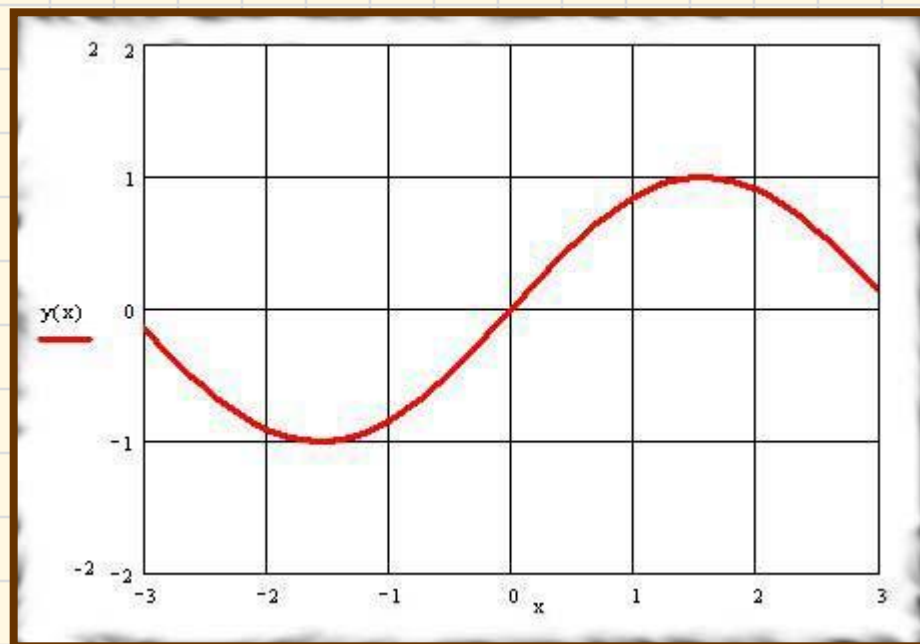


«Исследование функции и построение графика»



Математика –
предмет
непонятный, но
очень занятный!
(К.
Вольф)

Тема: «Исследование функции и построение графика»



Содержание



Введение

Исследование функции и построение графика

• **Алгоритм исследования функции**

• **Практикум 1: Исследование функции**

$$y = \frac{x}{1+x^2}$$

• **Музыкальная пауза «Включи мозги»**

• **Алгоритм построения графика**

• **Практикум 2: Построение графика**

$$y = \frac{x}{1+x^2}$$

• **Физкультминутка**

• **Контроль знаний**

Заключение

Источники информации

5

9

7

1

3





Введение

Существует 2 способа построения графиков:

1. Построение графиков элементарных функций по точкам $f(x) = x^2$

2. Построение графиков сложных функций методом исследования функции. $f(x) = \frac{x}{1+x^2}$

Нашей целью является разобрать на наглядных примерах 2^{ой} способ построения графиков.

Благодаря этой презентации, вы поймёте, что графики – это не так уж и сложно.

Итак, начнем наш необычный урок!

Алгоритм исследования функции

1. Найти область определения данной функции $y = f(x)$,

- сделать вывод о непрерывности функции

2. Проверить функцию на четность и периодичность

• Функция четная, если $f(-x) = f(x)$

• Функция нечетная, если $f(-x) = -f(x)$



• Функция может быть периодической, если $f(x)$ - тригонометрическая

3. Найти значение функции $f(x)$ при $x=0$ т.е. найти $f(0)$

Найдём значение аргумента x при $f(x)=0$

т.е. решить уравнение $f(x)=0$



Продолжение алгоритма исследования функции



4. Найти производную функции $y = f'(x)$

Найти критические точки

Это точки в которых $f'(x)$ -не существует, а функция непрерывна

5. Найти стационарные точки, т.е. решить уравнение $f'(x)=0$ и выяснить промежутки монотонности и точки экстремума x_{\min} , x_{\max}

6. Найти значения функции в точках экстремума, U_{\min} , U_{\max}



Практикум 1



Исследовать функцию $f(x) = \frac{x}{1+x^2}$

1. Найдём область определения функции $D(f) = (-\infty; +\infty)$

2. Проверим функцию на чётность

$$f(-x) = \frac{-x}{1+(-x)^2} = \frac{-x}{1+x^2} = -f(x) \quad f(-x) = -f(x), \text{ значит функция нечётная.}$$

3. Найдём значение функции $f(x)$ при $x=0$ $f(0) = \frac{0}{1+0} = 0$

Найдём значение аргумента x при $f(x)=0$

Для этого решим уравнение $\frac{x}{1+x^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 1+x^2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 0$

Продолжить исследование функции

$$f(x) = \frac{x}{1+x^2}$$



4. Найдём производную функции:

$$f'(x) = \left(\frac{x}{1+x^2}\right)' = \frac{(x)' \cdot (1+x^2) - x(1+x^2)'}{(1+x^2)^2} = \frac{1 \cdot (1+x^2) - x \cdot 2x}{(1+x^2)^2} = \frac{1-x^2}{(1+x^2)^2}$$

Выясним, есть ли критические точки:

$D(f') = (-\infty; +\infty)$. Производная существует при всех x , значит, критических точек нет.

5. Найдём стационарные точки:

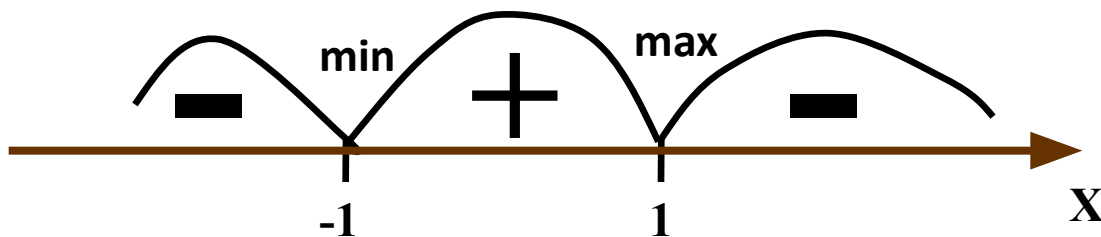
$$f'(x) = 0, \text{ если } \frac{1-x^2}{(1+x^2)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 1-x^2 \\ (1+x^2)^2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \end{cases}$$

$-1; 1$ – внутренние точки области определения, следовательно стационарные точки

Продолжить исследование функции

$$f(x) = \frac{x}{1+x^2}$$

Выясним промежутки монотонности
и точки экстремума x_{\min} , x_{\max}



$$-2 \in (-\infty; -1); f(-2) < 0$$

$$0 \in (-1; 1); f(0) > 0$$

$$2 \in (1; +\infty); f(2) < 0$$

$$x_{\min} = -1 ; x_{\max} = 1$$

$(-\infty; -1] ; [1; +\infty)$ – промежутки убывания

$[-1; 1]$ – промежуток возрастания

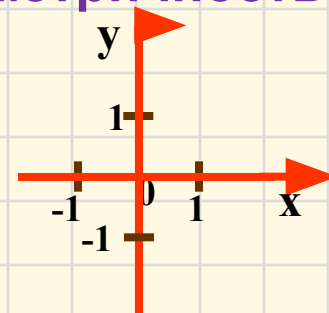
6. Найдём значения функции в точках
экстремума y_{\min} , y_{\max}

$$y_{\min} = \frac{-1}{1+(-1)^2} = -0,5$$

$$y_{\max} = \frac{1}{1+1^2} = 0,5$$

Алгоритм построения графика

1. Отметить на оси абсцисс область определения
2. Определить симметрию графика
3. Отметить точки пересечения графика с осями координат
4. Отметить критические точки
5. Отметить на оси абсцисс X_{\min} и X_{\max}
6. Отметить на оси ординат Y_{\min} и Y_{\max}
7. Построить график
Проверить промежутки монотонности и симметричность



Практикум 2

Построить график функции $f(x) = \frac{x}{1+x^2}$

1. На оси абсцисс отметить область определения
2. Определить симметрию графика
3. Отметить точки пересечения графика с осями координат
4. Отметить критические точки
Критических точек нет
5. Отметить на оси абсцисс X_{\min} и X_{\max}

6. Отметить на оси ординат Y_{\min} и Y_{\max}
Построить точки с координатами $(X_{\min}; Y_{\min})$ и $(X_{\max}; Y_{\max})$

Проверим промежутки монотонности и симметричность графика

7. Построить график, учитывая монотонность функции

