

Показательные уравнения

Показательное уравнение – это уравнение, в котором неизвестное содержится в **показателе** степени.

1. Показательное уравнение сводится к виду

$$a^x = a^b, a > 0, a \neq 1$$

Такое уравнение имеет **единственный** корень

$$x = b$$

Пример 1.

$$4^{x-1} = 4^2$$

$$x - 1 = 2$$

$$x = 3$$

2. Чтобы привести уравнение к виду (1) необходимо в левой части уравнения **вынести** за скобки **общий множитель**

$$a^{x+1} - a^{x-1} = b$$

$$a^{x-1} (a^2 - 1) = b$$

Пример 2.

$$3^{x+1} - 2 \cdot 3^{x-2} = 25$$

$$3^{x-2} (3^3 - 2) = 25$$

$$3^{x-2} \cdot 25 = 25$$

$$3^{x-2} = 1$$

$$x - 2 = 0$$

$$x = 2$$

3. Можно **разделить обе части** уравнения на выражение, не равное нулю

$$a^x = b^x$$

$$\frac{a^x}{b^x} = 1$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^x = 1$$

Пример 3.

$$3^x = 7^x$$

$$\frac{3^x}{7^x} = 1$$

$$\left(\frac{3}{7}\right)^x = 1$$

$$x = 0$$

4. Некоторые показательные уравнения заменой $a^x = t$ сводятся к квадратным. Надо помнить, что $t > 0$, так как показательная функция не может принимать значения отрицательные и равные нулю.

Пример 4.

$$9^x - 4 \cdot 3^x - 45 = 0$$

$$3^x = t, t > 0$$

$$t^2 - 4t - 45 = 0$$

$$t_1 = 9, \quad t_2 = -5$$

$$3^x = 9$$

$$x = 2$$

Алгоритм решения показательных уравнений

1. **Уравниваем основания** степеней во всех слагаемых, содержащих неизвестное в показателе степени.
2. а) Если **показатели** степеней **отличаются** только **постоянным слагаемым**, то выносим за скобки общий множитель.
б) Если **показатель** одной из степеней по модулю **в 2 раза больше** показателя другой, то вводим новую переменную.

Графическое решение уравнения сводится к построению графиков функций **левой** и **правой** частей уравнения, нахождению по рисунку примерного значения **абсциссы точки пересечения** графиков. Если возможно, с помощью проверки уточняется корень уравнения.

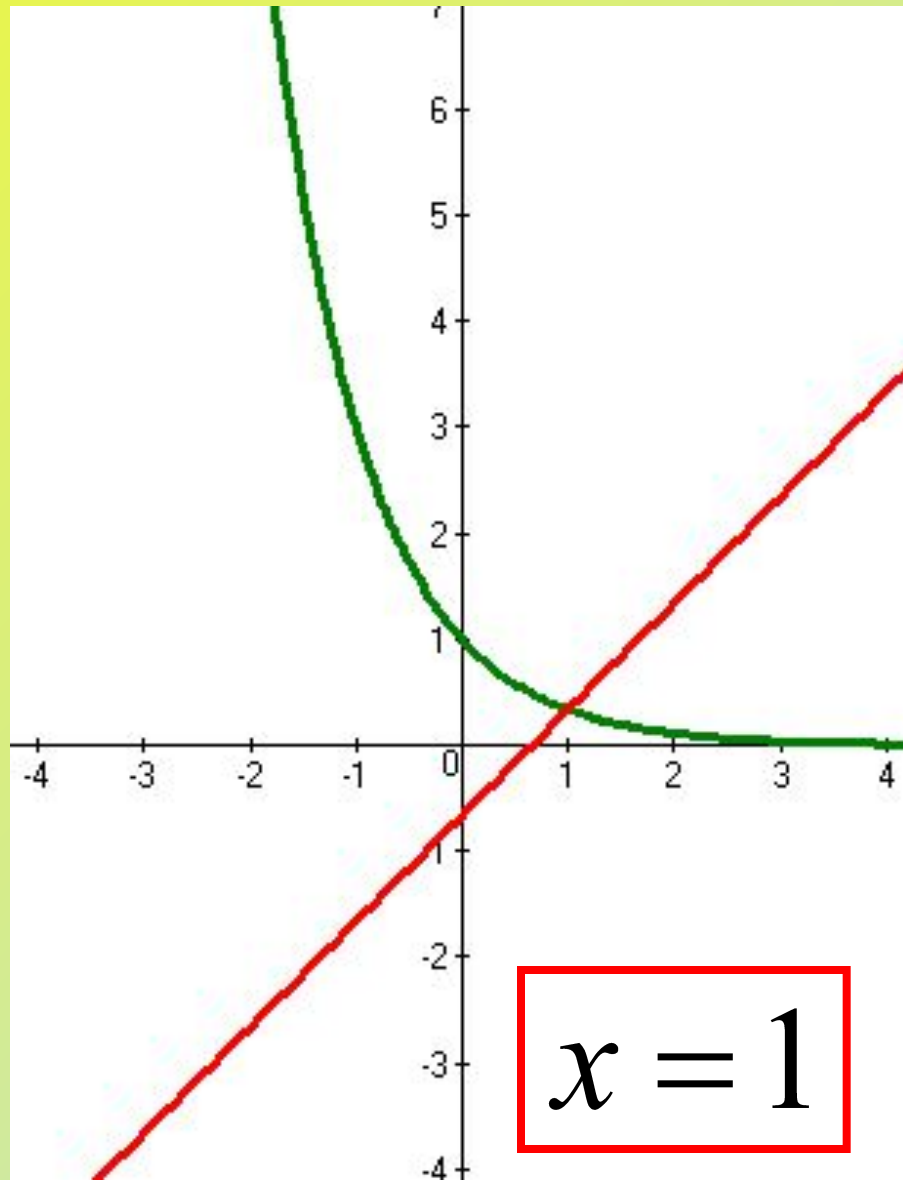
Пример 5.

$$\left(\frac{1}{3}\right)^x = x - \frac{2}{3}$$

$$x \approx 1$$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^1 = \frac{1}{3}; \quad 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{3} = \frac{1}{3}$$



1. Укажите промежуток, содержащий корень уравнения $2^x = 0,5$.

- (-2;-1)
- (-1;0)
- (0;1)
- [-1;2]

2. Укажите промежуток, содержащий корень уравнения $3^{x+5} = \frac{1}{9}$.

- (0;8)
- (-8;0)
- (-15;-8)
- (8;10)

3. Решите уравнение $3^{x+5} = -\frac{1}{9}$.

- 3
- 4
- нет решений
- 7

4. Укажите промежуток, содержащий корень уравнения $\left(\frac{10}{\sqrt{3}}\right)^x = 9$.

- (-15;-5)
- (-5;5)
- (15;25)
- (5;15)

5. Решите уравнение $3^x = 27 \cdot \sqrt[4]{9}$.

- 3,5
- 3,75
- 3,25
- 2,5

6. Решите уравнение $\left(\frac{5}{8}\right)^{3x-7} = \left(\frac{8}{5}\right)^{7x-3}$.

Ответ:

7. Решите уравнение $3^{x-2} = 4^{x-2}$.

Ответ:

8. Решите уравнение $5^{2x-1} + 5^{x+1} = 250$.

Ответ:

9. Решите уравнение $(0,2)^2 \cdot (0,2)^{x-4} = 5^x$.

Ответ:

10. Решите уравнение $4^{x+1} - 2 \cdot 4^{x-2} = 124$.

Ответ:

Ответить