\to\infty} f(x) \Leftrightarrow \forall \varepsilon > 0 \exists M > 0 \forall |x| > M \Rightarrow |f(x) - A| < \varepsilon$$



3. Бесконечно большая функция

$$\lim_{x\to a} f(x) = \infty \Leftrightarrow \forall M > 0 \exists \delta > 0 \forall 0 < |x-a| < \delta \Rightarrow |f(x)| > M$$

$$\lim_{x\to \infty} f(x) = \infty \Leftrightarrow \forall M > 0 \exists N > 0 \forall |x| > N \Rightarrow |f(x)| > M$$

Тема: Бесконечно малые функции

1. Определение и основные теоремы
2. Связь между функцией, ее пределом и бесконечно малой функцией

1. Определения и основные теоремы

$$\lim_{x \to a} f(x) = 0$$

$$\lim_{x \to a} f(x) = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \forall \varepsilon > 0 \exists \delta > 0 \forall x \in D(f) : 0 < |x - a| < \delta \Rightarrow |f(x)| < \varepsilon$$

$$x \to a - 0$$

$$x \to a + 0$$

$$x \to +\infty$$

$$x \to -\infty$$

1. Определения и основные теоремы

Теорема 1: Алгебраическая сумма конечного числа бесконечно малых функций есть бесконечно малая функция.

Теорема 2: Произведение ограниченной функции на бесконечно малую функцию есть функция бесконечно малая.

Следствие 1: Т.к. всякая б.м.ф. ограничена, то из теоремы 2 следует, что произведение двух б.м.ф. есть функция бесконечно малая.

Следствие 2: Произведение б.м.ф. на число есть функция бесконечно малая.

1. Определения и основные теоремы

Теорема 3. Частное от деления б.м.ф. на функцию, имеющую отличный от нуля предел, есть функция бесконечно малая.

Теорема 4. Если функция $\alpha(x)$ -бесконечно малая, то функция $1/\alpha(x)$ - бесконечно большая. И наоборот, если функция $f(x)$ – бесконечно большая, то функция $1/f(x)$ - бесконечно малая.

2. Связь между функцией, ее пределом и бесконечно малой функцией

Теорема 5: Если функция $f(x)$ имеет предел, равный А, то ее можно представить как сумму числа А и бесконечно малой функции $\alpha(x)$.

Теорема 6 (обратная): Если функцию $f(x)$ можно представить в виде суммы числа А и б.м.ф. $\alpha(x)$, то число А является пределом функции $f(x)$.