

ДЕМО ВЕРСИЯ МАТЕМАТИКА 2.3

Задание №: 1

Первообразная функции $\frac{1}{(2-3x)^2}$

Выберите один правильный ответ:

$$\begin{aligned} \int \frac{dx}{(2-3x)^2} &= -\frac{1}{3} \int \frac{d(2-3x)}{(2-3x)^2} = \\ &= \left| \int \frac{du}{u^2} = -\frac{1}{u} + C \right| \\ &= \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{(2-3x)} + C \end{aligned}$$

- $\frac{1}{3(2-3x)}$
- $\frac{-3}{(2-3x)^3}$
- $-\frac{1}{2-3x}$
- $\frac{1}{(2-3x)^3}$

Задание №: 2

Интеграл $\int \left(\frac{3}{2}\right)^x dx$ равен

Выберите один правильный ответ:

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$$

$$a = \frac{3}{2} = 1,5$$

$\left(\frac{3}{2}\right)^x \ln \frac{3}{2} + C$

$\left(\frac{3}{2}\right)^x + C$

$\frac{\left(\frac{3}{2}\right)^x}{\ln 1,5} + C$

$\frac{\left(\frac{3}{2}\right)^{x+1}}{x+1} + C$

Задание №: 3

Интеграл $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{(3x+1)^2}}$ равен

Выберите один правильный ответ:

$$\begin{aligned} \frac{1}{3} \int (3x+1)^{-2/3} d(3x+1) &= \\ = \frac{1}{3} \frac{(3x+1)^{1/3}}{1/3} + C &= \\ = \sqrt[3]{3x+1} + C \end{aligned}$$

- $-\frac{1}{5\sqrt[3]{(3x+1)^5}} + C$
- $\frac{2}{3}\sqrt[3]{(3x+1)^2} + C$
- $\sqrt[3]{3x+1} + C$
- $\ln\left|\sqrt[3]{(3x+1)^2}\right| + C$

Задание №: 4

Интеграл $\int \frac{dx}{\sqrt{3-2x-x^2}}$ равен $= \int \frac{d(x+1)}{\sqrt{2^2 - (x+1)^2}} = \arcsin \frac{x+1}{2} + C$

Выберите один правильный ответ:

$$\begin{aligned} & -(x^2 + 2x - 3) = \\ & = -[(x+1)^2 - 4] = \\ & = 2^2 - (x+1)^2 \end{aligned}$$

$\ln|x + 1 + \sqrt{3 - 2x - x^2}| + C$

$2\sqrt{3 - 2x - x^2} + C$

$\arcsin \frac{x+1}{2} + C$

$\ln|x + 1 + \sqrt{x^2 + 2x - 3}| + C$

Задание №: 5

Интеграл $\int \frac{dx}{(x+6)^2}$ равен

$$\int \frac{d(x+6)}{(x+6)^2} = -\frac{1}{x+6} + C$$

Выберите один правильный ответ:

$\ln|(x+6)^2| + C$

$\frac{(x+6)^{-3}}{-3} + C$

$\frac{-3}{(x-3)^3} + C$

$-\frac{1}{x+6} + C$

Задание №: 6

Подстановка, которая сводит интеграл $\int \frac{x dx}{\sqrt{x+1}}$ к табличному $2 \int (t^2 - 1) dt$

Выберите один правильный ответ:

$$(x+1)^{\frac{1}{2}} \Rightarrow x+1 = t^2 \\ x = t^2 - 1 \\ dx = 2t dt$$

$$\int \frac{(t^2 - 1) \cdot 2t dt}{2t} = 2 \int (t^2 - 1) dt$$

- $t = x + 1$
- $t = x - 1$
- $t = \sqrt{1 - x}$
- $t = \sqrt{x + 1}$

Задание №: 7

Применяя формулу интегрирования по частям для интеграла $\int \frac{x^2 dx}{(x^2+1)^2}$, установите соответствие

Установите соответствие путём перетаскивания маркеров элементов правого списка к маркерам левого списка:

$$\int \frac{x - x dx}{(x^2+1)^2} dv$$

$$u = x \quad du = dx$$

$$dv = \frac{x dx}{(x^2+1)^2}$$

$$V = \frac{1}{2} \int \frac{d(x^2+1)}{(x^2+1)^2} = -\frac{1}{2(x^2+1)}$$

А

v

Б

dv

В

u

Г

du

1

x

2

$\frac{x^2 dx}{(x^2+1)^2}$

3

$\frac{x dx}{(x^2+1)^2}$

4

1

5

dx

6

$-\frac{1}{2(x^2+1)}$

7

x^2

8

$\frac{dx}{(x^2+1)^2}$

Ваш ответ:

А	Б	В	Г

Задание № 8

Установите соответствие между многочленом и его разложением на простые множители

Установите соответствие путём перетаскивания маркеров элементов правого списка к маркерам левого списка:

$$x^3 + 1 = (x+1)(x^2 - x + 1)$$

$D < 0$

многочлен

A

$$x^3 - 2x^2 - 3x = x(x^2 - 2x - 3) = x(x-3)(x+1)$$

Б

$$x^4 - 6x^2 + 8 = (x^2 - 4)(x^2 - 2) = (x-2)(x+2)(x-\sqrt{2})(x+\sqrt{2})$$

В

$$x^3 - x^2 - 4x + 4 = x^2(x-1) - 4(x-1) = (x-1)(x^2 - 4) = (x-1)(x-2)(x+2)$$

разложение на множители

1

$$x(x-3)(x+1)$$

2

$$(x^2 - 4)(x^2 - 2)$$

3

$$x(x^2 - 2x - 3)$$

4

$$(x-1)(x+2)(x-2)$$

5

$$(x-1)(x^2 - 4)$$

6

$$(x+2)(x+\sqrt{2})(x-2)(x-\sqrt{2})$$

Ваш ответ:

A	Б	В
1	6	4

Задание № 9

Разложение рациональной дроби $\frac{1}{(x^2+4)(x+1)^2}$ на сумму простых дробей с неопределёнными коэффициентами

Выберите один правильный ответ:

$$\frac{1}{(x^2+4)(x+1)^2} = \frac{Ax+B}{x^2+4} + \frac{C}{x+1} + \frac{D}{(x+1)^2}$$

$x_{1,2} = -1$ - корни кратности 2

$\frac{Ax+B}{x^2+4} + \frac{C}{x+1} + \frac{D}{(x+1)^2}$

$\frac{Ax+B}{(x+1)^2} + \frac{Cx+D}{x^2+4}$

$\frac{A}{x^2+4} + \frac{B}{(x+1)^2}$

$\frac{A}{(x+1)^2} + \frac{Bx+C}{x^2+4}$

~~$$x^2 + 4 = (x - 2i)(x + 2i)$$~~

$$(x+1)^2 = (x+1)(x+1)$$

Задание №: 11

Найдите неопределённые коэффициенты в заданном разложении рациональной дроби

$$\frac{x^3+4x^2-2x+1}{x^4+x} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x+1} + \frac{Cx+D}{x^2-x+1} = \frac{A(x+1)(x^2-x+1) + Bx(x^2-x+1) + (Cx+D)x(x+1)}{\underline{x}(x+1)(x^2-x+1)}$$

$$A = \underline{\underline{1}}$$

$$B = \underline{\underline{-2}}$$

$$C = \underline{\underline{2}}$$

$$D = \underline{\underline{\quad}}$$

$$x^3: 1 = A + B + C \Rightarrow C = 1 - A - B$$

$$C = 1 - 1 + 2 = 2$$

$$x^2: 4 = -B + C + D$$

$$D = 4 + B - C \Rightarrow D = 4 - 2 - 2 = 0$$

$$1 \cdot x^3 + 4x^2 - 2x + 1 = A(x+1)(x^2-x+1) + Bx(x^2-x+1) + (Cx+D)(x+1)x$$

$$x_1 = 0: 1 = 1 \cdot A \cdot 1 \Rightarrow A = 1$$

$$x_2 = -1: -1 + 4 + 2 + 1 = -B(1 + 1 + 1) \Rightarrow 6 = -3B \Rightarrow B = -2$$

$$A(x^3+1)$$

Задание №: 12

Интеграл $\int \frac{dx}{x^3+9x}$ равен $\underline{\quad}$

Выберите один правильный ответ:

$$\frac{1}{x(x^2+9)} = \frac{A}{x} + \frac{Bx+C}{x^2+9}$$

$$1 = A(x^2+9) + (Bx+C)x$$

$$x \downarrow = 0: 1 = 9A \Rightarrow A = \frac{1}{9}$$

$$x^2: 0 = A+B \Rightarrow B = -\frac{1}{9}$$

$$x^1: 0 = C \Rightarrow C = 0$$

$$= \frac{1}{9} \int \frac{dx}{x} - \frac{1}{9} \int \frac{x dx(x^2+9)}{(x^2+9) \cdot 2x} = \frac{1}{9} \ln|x| - \frac{1}{18} \ln|x^2+9| + C$$

$-\frac{1}{9x} + \frac{1}{9} \operatorname{arctg} \frac{x}{3} + C$

$-\frac{1}{9x} + \frac{1}{18} \ln|x^2+9| + C$

$\frac{1}{9} \ln|x| - \frac{1}{18} \ln|x^2+9| + C$

$\frac{1}{9x} - \frac{1}{27} \operatorname{arctg} \frac{x}{3} + C$

Задание №: 13

Интеграл $\int \frac{dx}{3+2 \cos x}$ равен

Выберите один правильный ответ:

$$\operatorname{tg} \frac{x}{2} = t \Rightarrow x = 2 \operatorname{arctg} t$$

$$dx = \frac{2 dt}{1+t^2}, \quad \cos x = \frac{1-t^2}{1+t^2}$$

$$2 \int \frac{1}{3+2 \cdot \frac{1-t^2}{1+t^2}} \frac{dt}{1+t^2} =$$

$$= 2 \int \frac{dt}{3+3t^2+2-2t^2} = 2 \int \frac{dt}{(\sqrt{5})^2 + t^2} = \frac{2}{\sqrt{5}} \operatorname{arctg} \left(\frac{\operatorname{tg} \frac{x}{2}}{\sqrt{5}} \right) + C$$

$2 \ln |\operatorname{tg}^2 \frac{x}{2} + 3| + C$

$\frac{2}{\sqrt{5}} \operatorname{arctg} \left(\frac{\operatorname{tg} \frac{x}{2}}{\sqrt{5}} \right) + C$

$\frac{2}{\sqrt{3}} \operatorname{arctg} \left(\frac{\operatorname{tg} \frac{x}{2}}{\sqrt{3}} \right) + C$

$2 \ln |\operatorname{tg}^2 \frac{x}{2} + 5| + C$

Задание №: 14

Интеграл $\int \frac{dx}{\cos^2 x \cdot \sin^2 x}$ равен

Выберите один правильный ответ:

$$\sin^2 t = \frac{t^2}{1+t^2}$$

$$\operatorname{tg} x = t, \quad x = \operatorname{arctg} t$$

$$dx = \frac{dt}{1+t^2} \quad \cos^2 x = \frac{1}{1+t^2}$$

$$\int \frac{1}{\frac{1}{1+t^2} \cdot \frac{1}{1+t^2}} \cdot \frac{dt}{1+t^2} = \int \frac{1+t^2}{t^2} dt =$$

$$= \int \left(\frac{1}{t^2} + 1 \right) dt = -\frac{1}{t} + t + C = -\operatorname{ctg} x + \operatorname{tg} x + C$$

$\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x + C$

$\ln|\sin^2 x \cdot \cos^2 x| + C$

$-\operatorname{tg} x \cdot \operatorname{ctg} x + C$

$\operatorname{tg} x - \operatorname{ctg} x + C$

Задание №: 15

Оцените интеграл по наибольшему и наименьшему значениям подинтегральной функции

$$A \leq \int_{-1}^2 \sqrt{4+x^2} dx \leq B$$

Приближенные значения округлять до сотых

1 $A = \underline{\underline{6}}$

2 $B = \underline{\underline{8,49}}$

$$m = 2 \quad b - a = 2 - (-1) = 3$$

$$M = 2\sqrt{2}$$

$$A = m(b-a) = 6$$

$$B = M(b-a) = 2\sqrt{2} \cdot 3 =$$

$$= 6\sqrt{2} \approx 8,485 \approx 8,49$$

$$m(b-a) \leq \int_a^b f(x) dx \leq M(b-a)$$

$\text{или } x \in \mathbb{R}$

$$f(x) = \sqrt{4+x^2}, \quad x \in [-1, 2]$$

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{4+x^2}} \cdot 2x \Rightarrow f'(x) = 0$$

$$\frac{x}{\sqrt{4+x^2}} = 0 \Rightarrow x = 0, \quad 0 \in [-1, 2]$$

$$f(0) = \sqrt{4} = \underline{2} \text{ - наим.}$$

$$f(-1) = \sqrt{4+(-1)^2} = \sqrt{5}$$

$$f(2) = \sqrt{4+2^2} = \underline{2\sqrt{2}} \text{ - наиб.}$$

Задание №: 16

Подстановка, позволяющая избавиться от иррациональности в интеграле $\int x^2 \sqrt{4 - x^2} dx$

Выберите один правильный ответ:

$x = 2 \cos t$

$x = \sqrt{4 - t^2}$

$x = \frac{2}{\cos t}$

$x = 4 \sin t$

$\sqrt{a^2 - x^2}$

$a = 2$

$x = a \sin t$

или

$x = a \cos t$

Задание №: 17

Среднее значение функции $f(x) = \cos^2 x$ в промежутке $[-\pi/2; 0]$ равно ____

(Ответ запишите в виде несократимой рациональной дроби, например 3/4)

$$a = -\frac{\pi}{2}; \quad b = 0$$
$$b - a = 0 - \left(-\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2}$$

Впишите свой вариант ответа:

$\frac{1}{2}$ вариант

Очистить

$$\int_a^b f(x) dx = f(c) \cdot (b - a)$$
$$\Rightarrow f(c) = \frac{1}{b - a} \int_a^b f(x) dx \Rightarrow f(c) = \frac{2}{\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^0 \cos^2 x dx =$$
$$= \frac{2}{\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^0 \frac{1 + \cos 2x}{2} dx = \frac{1}{\pi} \left(x + \frac{1}{2} \sin 2x \right) \Big|_{-\frac{\pi}{2}}^0 =$$
$$= \frac{1}{\pi} \left(0 - \left(-\frac{\pi}{2}\right) \right) = \frac{1}{2}$$

Задание № 18

Вычислите интеграл $\int_0^1 \frac{x^2}{(5x^3+2)^2} dx$

Выберите один правильный ответ:

$-\frac{1}{42}$

$\frac{1}{14}$

$\frac{5}{42}$

$\frac{1}{42}$

$$\int_0^1 \frac{x^2 dx}{(5x^3+2)^2} = \int_0^1 \frac{x^2}{(5x^3+2)^2} \cdot \frac{d(5x^3+2)}{15x^2} =$$

$$= \frac{1}{15} \cdot \left(-\frac{1}{5x^3+2} \right) \Big|_0^1 =$$

$$= -\frac{1}{15} \left[\frac{1}{5 \cdot 1^3 + 2} - \frac{1}{5 \cdot 0^3 + 2} \right] = -\frac{1}{15} \left[\frac{1}{7} - \frac{1}{2} \right] = -\frac{1}{15} \cdot \left(\frac{-5}{14} \right) = \frac{1}{3} - \frac{1}{14} = \frac{1}{42}$$

Задание №: 19

После проведения замены переменной $x + 2 = t^4$ интеграл $\int_{-1}^{14} \frac{\sqrt[4]{x+2}}{\sqrt{x+2+1}} dx$ преобразовался к виду $=$

Выберите один правильный ответ:

$$\begin{aligned} x+2 &= t^4 \\ x &= t^4 - 2 \\ dx &= 4t^3 dt \\ t &= \sqrt[4]{x+2} \\ x_{н} = -1 &\Rightarrow t_{н} = 1 \\ x_{л} = 14 &\Rightarrow t_{л} = 2 \end{aligned}$$

$\int_1^2 \frac{4t}{t^2+1} dt$

$\int_1^2 \frac{4t^4}{t^2+1} dt$

$\int_{-1}^{14} \frac{4t^4}{t^2+1} dt$

$\int_{-1}^{14} \frac{t}{t^2+1} dt$

$$\begin{aligned} &= \int_1^2 \frac{\sqrt[4]{t^4} \cdot 4t^3 dt}{\sqrt{t^4+1}} = \\ &= \int_1^2 \frac{4t^4 dt}{t^2+1} \end{aligned}$$

Задание №: 20

При замене переменной $x = \sin t$ интеграл $\int_0^1 \sqrt{1-x^2} dx$ равен

$$= \int_0^{\pi/2} \underbrace{\sqrt{1-\sin^2 t}}_{\cos t} \cos t dt =$$

Выберите один правильный ответ:

$\frac{\pi}{2}$

$-\frac{\pi}{4}$

$\frac{\pi}{4}$

$\frac{\pi}{6}$

$$x = \sin t$$

$$dx = \cos t dt$$

$$t = \arcsin x$$

$$x_H = 0 \Rightarrow t_H = \arcsin 0 = 0$$

$$x_B = 1 \Rightarrow t_B = \arcsin 1 = \frac{\pi}{2}$$

$$= \int_0^{\pi/2} \cos^2 t dt =$$

$$= \frac{1}{2} \int_0^{\pi/2} (1 + \cos 2t) dt =$$

$$= \frac{1}{2} \left(t + \frac{1}{2} \underbrace{\sin 2t}_{=0} \right) \Big|_0^{\pi/2}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{4}$$

Задание №: 21

Интеграл $\int_0^1 \arcsin x dx$ равен

$$= \left| \begin{array}{l} u = \arcsin x, \quad du = \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} \\ dv = dx, \quad v = x \end{array} \right| =$$

Выберите один правильный ответ:

$$= \overbrace{x \arcsin x}^{\leftarrow} \Big|_0^1 - \int_0^1 \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} \frac{d(1-x^2)}{-2x} =$$

$$= 1 \cdot \arcsin 1 - \frac{1}{2} \cdot 2 \sqrt{1-x^2} \Big|_0^1 =$$

$$= \frac{\pi}{2} + (0 - 1) = \frac{\pi}{2} - 1$$

$1 - \frac{\pi}{2}$

$\frac{\pi}{3} - 1$

$1 - \frac{\pi}{6}$

$\frac{\pi}{2} - 1$

Задание №: 22

Применив формулу интегрирования по частям $\int_1^2 \sqrt[3]{x} \cdot \ln x \, dx$, получим =

$$\left| \begin{array}{l} u = \ln x, \quad du = \frac{dx}{x} \\ dx = x^{\frac{1}{3}} dx, \quad v = \frac{3}{4} x^{\frac{4}{3}} \end{array} \right| =$$

Выберите один правильный ответ:

$$= \frac{3}{4} x^{4/3} \ln x \Big|_1^2 - \frac{3}{4} \int_1^2 \frac{x^{4/3}}{x^2} dx =$$

$$= \frac{3}{4} \sqrt[3]{x^4} \ln x \Big|_1^2 - \frac{3}{4} \int_1^2 \sqrt[3]{x} dx$$

$\frac{3}{4} \sqrt[3]{x^4} \cdot \ln x \Big|_1^2 - \frac{3}{4} \int_1^2 \frac{\sqrt[3]{x}}{x} \ln x \, dx$

$\sqrt[3]{x^4} \cdot \ln x \Big|_1^2 - \int_1^2 \sqrt[3]{x} \cdot dx$

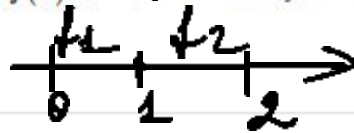
$\frac{3}{4} \sqrt[3]{x^4} \cdot \ln x \Big|_1^2 - \frac{3}{4} \int_1^2 \sqrt[3]{x} \cdot dx$

$\frac{3}{4} \sqrt[3]{x^4} \cdot \ln x - \frac{3}{4} \int_1^2 \sqrt[3]{x} \cdot dx$

Задание №: 23

Вычислить $\int_0^2 f(x) dx$ — используя формулу Ньютона-Лейбница

$$f(x) = \begin{cases} 5x, & \text{если } 0 \leq x \leq 1; \\ 2x^3, & \text{если } 1 < x \leq 2. \end{cases}$$



Выберите один правильный ответ:

$$\begin{aligned} &= \int_0^1 5x dx + \int_1^2 2x^3 dx = \\ &= \frac{5x^2}{2} \Big|_0^1 + \frac{2x^4}{4} \Big|_1^2 = \\ &= \frac{5}{2} (1 - 0) + \frac{1}{2} (16 - 1) = \\ &= \frac{5}{2} + \frac{15}{2} = \frac{20}{2} = 10 \end{aligned}$$

- 5
- 10
- 10
- 2,5

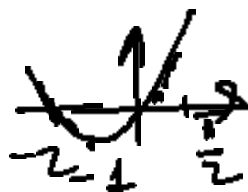


Задание №: 24

Интегралы, положительные по величине в соответствии со свойствами определенного интеграла

Выберите несколько правильных ответов:

Если $f(x) \geq 0$ на $x \in [a, b]$,
то $\int_a^b f(x) dx > 0$



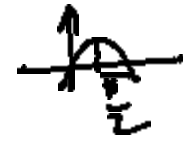
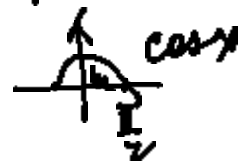
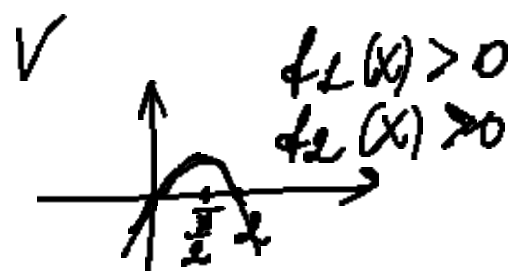
$\int_0^{\pi/2} \underbrace{(x^2 + 2x)}_{f_1(x)} + \underbrace{\cos^2 x}_{f_2(x)} dx$

$\int_0^{\pi/2} \underbrace{(2x - x^2)}_{f_1(x)} \cdot \underbrace{\sin^6 x}_{f_2(x)} dx$

$\int_0^{\pi/2} \underbrace{(x^2 - 2x)}_{f_1(x)} \cdot \underbrace{\cos^4 x}_{f_2(x)} dx$

$\int_0^{\pi/2} \underbrace{(x^2 - 2x)}_{f_1(x)} \cdot \underbrace{\sin^5 x}_{f_2(x)} dx$

$\int_0^{\pi/2} \underbrace{(2x - x^2)}_{f_1(x)} \cdot \underbrace{\cos^5 x}_{f_2(x)} dx$



Задание №: 25

Интегралы, равные нулю

Выберите несколько правильных ответов:

$$\int_{-a}^a f(x) dx = 0, \text{ если}$$

$$f(x) - \text{нечётная}$$

$$f(-x) = -f(x)$$

$\int_{-3}^3 \frac{x^4}{(4+7x^2)^3} dx$

$\int_{-3}^3 \frac{dx}{(x^2+1)\sqrt{4+7x^2}}$

$\int_{-3}^3 \frac{8x}{(4+7x^4)^3} dx$

$\int_{-3}^3 \frac{8x^7}{(4+7x^4)^2} dx$

$$f(x) = \frac{x^4}{(4+7x^2)^3} - \text{нечётная}$$

$$f(x) = \frac{1}{(x^2+1)\sqrt{4+7x^2}} - \text{нечётная}$$

$$f(x) = \frac{8x}{(4+7x^4)^3} - \text{нечётная}$$

$$f(x) = \frac{8x^7}{(4+7x^4)^2} - \text{нечётная}$$

Задание №: 26

Установите соответствие между областью, ограниченной указанными линиями и интегралом, определяющим площадь плоской фигуры

Установите соответствие путём перетаскивания маркеров элементов правого списка к маркерам левого списка:

$$x = y^3$$

А

$$y = -x^2, y = \sqrt[3]{x}, x = 0, x = 1$$

1

$$S = \int_0^1 (\sqrt{x} + x^2) dx$$

Б

$$y = x^2, y = \sqrt{x}, x = 0, x = 1$$

2

$$S = \int_0^1 (\sqrt[3]{x} + x^2) dx$$

В

$$y = x^2, y = -\sqrt{x}, x = 0, x = 1$$

3

$$S = \int_0^1 (\sqrt[3]{x} - x^2) dx$$

Г

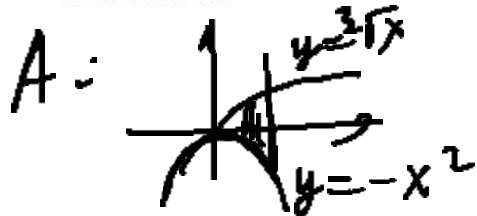
$$y = x^2, y = \sqrt[3]{x}, x = 0, x = 1$$

4

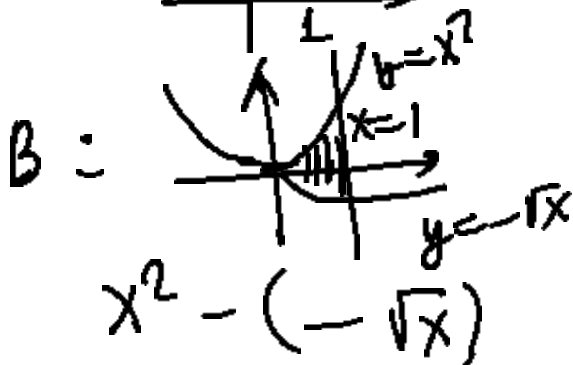
$$S = \int_0^1 (\sqrt{x} - x^2) dx$$

Ваш ответ:

А	Б	В	Г
2	4	1	3



$\sqrt[3]{x} - (-x^2)$



Задание №: 27

Установите соответствие между уравнением кривой и интегралом, определяющим длину дуги кривой при $x \in [0; 3]$

Установите соответствие путём перетаскивания маркеров элементов правого списка к маркерам левого списка:

$$y' = -\frac{1}{2}(x+1)^{-3/2}$$

$$l = \int_a^b \sqrt{1 + (y'_x)^2} dx$$

$$A: (y'_x)^2 = \frac{4}{(x+1)^4}$$

А

$$y = \frac{2}{x+1} \quad y' = \frac{-2}{(x+1)^2}$$

1

$$L = \int_0^3 \sqrt{1 + \frac{4}{(x+1)^4}} dx$$

Б

$$y = \frac{2}{3}\sqrt{(x+1)^3} \quad y' = \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{2} \sqrt{x+1}$$

2

$$L = \int_0^3 \sqrt{1 + (x+1)} dx$$

В

$$y = \frac{1}{\sqrt{x+1}} = (x+1)^{-1/2} =$$

3

$$L = \int_0^3 \sqrt{1 + \frac{1}{4(x+1)^3}} dx$$

Г

$$y = 2\sqrt{x+1} \quad y' = \frac{2 \cdot 1}{2\sqrt{x+1}}$$

4

$$L = \int_0^3 \sqrt{1 + \frac{1}{x+1}} dx$$

Ваш ответ:

А	Б	В	Г
1	2	3	4

$$B: (y'_x)^2 = x+1$$

$$B \equiv (y'_x)^2 = \frac{1}{4} \frac{1}{(x+1)^3}$$

Задание №: 28

Длина дуги кривой $\rho = \sin \varphi$, $\varphi \in [\pi/3; 3\pi/4]$, $L = \pi \cdot \underline{\hspace{1cm}}$.

(В ответе указать коэффициент при числе π в виде несократимой рациональной дроби, например $5/6$)

Впишите свой вариант ответа:

Ваш вариант:

$$L = \int_{\pi/3}^{3\pi/4} \sqrt{\rho^2 + (\rho')^2} d\varphi = \int_{\pi/3}^{3\pi/4} \sqrt{\sin^2 \varphi + \cos^2 \varphi} d\varphi = \int_{\pi/3}^{3\pi/4} 1 d\varphi = \varphi \Big|_{\pi/3}^{3\pi/4} = \frac{3\pi}{4} - \frac{\pi}{3} = \frac{9\pi - 4\pi}{12} = \frac{5}{12} \pi$$

Задание №: 29

Длина дуги кривой $\begin{cases} x = \cos t + t \sin t \\ y = \sin t - t \cos t \end{cases}$, $t \in [0; 2\pi]$, равна

Выберите один правильный ответ:

$\frac{8\pi}{3}$

$\frac{8\pi^2}{3}$

$\sqrt{2}\pi^2$

$$x'_t = -\sin t + \sin t + t \cos t = t \cos t$$

$$y'_t = \cos t - \cos t + t \sin t = t \sin t$$

$$\begin{aligned} (x'_t)^2 + (y'_t)^2 &= t^2 \cos^2 t + t^2 \sin^2 t = \sqrt{2\pi^2} \\ &= t^2 (\cos^2 t + \sin^2 t) = \\ &= t^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} l &= \int_0^{2\pi} \sqrt{(x'_t)^2 + (y'_t)^2} dt \\ &= \int_0^{2\pi} t dt = \\ &= \frac{t^2}{2} \Big|_0^{2\pi} = \\ &= 2\pi^2 \end{aligned}$$

Задание №: 30

Площадь плоской фигуры, ограниченной линиями $\rho = 2 \cos \varphi$ и $\rho = \cos \varphi$ равна ____.

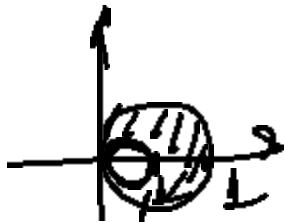
В ответе указать коэффициент при числе π .

(Ответ записывать в виде несократимой рациональной дроби, например, 5/6)

Впишите свой вариант ответа:

3/4 вариант

$$\begin{cases} x = \rho \cos \varphi \\ y = \rho \sin \varphi \\ x^2 + y^2 = \rho^2 \end{cases}$$



$$\begin{aligned} S &= S_1 - S_2 = \\ &= \pi R_1^2 - \pi R_2^2 = \\ &= \pi \cdot 1^2 - \pi \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \\ &= \pi - \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1) \rho_1 &= 2 \cos \varphi \\ \rho^2 &= 2 \rho \cos \varphi \\ x^2 + y^2 &= 2x \Rightarrow \end{aligned}$$

$$\Rightarrow x^2 - 2x + y^2 = 0$$

$$(x-1)^2 + y^2 = 1$$

C(1; 0) R=1

$$\begin{aligned} 2) \rho_2 &= \cos \varphi \\ \rho^2 &= \rho \cos \varphi \end{aligned}$$

$$x^2 + y^2 = x$$

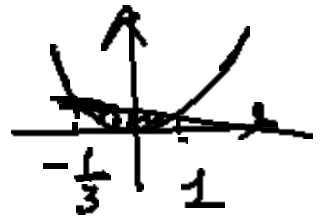
$$x^2 - x + y^2 = 0$$

$$\begin{aligned} \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + y^2 &= \frac{1}{4} \\ C\left(\frac{1}{2}; 0\right) R &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

Задание №: 31

Вычислите площадь плоской фигуры, ограниченной линиями $3x^2 - 4y = 0$ и $2x - 4y + 1 = 0$.

(Ответ записать в виде несократимой рациональной дроби: например 35/126)



Впишите свой вариант ответа:

Ваш вариант:

8/27

$$S = \int_{-\frac{1}{3}}^1 \left[\left(\frac{1}{2}x + \frac{1}{4} \right) - \frac{3}{4}x^2 \right] dx = \frac{8}{27}$$

$$\begin{aligned} y_1 &= \frac{3}{4}x^2 \text{ - параболa} \\ y_2 &= \frac{1}{4}(2x+1) \text{ - прямая} \\ y_1 &= y_2 \Rightarrow \frac{3}{4}x^2 = \frac{1}{2}x + \frac{1}{4} \quad | \cdot 4 \\ 3x^2 - 2x - 1 &= 0 \\ D &= 4 + 12 = 16 \\ x_{1,2} &= \frac{2 \pm 4}{6} \Rightarrow x_1 = -\frac{1}{3} \\ & \quad \quad \quad x_2 = 1 \end{aligned}$$

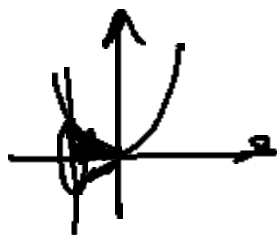
Задание №: 32

Объем тела вращения вокруг оси OX плоской фигуры, ограниченной линиями $y = x^2$, $x = -1$ равен $V = \pi \cdot \underline{\hspace{1cm}}$.

(В ответе указать коэффициент при числе π в виде несократимой рациональной дроби, например $\frac{5}{6}$)

Впишите свой вариант ответа:

$\frac{1}{5}$



$$\begin{aligned} V_{\text{отр}} &= \pi \int_a^b f^2(x) dx = \pi \int_{-1}^0 (x^2)^2 dx = \\ &= \pi \cdot \frac{x^5}{5} \Big|_{-1}^0 = \frac{\pi}{5} (0 - (-1)^5) = \\ &= \frac{\pi}{5} \end{aligned}$$

Задание №: 33

Интеграл $\int_1^{\infty} x \cdot \cos 3x dx$ является $= \frac{1}{3} x \sin 3x \Big|_1^{\infty} + \frac{1}{3} \cos 3x \Big|_1^{\infty}$

Выберите один правильный ответ:

$$u = x \quad du = dx$$
$$dv = \cos 3x \quad dx$$
$$v = \frac{1}{3} \sin 3x$$

- расходящимся несобственным интегралом 2-го рода
- определенным интегралом
- сходящимся несобственным интегралом 2-го рода
- расходящимся несобственным интегралом 1-го рода
- сходящимся несобственным интегралом 1-го рода



Несобств. интеграл I-го рода

Задание №: 34

Сходящиеся несобственные интегралы 1-го рода

Выберите несколько правильных ответов:

$$\int_a^{\infty} \frac{dx}{x^p} \begin{cases} p > 1 - \text{сх-це} \\ p \leq 1 - \text{расс.} \end{cases}$$

- $\int_1^{\infty} \frac{x}{\sqrt{3x^6+5x^4+4}} dx \sim \frac{x}{\sqrt{x^6}} = \frac{x}{x^3} = \frac{1}{x^2}$
- $\int_1^{\infty} \frac{x^2}{\sqrt{3x^5+5x^2+4}} dx \sim \frac{x^2}{\sqrt{x^5}} = \frac{x^2}{x^{5/2}} = \frac{1}{x^{1/2}}$
- $\int_1^{\infty} \frac{x}{\sqrt{3x^4+5x^2+4}} dx \sim \frac{x}{\sqrt{x^4}} = \frac{x}{x^2} = \frac{1}{x}$
- $\int_1^{\infty} \frac{dx}{\sqrt{3x^4+5x^2+4}} dx \sim \frac{1}{\sqrt{x^4}} = \frac{1}{x^2}$

Задание №: 35

В несобственном интеграле 1-го рода $\int_1^{\infty} \frac{dx}{\sqrt{x^6+5x^4+9}}$ подынтегральная функция при $x \rightarrow \infty$ эквивалентна функции вида $\frac{A}{x^k}$, при этом $k = \underline{3}$.

Впишите свой вариант ответа:

Ваш вариант 3

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^6+5x^4+9}} \sim \frac{1}{\sqrt{x^6}} = \frac{1}{x^3} = g(x)$$

Задание №: 36

Интеграл $\int_1^e \frac{dx}{x \sqrt[3]{\ln x}}$ является

$$= \int_1^e \frac{1}{x} \cdot (\ln x)^{-\frac{1}{3}} \frac{d(\ln x)}{1/x} = 3 \frac{(\ln x)^{\frac{2}{3}}}{\frac{2}{3}} \Big|_1^e = \frac{3}{2} (\ln e^{\frac{2}{3}} - \ln 1^{\frac{2}{3}}) = \frac{3}{2} (1 - 0) = \frac{3}{2}$$

Выберите один правильный ответ:

$$f(x) = \frac{1}{x (\ln x)^{\frac{1}{3}}}$$

ОДЗ: $x \neq 0, x > 0$
 $x \neq 1$



$$x \in (1, e]$$

- неопределенным интегралом
- сходящимся несобственным интегралом 1-го рода
- определенным интегралом
- расходящимся несобственным интегралом 1-го рода
- расходящимся несобственным интегралом 2-го рода
- сходящимся несобственным интегралом 2-го рода

Задание №: 37

Сходящиеся несобственные интегралы:

Выберите несколько правильных ответов:

$\int_0^1 \frac{2x^3}{x^4-1} dx$

$\int_0^1 \frac{x+1}{\sqrt{(x-1)^3}} dx$

$\int_0^{\pi/3} \frac{dx}{\sqrt[5]{(1-\cos 3x)^2}}$

$\int_0^2 \frac{\sin^2(\sqrt[3]{x})}{1-\cos^3 5x} dx$

$\int_0^{\pi/6} \frac{dx}{\sin 5x}$

$\int_0^{\pi/6} \frac{dx}{\sqrt[5]{\sin 5x}}$

$\int_0^1 \frac{\ln(1+x^2+\sqrt{2x})}{(e^{4x}-1)^3} dx$

$\int_0^1 \frac{x+1}{\sqrt[3]{x-1}} dx$

$$g(x) = \frac{1}{(x-1)^2} dx$$

Задание №: 38

Для несобственного интеграла $\int_0^1 \frac{dx}{x^3 + tg^4 x}$

$$x^3 + tg^4 x \neq 0$$

1

Точка разрыва подынтегральной функции $x = \underline{\underline{0}}$

2

Показатель λ для эквивалентной функции и эталонного интеграла $\int_a^b \frac{dx}{(x-a)^\lambda}$ равен 3

3

Интеграл

расходится

сходится

$$\begin{aligned} \int_0^1 \frac{dx}{x^3} &= \frac{x^{-2}}{-2} \Big|_0^1 = -\frac{1}{2x^2} \Big|_0^1 \\ &= -\frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{0} \right) = \infty \end{aligned}$$