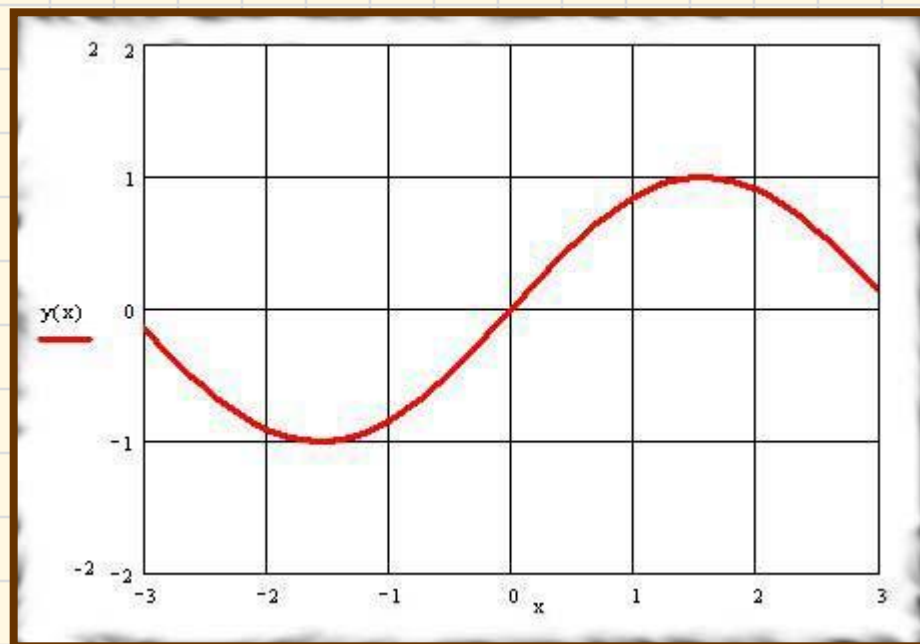


# «Исследование функции и построение графика»



Математика –  
предмет  
непонятный, но  
очень занятный!  
(К.  
Вольф)

Тема: «Исследование функции и построение графика»



# Содержание



Введение

Исследование функции и построение графика

• Алгоритм исследования функции

• Практикум 1: Исследование функции

$$y = \frac{x}{1+x^2}$$

• Музыкальная пауза «Включи мозги»

• Алгоритм построения графика

• Практикум 2: Построение графика

$$y = \frac{x}{1+x^2}$$

• Физкультминутка

• Контроль знаний

Заключение

Источники информации

5

9

7

1

3





# Введение

Существует 2 способа построения графиков:

1. Построение графиков элементарных функций по точкам  $f(x) = x^2$

2. Построение графиков сложных функций методом исследования функции.  $f(x) = \frac{x}{1+x^2}$

Нашей целью является разобрать на наглядных примерах 2<sup>ой</sup> способ построения графиков.

Благодаря этой презентации, вы поймёте, что графики – это не так уж и сложно.

**Итак, начнем наш необычный урок!**

# Алгоритм исследования функции

1. Найти область определения данной функции  $y = f(x)$ ,

- сделать вывод о непрерывности функции

2. Проверить функцию на четность и периодичность

• Функция четная, если  $f(-x) = f(x)$

• Функция нечетная, если  $f(-x) = -f(x)$



• Функция может быть периодической, если  $f(x)$  - тригонометрическая

3. Найти значение функции  $f(x)$  при  $x=0$  т.е. найти  $f(0)$

Найдём значение аргумента  $x$  при  $f(x)=0$

т.е. решить уравнение  $f(x)=0$





# Продолжение алгоритма исследования функции



4. Найти производную функции  $y = f'(x)$

Найти критические точки

Это точки в которых  $f'(x)$ -не существует, а функция непрерывна

5. Найти стационарные точки, т.е. решить уравнение  $f'(x)=0$  и выяснить промежутки монотонности и точки экстремума  $x_{\min}$ ,  $x_{\max}$

6. Найти значения функции в точках экстремума,  $U_{\min}$ ,  $U_{\max}$



# Практикум 1



**Исследовать функцию**  $f(x) = \frac{x}{1+x^2}$

**1. Найдём область определения функции**  $D(f) = (-\infty; +\infty)$

**2. Проверим функцию на чётность**

$$f(-x) = \frac{-x}{1+(-x)^2} = \frac{-x}{1+x^2} = -f(x) \quad f(-x) = -f(x), \text{ значит функция нечётная.}$$

**3. Найдём значение функции  $f(x)$  при  $x=0$**   $f(0) = \frac{0}{1+0} = 0$

**Найдём значение аргумента  $x$  при  $f(x)=0$**

Для этого решим уравнение  $\frac{x}{1+x^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 1+x^2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 0$

# Продолжить исследование функции

$$f(x) = \frac{x}{1+x^2}$$



4. Найдём производную функции:

$$f'(x) = \left(\frac{x}{1+x^2}\right)' = \frac{(x)' \cdot (1+x^2) - x(1+x^2)'}{(1+x^2)^2} = \frac{1 \cdot (1+x^2) - x \cdot 2x}{(1+x^2)^2} = \frac{1-x^2}{(1+x^2)^2}$$

Выясним, есть ли критические точки:

$D(f') = (-\infty; +\infty)$ . Производная существует при всех  $x$ , значит, критических точек нет.

5. Найдём стационарные точки:

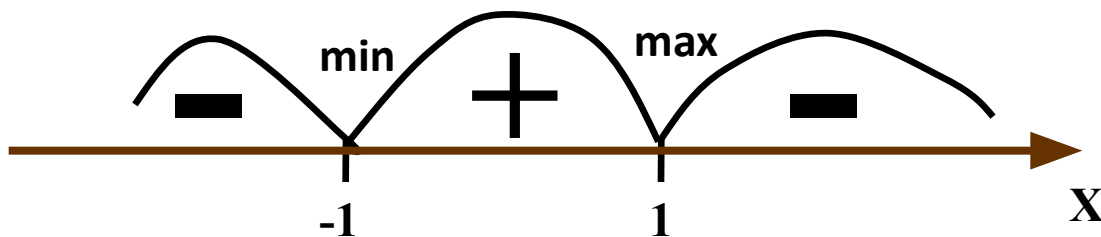
$$f'(x) = 0, \text{ если } \frac{1-x^2}{(1+x^2)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 1-x^2 \\ (1+x^2)^2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \end{cases}$$

$-1; 1$  – внутренние точки области определения, следовательно стационарные точки

# Продолжить исследование функции

$$f(x) = \frac{x}{1+x^2}$$

Выясним промежутки монотонности  
и точки экстремума  $x_{\min}$ ,  $x_{\max}$



$$-2 \in (-\infty; -1); f(-2) < 0$$

$$0 \in (-1; 1); f(0) > 0$$

$$2 \in (1; +\infty); f(2) < 0$$

$$x_{\min} = -1 ; x_{\max} = 1$$

$(-\infty; -1] ; [1; +\infty)$  – промежутки убывания

$[-1; 1]$  – промежуток возрастания

6. Найдём значения функции в точках  
экстремума  $y_{\min}$ ,  $y_{\max}$

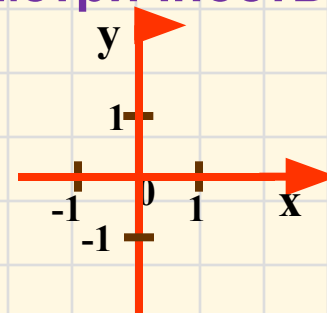
$$y_{\min} = \frac{-1}{1+(-1)^2} = -0,5$$

$$y_{\max} = \frac{1}{1+1^2} = 0,5$$



# Алгоритм построения графика

1. Отметить на оси абсцисс область определения
2. Определить симметрию графика
3. Отметить точки пересечения графика с осями координат
4. Отметить критические точки
5. Отметить на оси абсцисс  $X_{\min}$  и  $X_{\max}$
6. Отметить на оси ординат  $Y_{\min}$  и  $Y_{\max}$
7. Построить график  
Проверить промежутки монотонности и симметричность



# Практикум 2

Построить график функции  $f(x) = \frac{x}{1+x^2}$

1. На оси абсцисс отметить область определения
2. Определить симметрию графика
3. Отметить точки пересечения графика с осями координат
4. Отметить критические точки  
Критических точек нет
5. Отметить на оси абсцисс  $X_{\min}$  и  $X_{\max}$

6. Отметить на оси ординат  $Y_{\min}$  и  $Y_{\max}$   
Построить точки с координатами  $(X_{\min}; Y_{\min})$  и  $(X_{\max}; Y_{\max})$

Проверим промежутки монотонности и симметричность графика

7. Построить график, учитывая монотонность функции

