ДЕМО ВЕРСИЯ МАТЕМАТИКА 2.3

Задание №: 1

Первообразная функции $\frac{1}{(2-3x)^2}$

Выберите один правильный ответ:

$$\int \frac{dx}{(2-3x)^2} = -\frac{1}{3}\int \frac{d(2-3x)}{(2-3x)^2} =$$

$$= \left| \int \frac{du}{u^2} = -\frac{1}{u} + C \right|$$

$$= \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{(2-3x)} + C$$

- [x] $\frac{1}{3(2-3x)}$
- [ ] $\frac{-3}{(2-3x)^3}$
- [ ] $-\frac{1}{2-3x}$
- [ ] $\frac{1}{(2-3x)^3}$

Задание №: 2

Интеграл $\int \left(\frac{3}{2}\right)^x dx$ равен

Выберите один правильный ответ:

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + c$$

$$a = \frac{3}{2} = 1{,}5$$

- $\left(\frac{3}{2}\right)^x \ln\frac{3}{2} + C$
- $\left(\frac{3}{2}\right)^x + C$
- V $\frac{\left(\frac{3}{2}\right)^x}{\ln 1{,}5} + C$
- $\frac{\left(\frac{3}{2}\right)^{x+1}}{x+1} + C$

Задание №: 3

Интеграл $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{(3x+1)^2}}$ равен

Выберите один правильный ответ:

- $-\frac{1}{5\sqrt[3]{(3x+1)^5}}+C$
- $\frac{2}{3}\sqrt[3]{(3x+1)^2}+C$
- ✓ $\sqrt[3]{3x+1}+C$
- $\ln\left|\sqrt[3]{(3x+1)^2}\right|+C$

$$\frac{1}{3}\int (3x+1)^{-2/3}\, d(3x+1) =$$

$$= \frac{1}{\cancel{3}} \frac{(3x+1)^{\frac{1}{3}}}{1/\cancel{3}} + C =$$

$$= \sqrt[3]{3x+1} + C$$

Задание №: 4

Интеграл $\int \frac{dx}{\sqrt{3-2x-x^2}}$ равен $= \int \frac{d(x+1)}{\sqrt{2^2-(x+1)^2}} = \arcsin \frac{x+1}{2} + C$

Выберите один правильный ответ:

$-(x^2+2x-3) =$

$= -[(x+1)^2-4] =$

$= 2^2-(x+1)^2$

- $\ln|x+1+\sqrt{3-2x-x^2}|+C$
- $2\sqrt{3-2x-x^2}+C$
- ✓ $\arcsin\frac{x+1}{2}+C$
- $\ln|x+1+\sqrt{x^2+2x-3}|+C$

Задание №: 5

Интеграл $\int \frac{dx}{(x+6)^2}$ равен

Выберите один правильный ответ:

$$\int \frac{d(x+6)}{(x+6)^2} = -\frac{1}{x+6} + C$$

- $\ln\left|(x+6)^2\right| + C$
- $\frac{(x+6)^{-3}}{-3} + C$
- $\frac{-3}{(x-3)^3} + C$
- V $-\frac{1}{x+6} + C$

Задание №: 6

Подстановка, которая сводит интеграл $\int \frac{xdx}{\sqrt{x+1}}$ к табличному $2\int(t^2-1)dt$

Выберите один правильный ответ:

- $t = x + 1$
- $t = x - 1$
- $t = \sqrt{1 - x}$
- ✓ $t = \sqrt{x + 1}$

$(x+1)^{\frac{1}{2}} \Rightarrow x+1 = t^2$

$x = t^2 - 1$

$dx = 2t\,dt$

$\int \frac{(t^2-1)\cdot 2\cancel{t}dt}{\cancel{t}} = 2\int(t^2-1)dt$

Задание №: 7

Применяя формулу интегрирования по частям для интеграла $\int \frac{x^2dx}{(x^2+1)^2}$, установите соответствие

Установите соответствие путём перетаскивания маркеров элементов правого списка к маркерам левого списка:

А	v	1	x
Б	dv	2	$\frac{x^2dx}{(x^2+1)^2}$
В	u	3	$\frac{xdx}{(x^2+1)^2}$
Г	du	4	1
		5	dx
		6	$-\frac{1}{2(x^2+1)}$
		7	x^2
		8	$\frac{dx}{(x^2+1)^2}$

$$\int \frac{x \cdot x\, dx}{(x^2+1)^2}$$

$=u$

dv

$u=x \quad du=dx$

$$dv=\frac{x\,dx}{(x^2+1)^2}$$

$$V=\frac{1}{2}\int\frac{d(x^2+1)}{(x^2+1)^2}=-\frac{1}{2(x^2+1)}$$

Ваш ответ:

А	Б	В	Г

Задание №: 8

Установите соответствие между многочленом и его разложением на простые множители

Установите соответствие путём перетаскивания маркеров элементов правого списка к маркерам левого списка:

$$X^3+1 = \underbrace{(X+1)(X^2-X+1)}_{D<0}$$

многочлен

А $x^3-2x^2-3x = x(x^2-2x-3) = x(x-3)(x+1)$

Б $x^4-6x^2+8 = (x^2-4)(x^2-2) = (x-2)(x+2)(x-\sqrt{2})(x+\sqrt{2})$

В $x^3-x^2-4x+4 = x^2(x-1)-4(x-1) = (x-1)(x^2-4) = (x-1)(x-2)(x+2)$

разложение на множители

1 $x(x-3)(x+1)$

2 $(x^2-4)(x^2-2)$

3 $x(x^2-2x-3)$

4 $(x-1)(x+2)(x-2)$

5 $(x-1)(x^2-4)$

6 $(x+2)(x+\sqrt{2})(x-2)(x-\sqrt{2})$

Ваш ответ:

А	Б	В
1	6	4

Задание №: 9

Разложение рациональной дроби $\frac{1}{(x^2+4)(x+1)^2}$ на сумму простых дробей с неопределёнными коэффициентами

Выберите один правильный ответ:

V

- $\frac{Ax+B}{x^2+4}+\frac{C}{x+1}+\frac{D}{(x+1)^2}$
- $\frac{Ax+B}{(x+1)^2}+\frac{Cx+D}{x^2+1}$
- $\frac{A}{x^2+4}+\frac{B}{(x+1)^2}$
- $\frac{A}{(x+1)^2}+\frac{Bx+C}{x^2+4}$

$$\frac{1}{(x^2+4)(x+1)^2}=\frac{Ax+B}{x^2+4}+\frac{C}{x+1}+\frac{D}{(x+1)^2}$$

$x_1=-1$ – корень кратности 2

~~$x^2+4=(x-2i)(x+2i)$~~

$(x+1)^2=(x+1)(x+1)$

Задание №: 10

Целая часть дроби $\frac{x^4-4}{x^2-x}$ равна $= x^2+x+1+\frac{x-4}{x^2-x}$

Выберите один правильный ответ:

- x^2+x-1
- x^2-x+1
- x^2-x-1
- ✓ x^2+x+1

$$\frac{x^4-4}{x^2-x}$$

$$\begin{array}{r|l}
x^4-4 & x^2-x \\
\cline{2-2}
-\;x^4-x^3 & \underbrace{x^2+x+1}_{ц.ч.} \\
\cline{1-1}
x^3-4 & \\
-\;x^3-x^2 & \\
\cline{1-1}
x^2-4 & \\
-\;x^2-x & \\
\cline{1-1}
x-4 &
\end{array}$$

остаток

Задание №: 11

Найдите неопределённые коэффициенты в заданном разложении рациональной дроби

$$\frac{x^3+4x^2-2x+1}{x^4+x} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x+1} + \frac{Cx+D}{x^2-x+1} = \frac{A(x+1)(x^2-x+1) + Bx(x^2-x+1) + (Cx+D)x(x+1)}{x(x+1)(x^2-x+1)}$$

$A =$ 1

$B =$ -2

$C =$ 2

$D =$

$x^3: \ 1 = A + B + C \Rightarrow C = 1 - A - B$

$C = 1 - 1 + 2 = 2$

$x^2: \ 4 = -B + C + D$

$D = 4 + B - C \Rightarrow D = 4 - 2 - 2 = 0$

$1 \cdot x^3 + 4x^2 - 2x + 1 =$

$= A(x+1)(x^2-x+1) + Bx(x^2-x+1) + (Cx+D)(x+1)x$

$x_1 = 0: \ 1 = 1 \cdot A \cdot 1 \Rightarrow A = 1$

$x_2 = -1: \ -1 + 4 + 2 + 1 = -B(1+1+1) \Rightarrow 6 = -3B \Rightarrow B = -2$

$A(x^3+1)$

Задание №: 12

Интеграл $\int \frac{dx}{x^3+9x}$ равен $=$

Выберите один правильный ответ:

- $-\frac{1}{9x}+\frac{1}{9}\text{arctg}\frac{x}{3}+C$
- $-\frac{1}{9x}+\frac{1}{18}\ln|x^2+9|+C$
- ✓ $\frac{1}{9}\ln|x|-\frac{1}{18}\ln|x^2+9|+C$
- $\frac{1}{9x}-\frac{1}{27}\text{arctg}\frac{x}{3}+C$

$$\frac{1}{x(x^2+9)}=\frac{A}{x}+\frac{Bx+C}{x^2+9}$$

$$1=A(x^2+9)+(Bx+C)x$$

$x_1=0$: $1=9A \Rightarrow A=\frac{1}{9}$

x^2: $0=A+B \Rightarrow B=-\frac{1}{9}$

x^1: $0=C \Rightarrow C=0$

$$=\frac{1}{9}\int\frac{dx}{x}-\frac{1}{9}\int\frac{\cancel{x}\,d(x^2+9)}{(x^2+9)\cdot 2\cancel{x}}=\frac{1}{9}\ln|x|-\frac{1}{18}\ln|x^2+9|+C$$

Задание №: 13

Интеграл $\int \frac{dx}{3+2\cos x}$ равен

Выберите один правильный ответ:

- $2\ln\left|tg^2\frac{x}{2}+3\right|+C$
- V $\frac{2}{\sqrt{5}}\operatorname{arctg}\left(\frac{tg\frac{x}{2}}{\sqrt{5}}\right)+C$
- $\frac{2}{\sqrt{3}}\operatorname{arctg}\left(\frac{tg\frac{x}{2}}{\sqrt{3}}\right)+C$
- $2\ln\left|tg^2\frac{x}{2}+5\right|+C$

$tg\frac{x}{2}=t \Rightarrow x=2\operatorname{arctg} t$

$dx=\frac{2dt}{1+t^2}, \cos x=\frac{1-t^2}{1+t^2}$

$$2\int\frac{1}{\underbrace{3+2\cdot\frac{1-t^2}{1+t^2}}}\frac{dt}{1+t^2}=$$

$$=2\int\frac{dt}{3+3t^2+2-2t^2}=2\int\frac{dt}{(\sqrt{5})^2+t^2}=\frac{2}{\sqrt{5}}\operatorname{arctg}\left(\frac{tg\frac{x}{2}}{\sqrt{5}}\right)+C$$

Задание №: 14

Интеграл $\int \frac{dx}{\cos^2 x \cdot \sin^2 x}$ равен

$\sin^2 t = \frac{t^2}{1+t^2}$

Выберите один правильный ответ:

- $\mathrm{tg}x + \mathrm{ctg}x + C$
- $\ln|\sin^2 x \cdot \cos^2 x| + C$
- $-\mathrm{tg}x \cdot \mathrm{ctg}x + C$
- V $\mathrm{tg}x - \mathrm{ctg}x + C$

$\mathrm{tg}\,x = t, \quad x = \mathrm{arctg}\,t$

$dx = \frac{dt}{1+t^2}, \quad \cos^2 x = \frac{1}{1+t^2},$

$$\int \frac{1}{\frac{1}{1+t^2} \cdot \frac{t^2}{\cancel{1+t^2}}} \cdot \frac{dt}{\cancel{1+t^2}} = \int \frac{1+t^2}{t^2} dt =$$

$$= \int \left(\frac{1}{t^2} + 1\right) dt = -\frac{1}{t} + t + C = -\mathrm{ctg}\,x + \mathrm{tg}\,x + C$$

Задание №: 15

Оцените интеграл по наибольшему и наименьшему значениям подинтегральной функции

$$A \le \int_{-1}^{2} \sqrt{4+x^2}\,dx \le B$$

Приближенные значения округлять до сотых

1 $A =$ 6

2 $B =$ 8,49

$$m(b-a) \le \int_a^b f(x)\,dx \le M(b-a)$$

ООЗ: $x \in R$

$f(x) = \sqrt{4+x^2}$, $x \in [-1,2]$

$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{4+x^2}} \cdot 2x \Rightarrow f'(x) = 0$

$\frac{x}{\sqrt{4+x^2}} = 0 \Rightarrow x = 0$, $0 \in [-1,2]$

$f(0) = \sqrt{4} = 2$ – наим.

$f(-1) = \sqrt{4+(-1)^2} = \sqrt{5}$

$f(2) = \sqrt{4+2^2} = 2\sqrt{2}$ наиб.

$b - a = 2-(-1) = 3$

$m = 2$

$M = 2\sqrt{2}$

$A = m(b-a) = 6$

$B = M(b-a) = 2\sqrt{2} \cdot 3 =$

$= 6\sqrt{2} \approx 8{,}485 \approx 8{,}49$

Задание №: 16

Подстановка, позволяющая избавиться от иррациональности в интеграле $\int x^2\sqrt{4-x^2}dx$

Выберите один правильный ответ:

V

- $x = 2\cos t$
- $x = \sqrt{4-t^2}$
- $x = \frac{2}{\cos t}$
- $x = 4\sin t$

$\sqrt{a^2-x^2}$

$a=2$

$x = a\sin t$

или

$x = a\cos t$

Задание №: 17

Среднее значение функции $f(x) = \cos^2 x$ в промежутке $[-\pi/2; 0]$ равно ___

(Ответ запишите в виде несократимой рациональной дроби, например 3/4)

Впишите свой вариант ответа: 1/2

Очистить

$a = -\frac{\pi}{2}; \quad b = 0$

$b - a = 0 - \left(-\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2}$

$$\int_a^b f(x)\,dx = f(c)\cdot(b-a)$$

$$\Rightarrow f(c) = \frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)\,dx \Rightarrow f(c) = \frac{2}{\pi}\int_{-\frac{\pi}{2}}^{0} \cos^2 x\,dx =$$

$$= \frac{\cancel{2}}{\pi}\int_{-\frac{\pi}{2}}^{0} \frac{1+\cos 2x}{\cancel{2}}\,dx = \frac{1}{\pi}\left(x + \frac{1}{2}\underbrace{\sin 2x}_{=0}\right)\Bigg|_{-\frac{\pi}{2}}^{0} =$$

$$= \frac{1}{\pi}\left(0 - \left(-\frac{\pi}{2}\right)\right) = \frac{1}{2}$$

Задание №: 18

Вычислите интеграл $\int_0^1 \frac{x^2}{(5x^3+2)^2}dx$

Выберите один правильный ответ:

- $-\frac{1}{42}$
- $\frac{1}{14}$
- $\frac{5}{42}$
- V $\frac{1}{42}$

$$\int_0^1 \frac{x^2\,dx}{(5x^3+2)^2} = \int_0^1 \frac{\cancel{x^2}}{(5x^3+2)^2}\cdot\frac{d(5x^3+2)}{15\cancel{x^2}} =$$

$$= \frac{1}{15}\cdot\left(-\frac{1}{5x^3+2}\right)\Big|_0^1 =$$

$$= -\frac{1}{15}\left[\frac{1}{5\cdot 1^3+2} - \frac{1}{5\cdot 0^3+2}\right] = -\frac{1}{15}\left[{}^{2\backslash}\frac{1}{7} - {}^{7\backslash}\frac{1}{2}\right] = -\frac{1}{15}\cdot\left(\frac{-5}{14}\right) =$$

$$= \frac{1}{3}\cdot\frac{1}{14} = \frac{1}{42}$$

Задание №: 19

После проведения замены переменной $x+2=t^4$ интеграл $\int_{-1}^{14} \frac{\sqrt[4]{x+2}}{\sqrt{x+2}+1} dx$ преобразовался к виду =

Выберите один правильный ответ:

- $\int_{1}^{2} \frac{4t}{t^2+1} dt$
- V $\int_{1}^{2} \frac{4t^4}{t^2+1} dt$
- $\int_{-1}^{14} \frac{4t^4}{t^2+1} dt$
- $\int_{-1}^{14} \frac{t}{t^2+1} dt$

$x+2=t^4$

$x=t^4-2$

$dx=4t^3dt$

$t=\sqrt[4]{x+2}$

$x_н=-1 \Rightarrow t_н=1$

$x_в=14 \Rightarrow t_в=2$

$$=\int_1^2 \frac{\sqrt[4]{t^4}\cdot 4t^3dt}{\sqrt{t^4}+1}=$$

$$=\int_1^2 \frac{4t^4dt}{t^2+1}$$

Задание №: 20

При замене переменной $x = \sin t$ интеграл $\int_0^1 \sqrt{1 - x^2} dx$ равен $= \int_0^{\pi/2} \sqrt{\underbrace{1 - \sin^2 t}_{= \cos^2 t}} \cos t \, dt =$

Выберите один правильный ответ:

- $\frac{\pi}{2}$
- $-\frac{\pi}{4}$
- ✓ $\frac{\pi}{4}$
- $\frac{\pi}{6}$

$x = \sin t$

$dx = \cos t \, dt$

$t = \arcsin x$

$x_н = 0 \Rightarrow t_н = \arcsin 0 = 0$

$x_в = 1 \Rightarrow t_в = \arcsin 1 = \frac{\pi}{2}$

$= \int_0^{\pi/2} \cos^2 t \, dt =$

$= \frac{1}{2} \int_0^{\pi/2} (1 + \cos 2t) dt =$

$= \frac{1}{2} \left(t + \frac{1}{2} \underbrace{\sin 2t}_{= 0} \right) \Big|_0^{\pi/2}$

$= \frac{1}{2} \cdot \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{4}$

Задание №: 21

Интеграл $\int_0^1 \arcsin x dx$ равен $= \left| \begin{matrix} u = \arcsin x, & du = \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} \\ dv = dx, & v = x \end{matrix} \right| =$

Выберите один правильный ответ:

- $1 - \frac{\pi}{2}$
- $\frac{\pi}{3} - 1$
- $1 - \frac{\pi}{6}$
- V $\frac{\pi}{2} - 1$

$$= x \arcsin x \Big|_0^1 - \int_0^1 \frac{\cancel{x}}{\sqrt{1-x^2}} \frac{d(1-x^2)}{-2\cancel{x}} =$$

$$= 1 \cdot \arcsin 1 + \frac{1}{\cancel{2}} \cdot \cancel{2}\sqrt{1-x^2}\Big|_0^1 =$$

$$= \frac{\pi}{2} + (0 - 1) = \frac{\pi}{2} - 1$$

Задание №: 22

Применив формулу интегрирования по частям $\int\limits_1^2 \sqrt[3]{x}\cdot \ln x\, dx$, получим $= \left| \begin{array}{l} u = \ln x, \quad du = \dfrac{dx}{x} \\ dv = x^{\frac{1}{3}}dx, \quad v = \dfrac{3x^{\frac{4}{3}}}{4} \end{array} \right| =$

Выберите один правильный ответ:

$$= \frac{3}{4} x^{4/3} \ln x \Big|_1^2 - \frac{3}{4}\int_1^2 \frac{x^{\frac{4}{3}}dx}{x} =$$

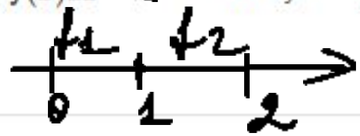
$$= \frac{3}{4}\sqrt[3]{x^4}\ln x\Big|_1^2 - \frac{3}{4}\int_1^2 \sqrt[3]{x}\,dx$$

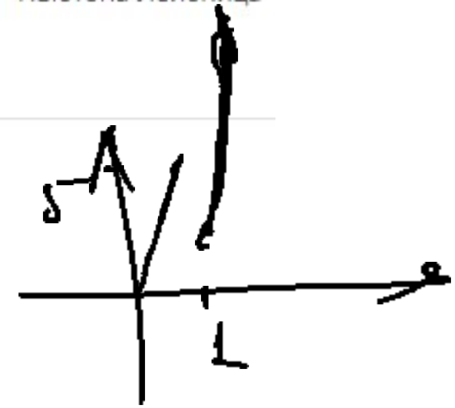
- $\frac{3}{4}\sqrt[3]{x^4}\cdot \ln x\,|_1^2 - \frac{3}{4}\int\limits_1^2 \frac{\sqrt[3]{x}}{x}\ln x\, dx$
- $\sqrt[3]{x^4}\cdot \ln x\,|_1^2 - \int\limits_1^2 \sqrt[3]{x}\cdot dx$
- $\frac{3}{4}\sqrt[3]{x^4}\cdot \ln x\,|_1^2 - \frac{3}{4}\int\limits_1^2 \sqrt[3]{x}\cdot dx$
- $\frac{3}{4}\sqrt[3]{x^4}\cdot \ln x - \frac{3}{4}\int\limits_1^2 \sqrt[3]{x}\cdot dx$

Задание №: 23

Вычислить определенный интеграл $\int_0^2 f(x)dx =$ используя формулу Ньютона-Лейбница

$$f(x) = \begin{cases} 5x, & \text{если } 0 \le x \le 1; \quad f_1 \\ 2x^3, & \text{если } 1 < x \le 2. \quad f_2 \end{cases}$$





Выберите один правильный ответ:

- 5
- -10
- ✓ 10
- 2, 5

$$= \int_0^1 5x\,dx + \int_1^2 2x^3\,dx =$$

$$= \frac{5x^2}{2}\Big|_0^1 + \frac{2x^4}{4}\Big|_1^2 =$$

$$= \frac{5}{2}(1^2 - 0^2) + \frac{1}{2}(16 - 1) =$$

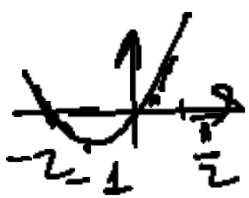
$$= \frac{5}{2} + \frac{15}{2} = \frac{20}{2} = 10$$

Задание №: 24

Интегралы, положительные по величине в соответствие со свойствами определенного интеграла

Выберите несколько правильных ответов:

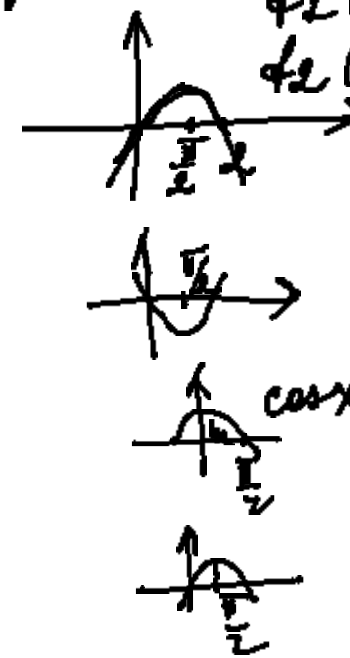
Если $f(x) \geq 0$ на $x \in [a, b]$, то $\int_a^b f(x)\,dx > 0$



- [x] V $\int_0^{\pi/2} (\underbrace{x^2 + 2x}_{>0} + \underbrace{\cos^2 x}_{>0})\,dx$
- [x] V $\int_0^{\pi/2} \underbrace{(2x - x^2)}_{f_1(x)} \cdot \underbrace{\sin^6 x}_{f_2(x)>0}\,dx$
- [ ] $\int_0^{\pi/2} \underbrace{(x^2 - 2x)}_{<0} \cdot \underbrace{\cos^4 x}_{>0}\,dx$
- [ ] $\int_0^{\pi/2} (x^2 - 2x) \cdot \sin^5 x\,dx$ $<0 \; >0$
- [x] V $\int_0^{\pi/2} \underbrace{(2x - x^2)}_{>0} \cdot \underbrace{\cos^5 x}_{>0}\,dx$

V $f_1(x) > 0$

$f_2(x) > 0$



Задание №: 25

Интегралы, равные нулю

Выберите несколько правильных ответов:

$\int_{-a}^{a} f(x)\,dx = 0$, если

$f(x)$ – нечётная

$f(-x) = -f(x)$

- [ ] $\int_{-3}^{3} \frac{x^4}{(4+7x^2)^3}\,dx$
- [ ] $\int_{-3}^{3} \frac{dx}{(x^2+1)\cdot\sqrt{(4+7x^2)}}$
- [x] $\int_{-3}^{3} \frac{8x}{(4+7x^4)^3}\,dx$
- [ ] $\int_{-3}^{3} \frac{8x^7}{(4+7x^4)^2}\,dx$

$f(x) = \frac{x^4}{(4+7x^2)^3}$ – чётная

$f(x) = \frac{1}{(x^2+1)\sqrt{4+7x^2}}$ чётная

$f(x) = \frac{8x}{(4+7x^4)^3}$ – нечётная

$f(x) = \frac{8x^7}{(4+7x^4)^2}$ – нечётная

Задание №: 26

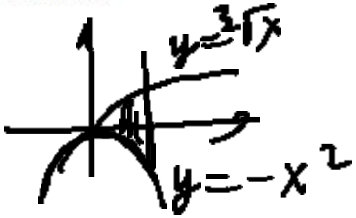
Установите соответствие между областью, ограниченной указанными линиями и интегралом, определяющим площадь плоской фигуры

$x = y^3$

Установите соответствие путём перетаскивания маркеров элементов правого списка к маркерам левого списка:

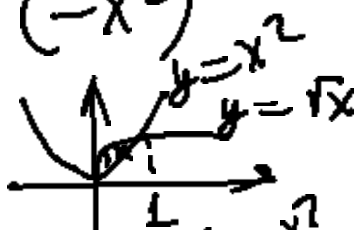
А	$y=-x^2,\ y=\sqrt[3]{x},\ x=0,\ x=1$	1	$S=\int_0^1(\sqrt{x}+x^2)dx$
Б	$y=x^2,\ y=\sqrt{x},\ x=0,\ x=1$	2	$S=\int_0^1(\sqrt[3]{x}+x^2)dx$
В	$y=x^2,\ y=-\sqrt{x},\ x=0,\ x=1$	3	$S=\int_0^1(\sqrt[3]{x}-x^2)dx$
Г	$y=x^2,\ y=\sqrt[3]{x},\ x=0,\ x=1$	4	$S=\int_0^1(\sqrt{x}-x^2)dx$

А:

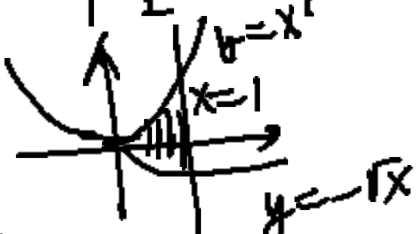


$\sqrt[3]{x} - (-x^2)$

Б:



В:



$x^2 - (-\sqrt{x})$

Ваш ответ:

А	Б	В	Г
2	4	1	3

Задание №: 27

Установите соответствие между уравнением кривой и интегралом, определяющим длину дуги кривой при $x \in [0;3]$

Установите соответствие путём перетаскивания маркеров элементов правого списка к маркерам левого списка:

А $y = \frac{2}{x+1}$ $y' = \frac{-2}{(x+1)^2}$

Б $y = \frac{2}{3}\sqrt{(x+1)^3}$ $y' = \frac{\cancel{2}}{\cancel{3}} \cdot \frac{\cancel{3}}{\cancel{2}}\sqrt{x+1}$

В $y = \frac{1}{\sqrt{x+1}} = (x+1)^{-\frac{1}{2}} =$

Г $y = 2\sqrt{x+1}$ $y' = \cancel{2}\frac{1}{\cancel{2}\sqrt{x+1}}$

1 $L = \int_0^3 \sqrt{1 + \frac{4}{(x+1)^4}}dx$

2 $L = \int_0^3 \sqrt{1 + (x+1)}dx$

3 $L = \int_0^3 \sqrt{1 + \frac{1}{4(x+1)^3}}dx$

4 $L = \int_0^3 \sqrt{1 + \frac{1}{x+1}}dx$

$y' = -\frac{1}{2}(x+1)^{-3/2}$

$l = \int_a^b \sqrt{1+(y'_x)^2}\,dx$

Ваш ответ:

А	Б	В	Г
1	2	3	4

$В: (y'_x)^2 = \frac{1}{4}\frac{1}{(x+1)^3}$

$A: (y')^2 = \frac{4}{(x+1)^4}$

$Б: (y'_x)^2 = x+1$

Задание №: 28

Длина дуги кривой $\rho = \sin\varphi,\ \varphi \in [\pi/3; 3\pi/4]$, $L = \pi\cdot$___.

(В ответе указать коэффициент при числе π в виде несократимой рациональной дроби, например 5/6)

Впишите свой вариант ответа: Ваш вариант 5/12

$$l = \int_{\pi/3}^{3\pi/4} \sqrt{\rho^2 + (\rho'_\varphi)^2}\, d\varphi = \left|\begin{array}{l} \rho = \sin\varphi \\ \rho' = \cos\varphi \end{array} \quad \rho^2 + (\rho'_\varphi)^2 = \sin^2\varphi + \cos^2\varphi = 1 \right| =$$

$$= \int_{\pi/3}^{3\pi/4} 1\, d\varphi = \varphi \Big|_{\pi/3}^{3\pi/4} = \frac{3\pi}{4} - \frac{\pi}{3} = \frac{9\pi - 4\pi}{12} = \frac{5}{12}\pi$$

Задание №: 29

Длина дуги кривой $\begin{cases} x = \cos t + t\sin t \\ y = \sin t - t\cos t \end{cases}$, $t \in [0; 2\pi]$, равна

Выберите один правильный ответ:

- $\frac{8\pi}{3}$
- $\frac{8\pi^3}{3}$
- $\sqrt{2}\pi^2$
- $2\pi^2$ ✓

$x'_t = -\cancel{\sin t} + \cancel{\sin t} + t\cos t = t\cos t$

$y'_t = \cancel{\cos t} - \cancel{\cos t} + t\sin t = t\sin t$

$(x'_t)^2 + (y'_t)^2 = t^2\cos^2 t + t^2\sin^2 t = t^2(\cos^2 t + \sin^2 t) = t^2$

$l = \int_0^{2\pi} \sqrt{(x'_t)^2 + (y'_t)^2}\, dt = \int_0^{2\pi} t\, dt = \frac{t^2}{2}\Big|_0^{2\pi} = 2\pi^2$

Задание №: 30

Площадь плоской фигуры, ограниченной линиями $\rho = 2\cos\phi$ и $\rho = \cos\phi$ равна ____.
В ответе указать коэффицент при числе π.

(Ответ записывать в виде несократимой рациональной дроби, например,5/6)

Впишите свой вариант ответа: 3/4

1) $\rho_1 = 2\cos\varphi$

$\underbrace{\rho^2 = 2\rho\cos\varphi}$

$x^2 + y^2 = 2x \Rightarrow$

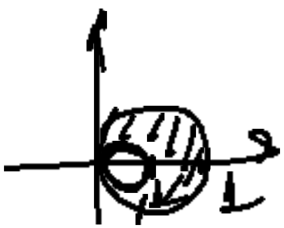
$\Rightarrow x^2 - 2x + y^2 = 0$

$(x-1)^2 + y^2 = 1$

$C(1,0)$ $R = 1$

$\begin{cases} x = \rho\cos\varphi \\ y = \rho\sin\varphi \end{cases}$

$x^2 + y^2 = \rho^2$



$S = S_1 - S_2 =$

$= \pi R_1^2 - \pi R_2^2 =$

$= \pi \cdot 1^2 - \pi \left(\frac{1}{2}\right)^2 =$

$= \pi - \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4}$

2) $\rho_2 = \cos\varphi$

$\rho^2 = \rho\cos\varphi$

$x^2 + y^2 = x$

$x^2 - x + y^2 = 0$

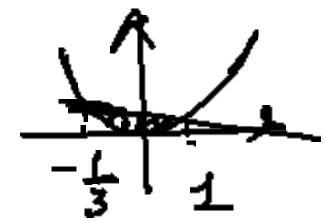
$\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + y^2 = \frac{1}{4}$

$C\left(\frac{1}{2}; 0\right)$ $R = \frac{1}{2}$

Задание №: 31

Вычислите площадь плоской фигуры, ограниченной линиями $3x^2-4y=0$ и $2x-4y+1=0$.

(Ответ записать в виде несократимой дроби: например 35/126)



Впишите свой вариант ответа:

Ваш вариант 8/27

$y_1=\frac{3}{4}x^2$ – парабола

$y_2=\frac{1}{4}(2x+1)$ – прямая

$y_1=y_2 \Rightarrow \frac{3}{4}x^2=\frac{1}{2}x+\frac{1}{4} \quad \Big| \cdot 4$

$3x^2-2x-1=0$

$D=4+12=16$

$x_{1,2}=\frac{2\pm 4}{6} \Rightarrow x_1=-\frac{1}{3}, \; x_2=1$

$$S=\int_{-\frac{1}{3}}^{1}\left[\left(\frac{1}{2}x+\frac{1}{4}\right)-\frac{3}{4}x^2\right]dx=\boxed{\frac{8}{27}}$$

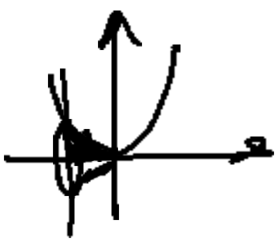
Задание №: 32

Объем тела вращения вокруг оси OX плоской фигуры, ограниченной линиями $y = x^2,\ x = -1$ равен $V = \pi\cdot$____.

(В ответе указать коэффициент при числе π в виде несократимой рациональной дроби, например 5/6)

Впишите свой вариант ответа: Ваш вариант

1/5



$$V_{Ox} = \pi \int_a^b f^2(x)\,dx = \pi \int_{-1}^{0} (x^2)^2\,dx =$$

$$= \pi \cdot \frac{x^5}{5}\Big|_{-1}^{0} = \frac{\pi}{5}\left(0 - (-1)^5\right) =$$

$$= \frac{\pi}{5}$$

Задание №: 33

Интеграл $\int_1^{\infty} x \cdot \cos 3x dx$ является $= \frac{1}{3} x \sin 3x \Big|_1^{\infty} + \frac{1}{3} \cos 3x \Big|_1^{\infty}$

Выберите один правильный ответ:

- расходящимся несобственным интегралом 2-го рода
- определенным интегралом
- сходящимся несобственным интегралом 2-го рода
- расходящимся несобственным интегралом 1-го рода
- сходящимся несобственным интегралом 1-го рода

$u = x \quad du = dx$

$dv = \cos 3x \, dx$

$v = \frac{1}{3} \sin 3x$

несобств. интеграл I-го рода

Задание №: 34

Сходящиеся несобственные интегралы 1-го рода

Выберите несколько правильных ответов:

$$\int_a^{+\infty}\frac{dx}{x^p} \to \begin{cases} p>1 - \text{сх-ся} \\ p\le 1 - \text{расх.} \end{cases}$$

- [x] $\int\limits_1^{\infty}\frac{x}{\sqrt{3x^6+5x^4+4}}\,dx$ $\sim \frac{x}{\sqrt{x^6}}=\frac{x}{x^3}=\frac{1}{x^2}$
- [ ] $\int\limits_1^{\infty}\frac{x^2}{\sqrt{3x^5+5x^2+4}}\,dx$ $\sim \frac{x^2}{\sqrt{x^5}}=\frac{x^2}{x^{5/2}}=\frac{1}{x^{1/2}}$
- [ ] $\int\limits_1^{\infty}\frac{x}{\sqrt{3x^4+5x^2+4}}\,dx$ $\sim \frac{x}{\sqrt{x^4}}=\frac{x}{x^2}=\frac{1}{x}$
- [x] $\int\limits_1^{\infty}\frac{dx}{\sqrt{3x^4+5x^2+4}}\,dx$ $\sim \frac{1}{\sqrt{x^4}}=\frac{1}{x^2}$

Задание №: 35

В несобственном интеграле 1-го рода $\int\limits_1^{\infty} \frac{dx}{\sqrt{x^6+5x^4+9}}$ подынтегральная функция при $x \to \infty$ эквивалентна функции вида $\frac{A}{x^k}$, при этом $k =$ 3 .

Впишите свой вариант ответа:

Ваш вариант 3

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{1\cdot x^6+5x^4+9}} \sim \frac{1}{\sqrt{x^6}} = \frac{1}{x^3} = g(x)$$

Задание №: 36

Интеграл $\int_1^e \frac{dx}{x\cdot\sqrt[3]{\ln x}}$ является $= \int_1^e \cancel{\frac{1}{x}} \cdot (\ln x)^{-\frac{1}{3}} \frac{d(\ln x)}{\cancel{\frac{1}{x}}} = 3\frac{(\ln x)^{2/3}}{2}\Big|_1^e =$

$= \frac{3}{2}\left(\ln^{2/3} e - \ln^{2/3} 1\right) = \frac{3}{2}(1-0) = \frac{3}{2}$

Выберите один правильный ответ:

- неопределенным интегралом
- сходящимся несобственным интегралом 1-го рода
- определенным интегралом
- расходящимся несобственным интегралом 1-го рода
- расходящимся несобственным интегралом 2-го рода
- V сходящимся несобственным интегралом 2-го рода

$f(x) = \frac{1}{x(\ln x)^{\frac{1}{3}}}$

ОДЗ: $x \neq 0$, $x > 0$

$x \neq 1$

0 1 e

$x \in (1, e]$

Задание №: 37

Сходящиеся несобственные интегралы

Выберите несколько правильных ответов:

- [ ] $\int\limits_0^1 \frac{2x^3}{x^4-1}\,dx$
- [ ] $\int_0^1 \frac{x+1}{\sqrt{(x-1)^3}}\,dx$
- [x] $\int_0^{\pi/3} \frac{dx}{\sqrt[5]{(1-\cos 3x)^2}}$
- [ ] $\int\limits_0^2 \frac{sin^2(\sqrt[3]{x})}{1-\cos^3 5x}\,dx$
- [ ] $\int_0^{\pi/6} \frac{dx}{\sin 5x}$
- [x] $\int_0^{\pi/6} \frac{dx}{\sqrt[5]{\sin 5x}}$
- [x] $\int\limits_0^1 \frac{\ln(1+x^2\cdot\sqrt{2x})}{(e^{tgx}-1)^3}\,dx$
- [x] $\int_0^1 \frac{x+1}{\sqrt[3]{x-1}}\,dx$

$$g(x) = \frac{1}{(x-1)^{\alpha}}$$

Задание №: 38

Для несобственного интеграла $\int_0^1 \frac{dx}{x^3+tg^4x}$

$x^3 + tg^4 x \neq 0$

1 Точка разрыва подынтегральной функции $x =$ 0

2 Показатель λ для эквивалентной функции и эталонного интеграла $\int_a^b \frac{dx}{(x-a)^\lambda}$ равен 3

3 Интеграл

- [x] расходится
- [ ] сходится

$$\int_0^1 \frac{dx}{x^3} = \frac{x^{-2}}{-2}\Big|_0^1 = -\frac{1}{2x^2}\Big|_0^1 =$$

$$= -\frac{1}{2}\left(1 - \frac{1}{0}\right) =$$

$$= \infty$$