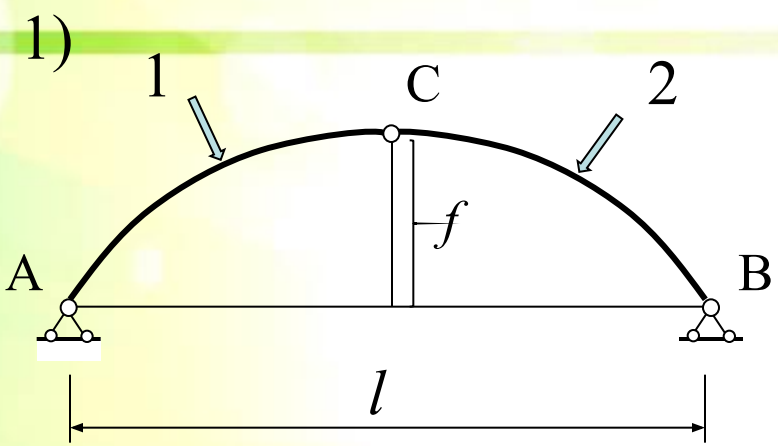
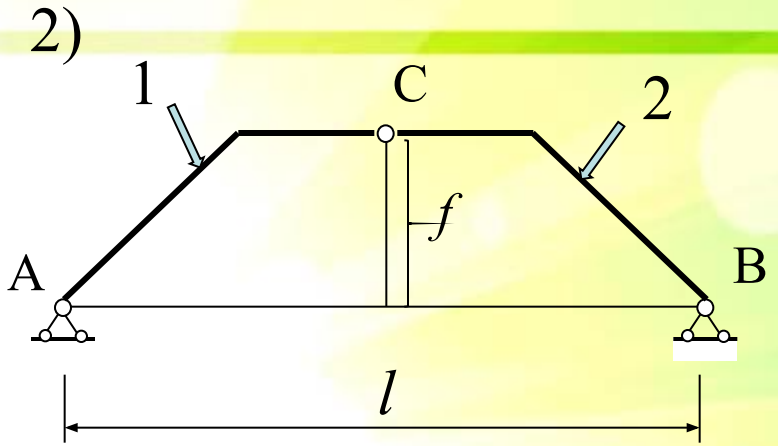
Тема лекции:
ТРЕХШАРНИРНЫЕ СИСТЕМЫ

Геометрически неизменяемая система, которая состоит из двух жестких дисков, соединенных между собой шарниром С и прикрепленных к основанию двумя шарнирно неподвижными опорами А и В называется трехшарнирной системой.

Покажем на рисунках два возможных варианта трехшарнирных систем

ТРЕХШАРНИРНЫЕ СИСТЕМЫ





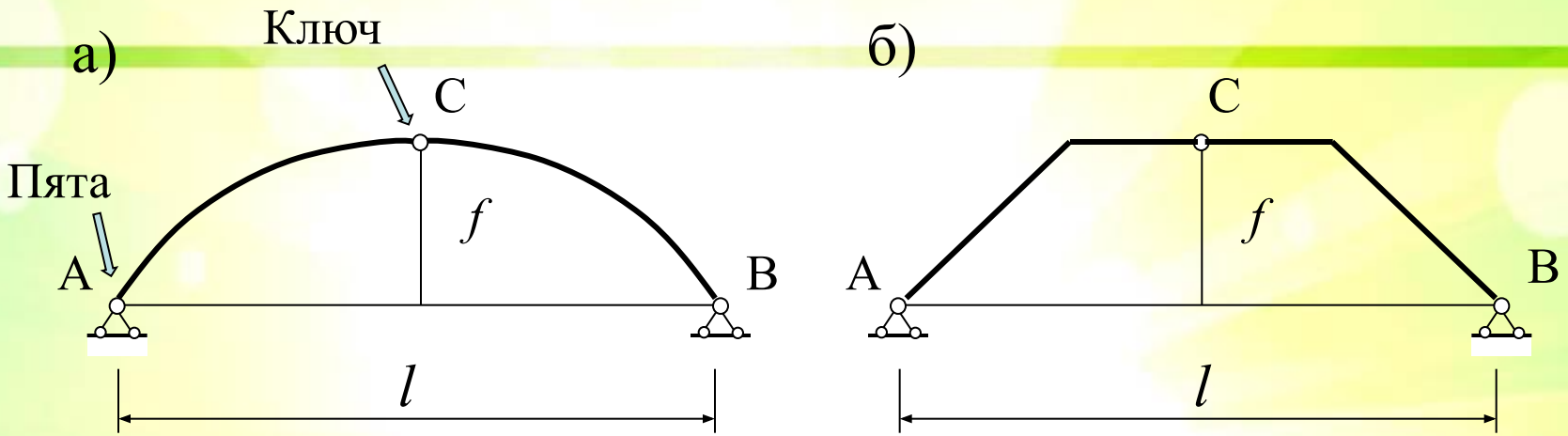
Если диски 1 и 2 представляют собой кривые брусья, то такая система называется трехшарнирной аркой (см. рис. 1)

Если диски 1 и 2 представляют собой ломанные брусья, то система называется трехшарнирной рамой (см. рис. 2)

Расстояние между опорами А и Б называется пролетом арки - l

Расстояние от прямой соединяющей опорные шарниры А и Б до шарнира С называется стрелой подъема арки - f

ТРЕХШАРНИРНЫЕ СИСТЕМЫ



Шарниры А и В называются опорными или пятовыми шарнирами, а шарнир С называется ключевым шарниром или замковым

Если $0{,}1 \le f/l \le 0{,}3$ – арки называются пологими

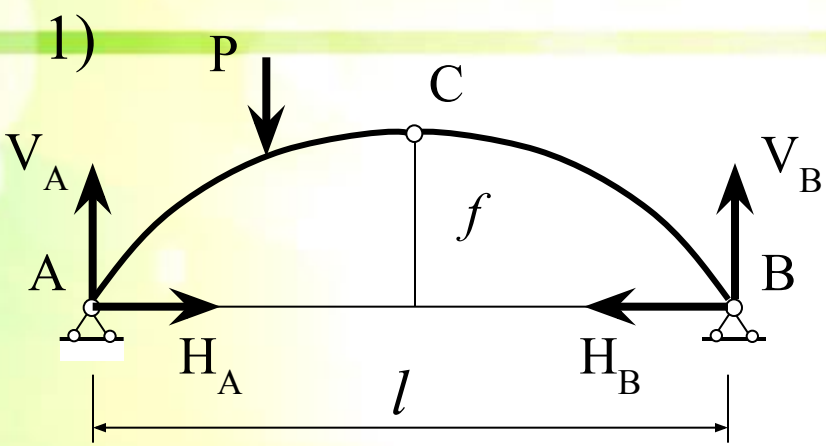
Если $0{,}3 < f/l \le 1{,}0$ – арки называются повышенными

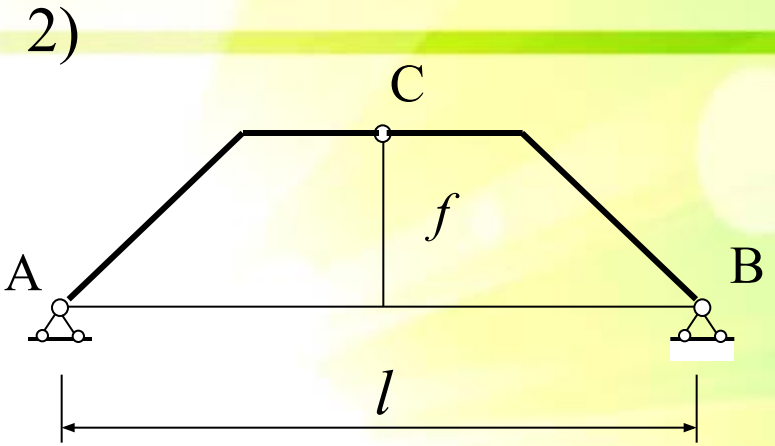
Трехшарнирные системы являются статически определимыми :

$$W=3D-2Ш_{О}-C_{ОП}=3\cdot2-2\cdot1-4=0,$$

и геометрически неизменямыми системами

ТРЕХШАРНИРНЫЕ СИСТЕМЫ





В опорах трехшарнирных систем, при действии внешних нагрузок, возникают четыре опорные реакции, определяют которые используя три уравнения статики, а наличие ключевого шарнира С позволяет составить еще одно дополнительное уравнение:

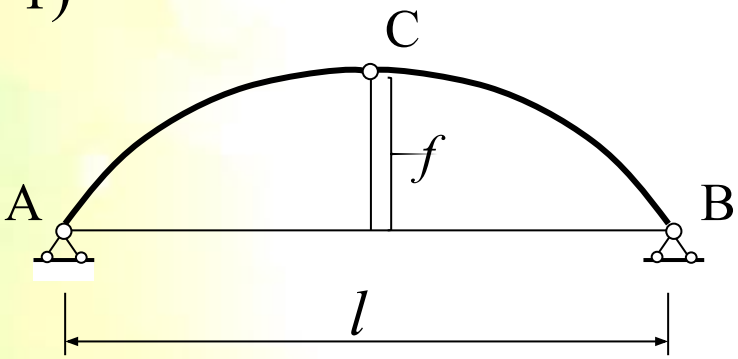
$$\sum M_C^{ПРАВ} = 0 \quad или \quad \sum M_C^{ЛЕВ} = 0.$$

Трехшарнирные системы являются распорными системами, так как горизонтальные составляющие опорных реакций направлены внутрь сооружения

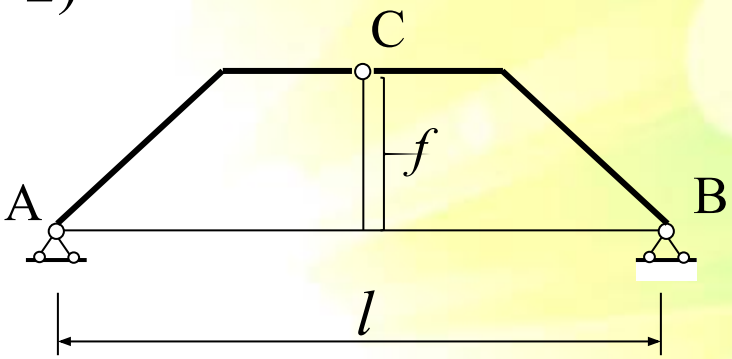
Классификация трехшарнирных систем

Трехшарнирные системы могут быть симметричными (см. рис. 1 и 2)

1)

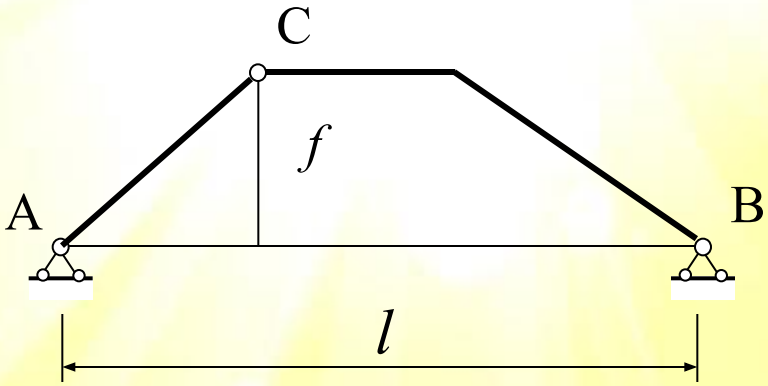


2)



и несимметричными – рис. 3

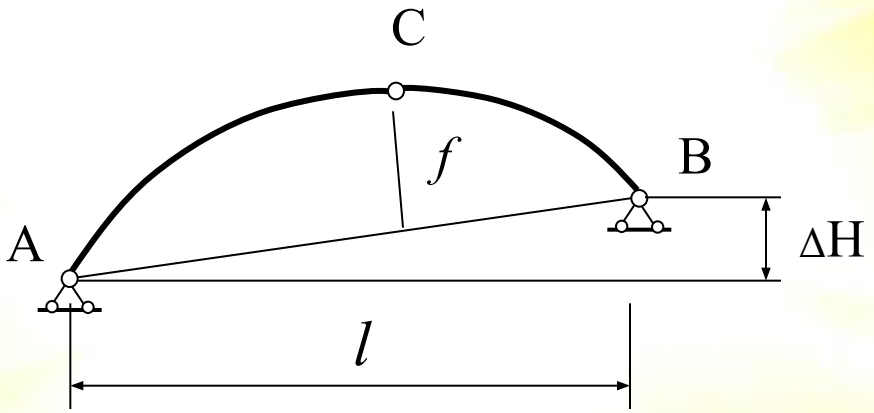
3)



Классификация трехшарнирных систем

Опорные шарниры А и В могут располагаться в одном уровне (см. рис. 1,2,3) и могут располагаться в разных уровнях (рис. 4) – такие системы называются ползучими арками или рамами

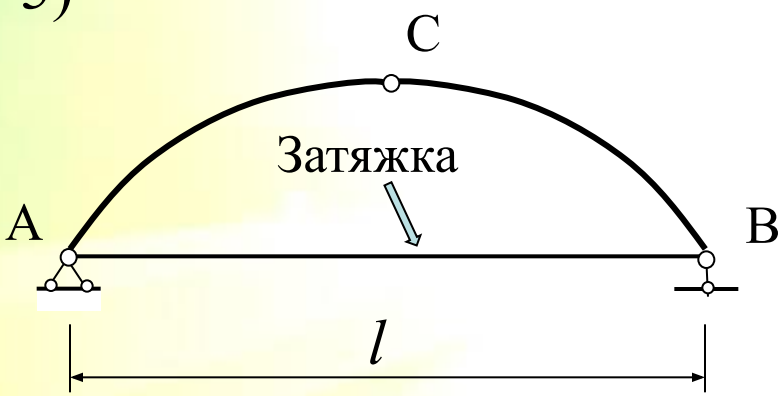
4)



Классификация трехшарнирных систем

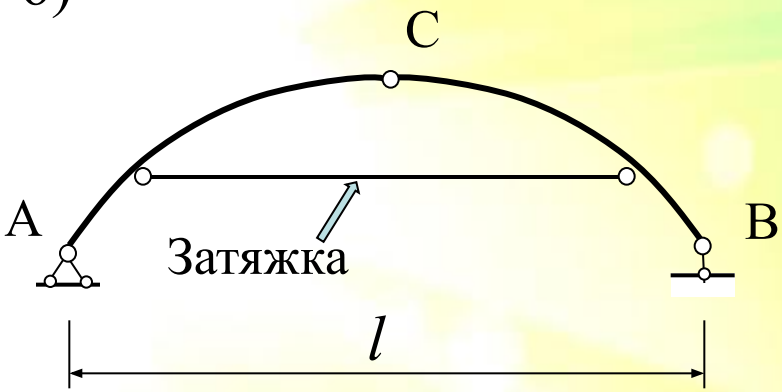
В строительной практике применяются также трехшарнирные системы у которых распор воспринимается затяжкой – рис. 5, 6

5)



арка с затяжкой в уровне опор

6)

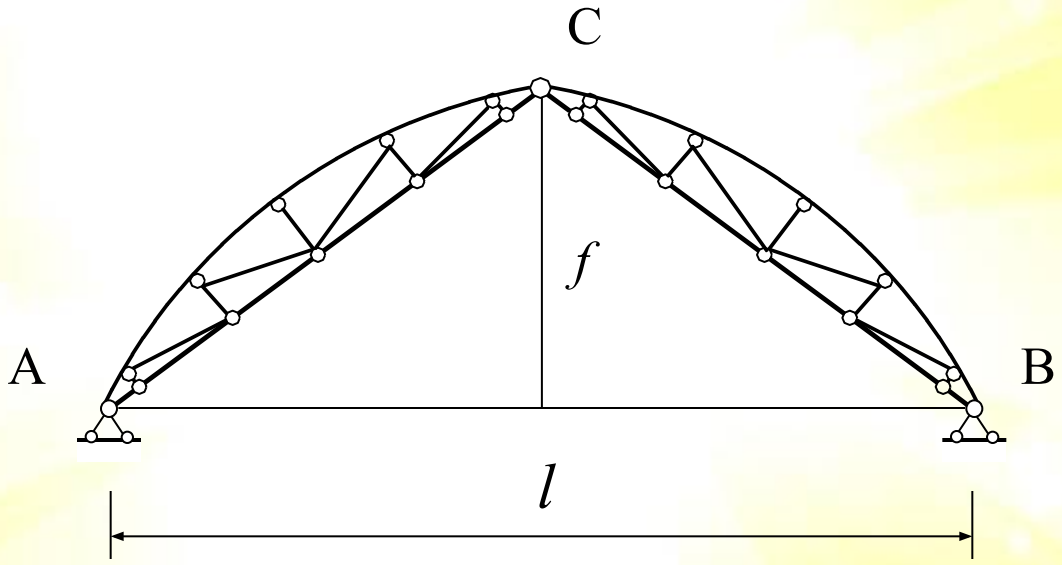


арка с повышенной затяжкой

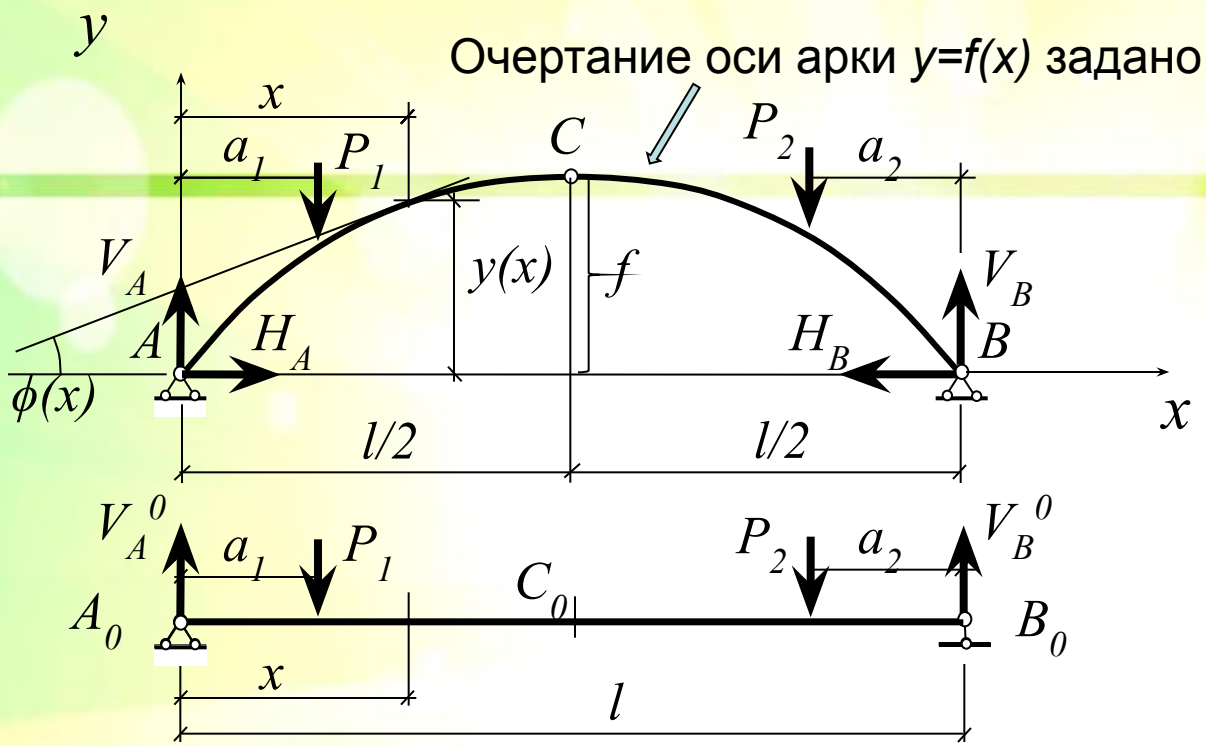
Классификация трехшарнирных систем

Если каждая полуарка выполнена в виде фермы, то такая система называется сквозной аркой или трехшарнирной фермой – рис. 7

7)



Расчет трехшарнирных арок на неподвижные нагрузки



1. Опорные реакции

$\sum M_A=0;\ \Rightarrow\ V_B = V_B^0$

$\sum M_B=0;\ \Rightarrow\ V_A = V_A^0$

$\sum X=0;\ \Rightarrow\ H_A = H_B = H$

$\sum M_C^{лев}=0;$ или $\sum M_C^{прав}=0;$

$\Rightarrow\ H=M_C^0/f.$

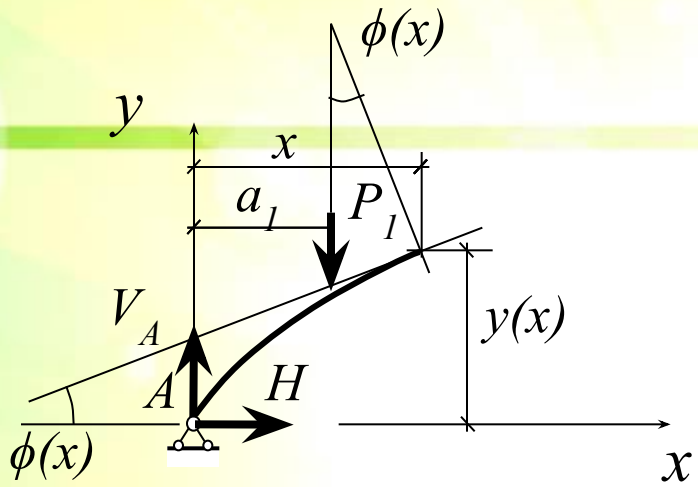
2. Внутренние усилия

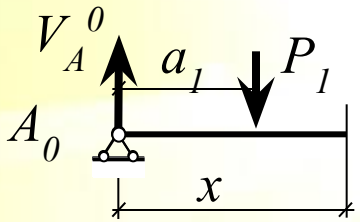
Покажем на оси арки сечение, расположенное на расстоянии *X* от левой опоры

y(x) – расстояние по вертикали от оси *x* до сечения, *ϕ(x)* – угол наклона касательной, проведенной к сечению к оси *x*

Для определения внутренних усилий рассмотрим часть арки и балочной аналогии, расположенной левее сечения

Расчет трехшарнирных арок на неподвижные нагрузки





Изгибающие моменты в сечениях арки

$$M(x)=\underbrace{V_A\cdot x - P_1\cdot(x-a_1)}_{M^0(x)} - H\cdot y(x)$$

Тогда, в общем виде:

$$M(x)=M^0(x)- H\cdot y(x) \qquad (1)$$

Поперечные силы в сечениях арки

$$Q(x)=\underbrace{(V_A - P_1)}_{Q^0(x)}\cdot\cos\phi - H\cdot\sin\phi$$

Или в общем виде:

$$Q(x)=Q^0(x)\cdot\cos\phi - H\cdot\sin\phi \qquad (2)$$

Продольные силы в сечениях арки

$$N(x)= -\underbrace{(V_A - P_1)}_{Q^0(x)}\cdot\sin\phi - H\cdot\cos\phi$$

Или в общем виде:

$$N(x)= -Q^0(x)\cdot\sin\phi - H\cdot\cos\phi \qquad (3)$$

Построение эпюр в трехшарнирных арках

Для построения эпюр в трехшарнирных арках поступают следующим образом.

Арку разбивают на достаточное число участков (10-15 в зависимости от требуемой точности расчета) и в соответствии с формулами (1), (2), (3) определяют внутренние усилия *M, Q* и *N* во всех сечениях, на границах участков.

По полученным значениям усилий строят соответствующие эпюры.

Не зависимо от внешних нагрузок эпюры *M, Q* и *N* в арках криволинейны, поскольку ось арки и угол наклона касательной по длине пролета изменяются нелинейно .

В местах приложения сосредоточенных сил в эпюре *Q* получаем скачок на величину $P \cdot \cos\phi$, а на эпюре *N* - скачок $P \cdot \sin\phi$.

Арка рационального очертания

Вид эпюр и значения величин внутренних усилий в арках зависят от очертания оси арки.

Для заданного вида нагрузки можно подобрать такое очертание оси арки, что изгибающие моменты *M* и поперечные силы *Q* в любом ее сечении будут равны нулю.

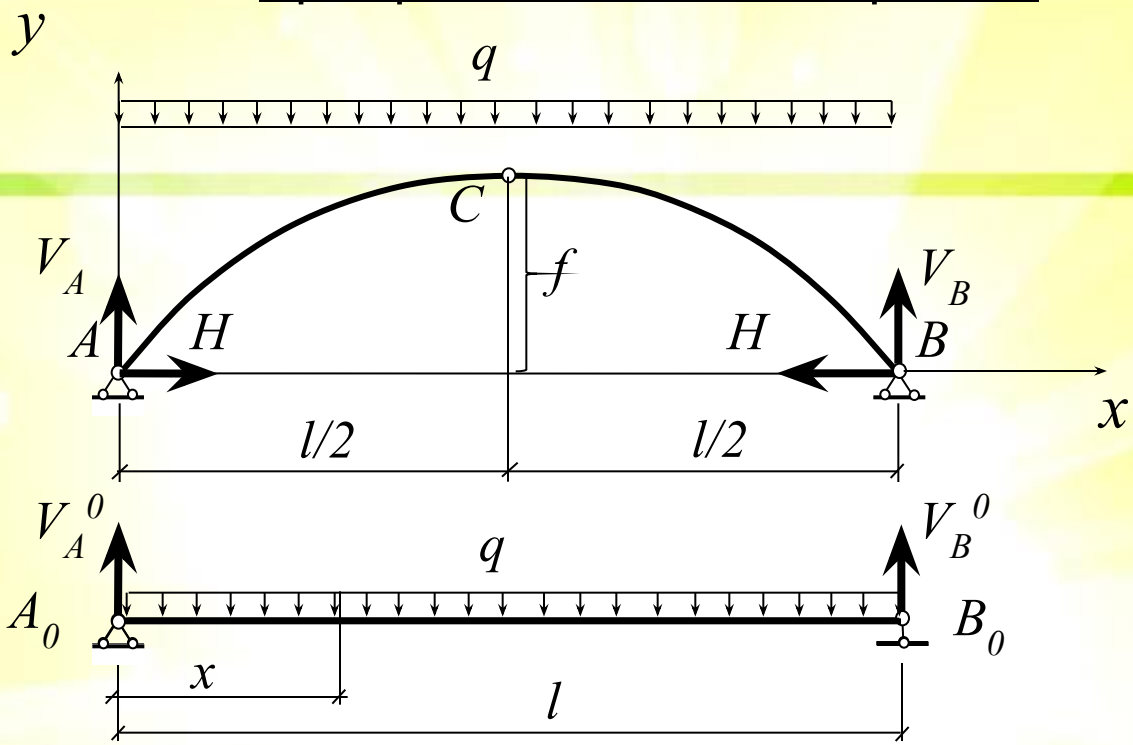
Такая арка и называется аркой рационального очертания.

Пример:

Пусть трехшарнирная арка пролетом l и стрелой подъема f загружена по всей длине пролета равномерно-распределенной нагрузкой *q*.

Необходимо подобрать очертание оси арки, при котором *M* и *Q* в любом ее сечении будут равны нулю.

Арка рационального очертания



Уравнение (1) изгибающих моментов в сечениях арки записывается $M(x)=M^0(x)- H\cdot y(x)$

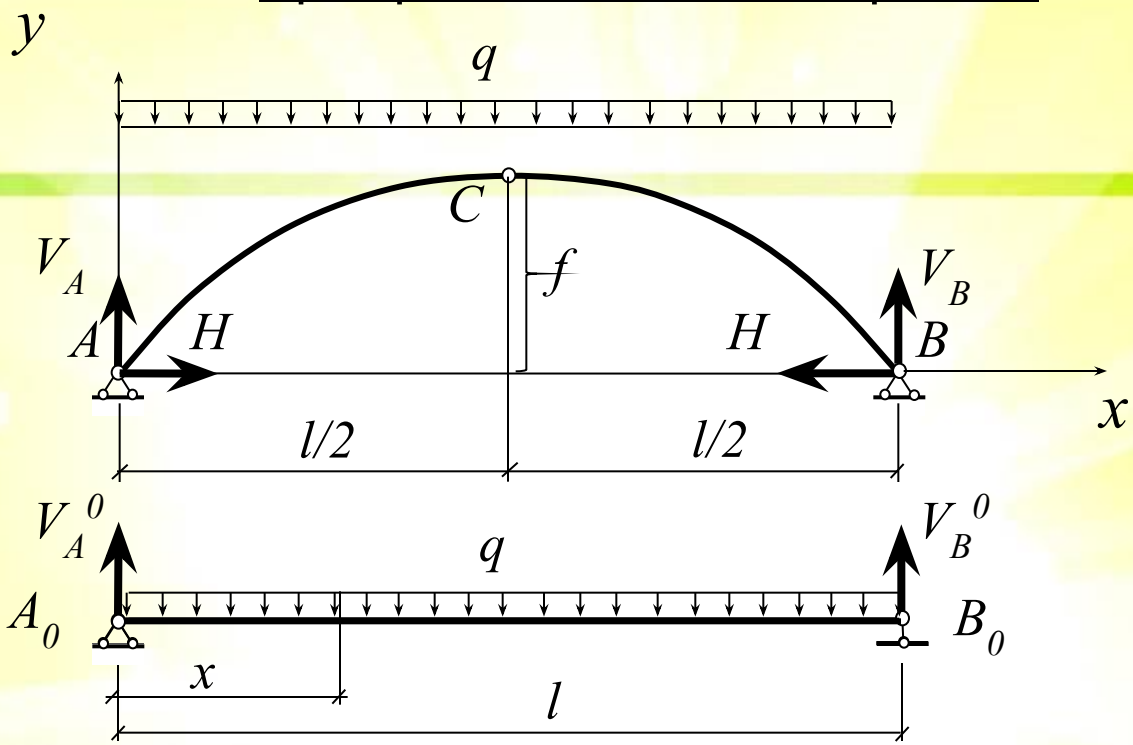
Приравнивая полученное выражение нулю, имеем

$$M^0(x)- H\cdot y(x)=0 \qquad (а)$$

Или

$$y(x)= M^0(x) / H \qquad (б)$$

Арка рационального очертания



$M^0(x)=(ql/2)\cdot x - qx^2/2 = (q/2)\cdot x\cdot(l - x)$

$M^0_C = (ql)/2\cdot l/2 - (ql)/2\cdot l/4 = ql^2/8$

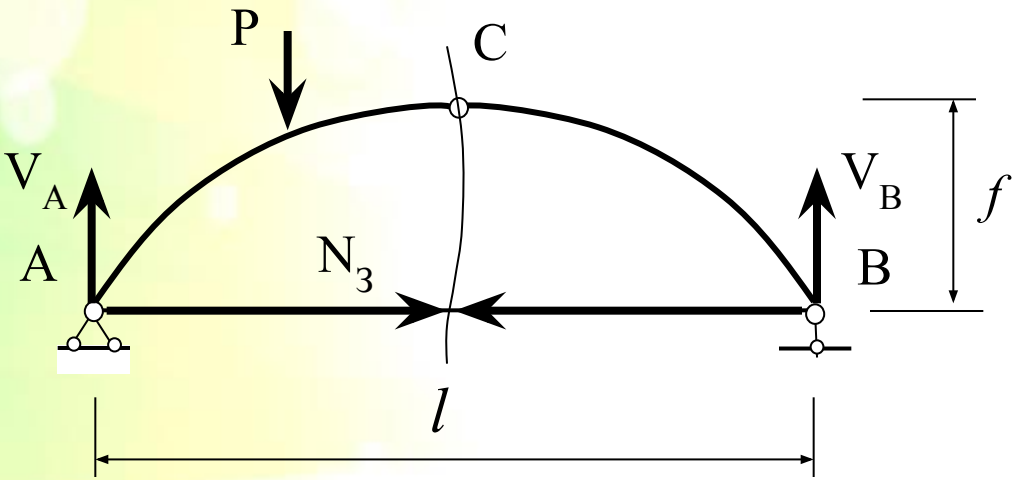
$H = M^0_C / f = (ql2)/(8f)$

Подставляя полученные значения $M^0(x)$ и H в (б), получаем уравнение оси арки рационального очертания

$y(x) = (4f/l^2)\cdot x(l - x)$

Особенности расчета арок с затяжками

1. Рассмотрим арку с затяжкой в уровне опор



При действии на такую арку внешних нагрузок, в опорах возникают только вертикальные составляющие опорных реакций.

Их определяют с помощью уравнений статики

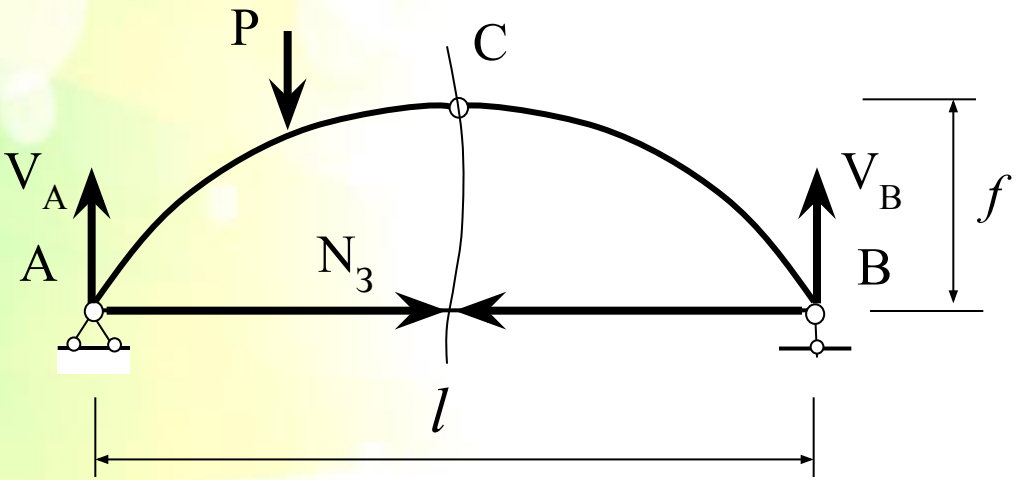
$\sum M_A=0; \Rightarrow V_B; \quad \sum M_B=0; \Rightarrow V_A$

Для определения усилия в затяжке, проводят сечение через шарнир *C* и затяжку.

И записывая одно из уравнений в виде $\sum M_C^{ЛЕВ}=0$ или $\sum M_C^{ПРАВ}=0$ определяют усилие в затяжке $N_з$.

Особенности расчета арок с затяжками

1. Рассмотрим арку с затяжкой в уровне опор

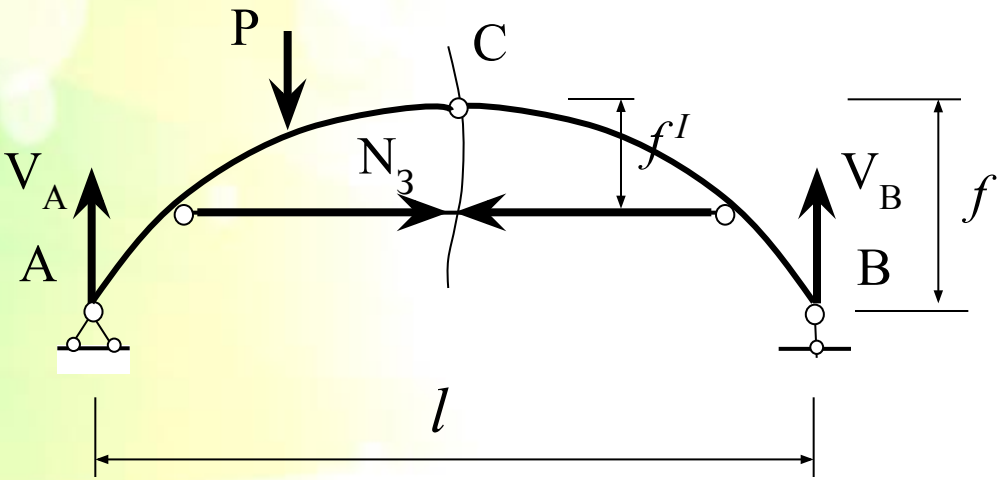


Внутренние усилия в сечениях арки с затяжкой определяют по тем же формулам (1) – (3) что и в обычных арках, только вместо распора *H* принимают усилие в затяжке $N_з$

$$M(x)=M^0(x)- N_з\cdot y(x)$$
$$Q(x)=Q^0(x)\cdot\cos\phi - N_з\cdot\sin\phi$$
$$N(x)= -Q^0(x)\cdot\sin\phi - N_з\cdot\cos\phi$$

Особенности расчета арок с затяжками

2. Арка с повышенной затяжкой



В арках с повышенной затяжкой в опорах так же возникают только вертикальные составляющие опорных реакций.

Их определяют с помощью уравнений статики

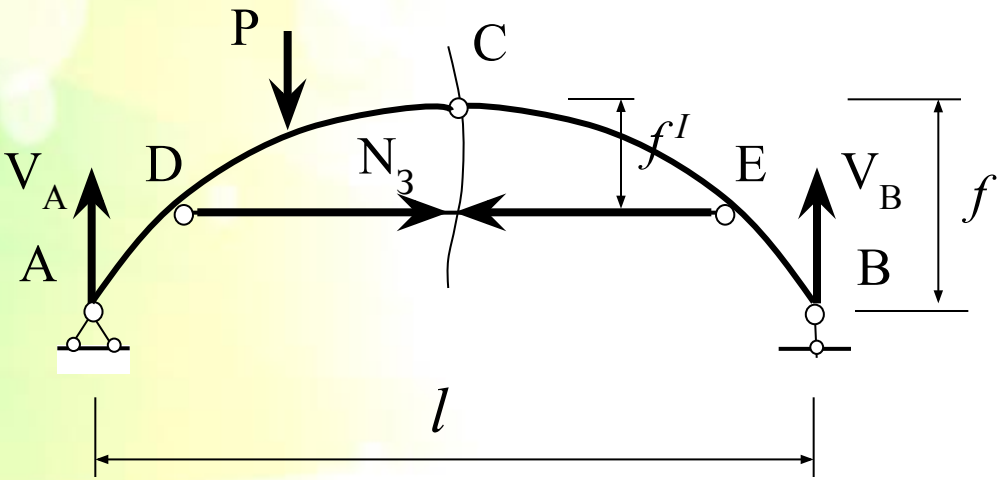
$\sum M_A=0; \Rightarrow V_B;\quad \sum M_B=0; \Rightarrow V_A$

Для определения усилия в затяжке, проводят сечение через шарнир *C* и затяжку.

Записывая уравнение в виде $\sum M_C^{ЛЕВ}=0$ или $\sum M_C^{ПРАВ}=0$ определяют усилие в затяжке $N_з$.

Особенности расчета арок с затяжками

2. Арка с повышенной затяжкой



На участках арки *AD* и *BE* внутренние усилия определяют без учета $N_з$

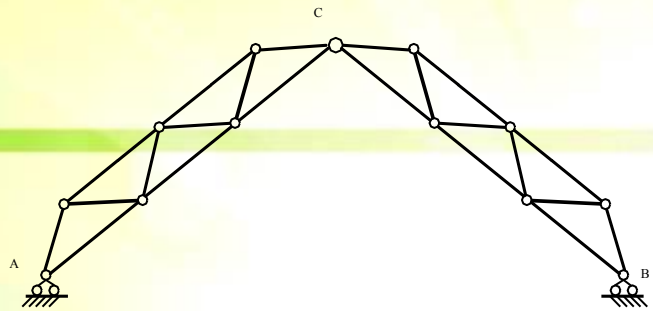
$$M(x)=M^0(x)$$
$$Q(x)=Q^0(x)\cdot\cos\phi$$
$$N(x)= -Q^0(x)\cdot\sin\phi$$

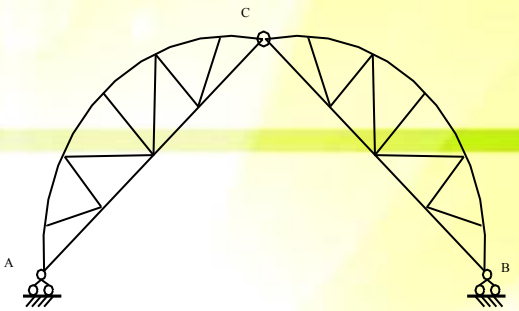
На участке *DCE* внутренние усилия определяют с учетом усилия в затяжке $N_з$

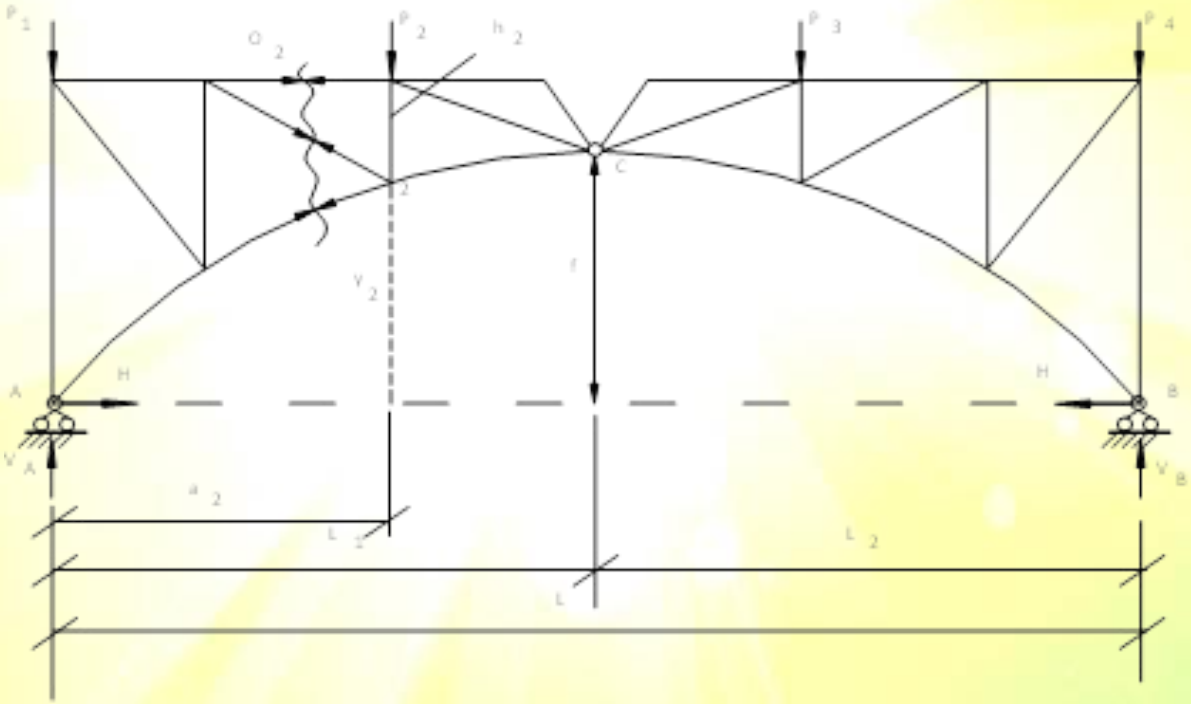
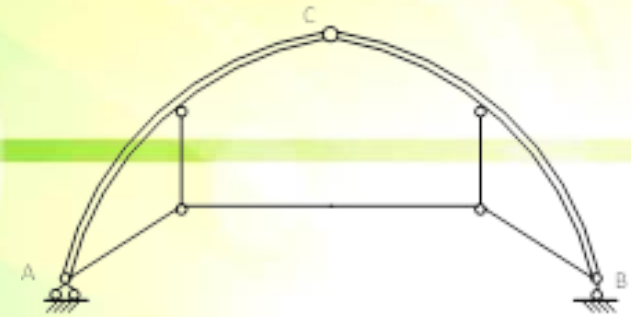
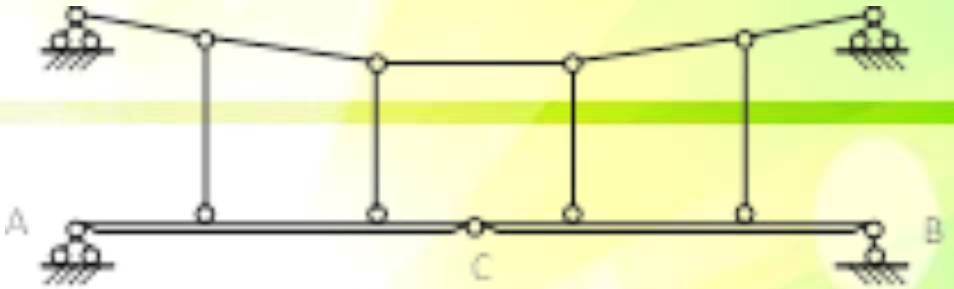
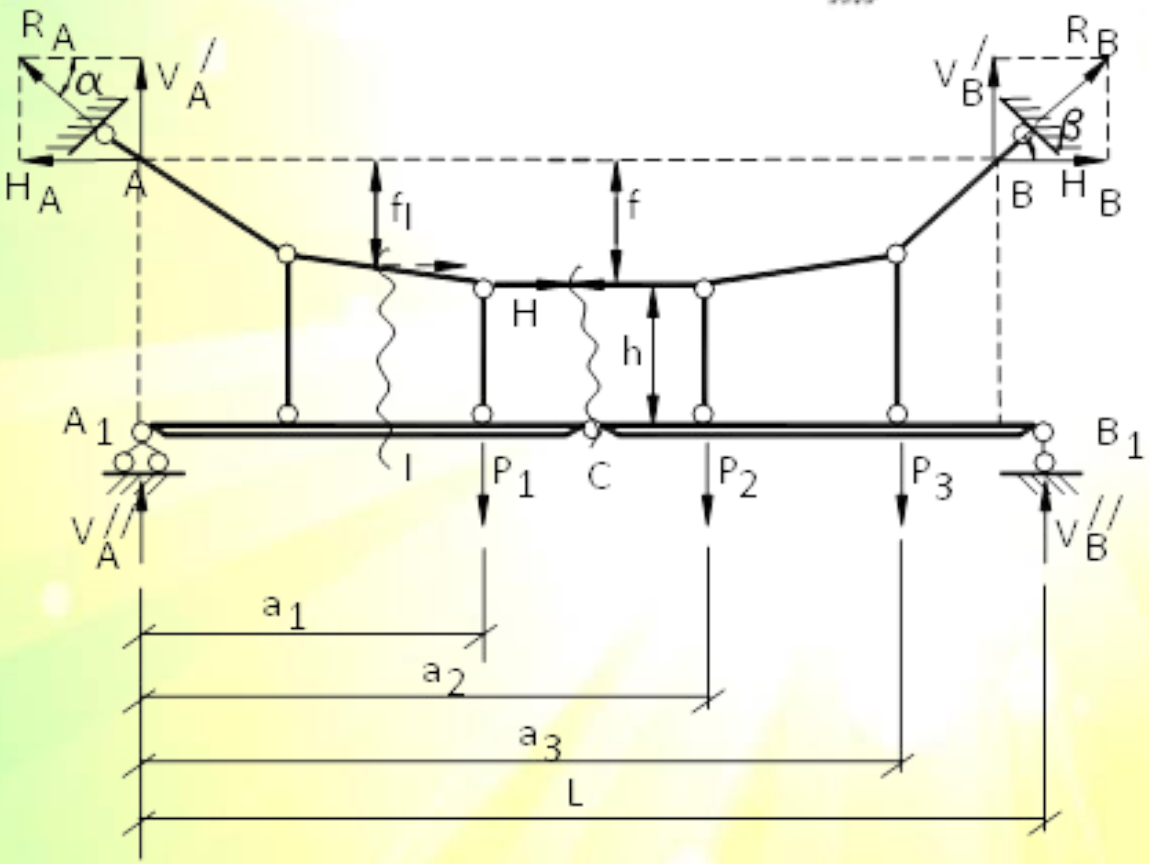
$$M(x)=M^0(x)- N_з\cdot y^I(x)$$
$$Q(x)=Q^0(x)\cdot\cos\phi - N_з\cdot\sin\phi$$
$$N(x)= -Q^0(x)\cdot\sin\phi - N_з\cdot\cos\phi$$

где $y^I(x)$ – расстояние по вертикали от усилия в затяжке до сечения.

3-х шарнирные арочные фермы







Статически определимые комбинированные системы