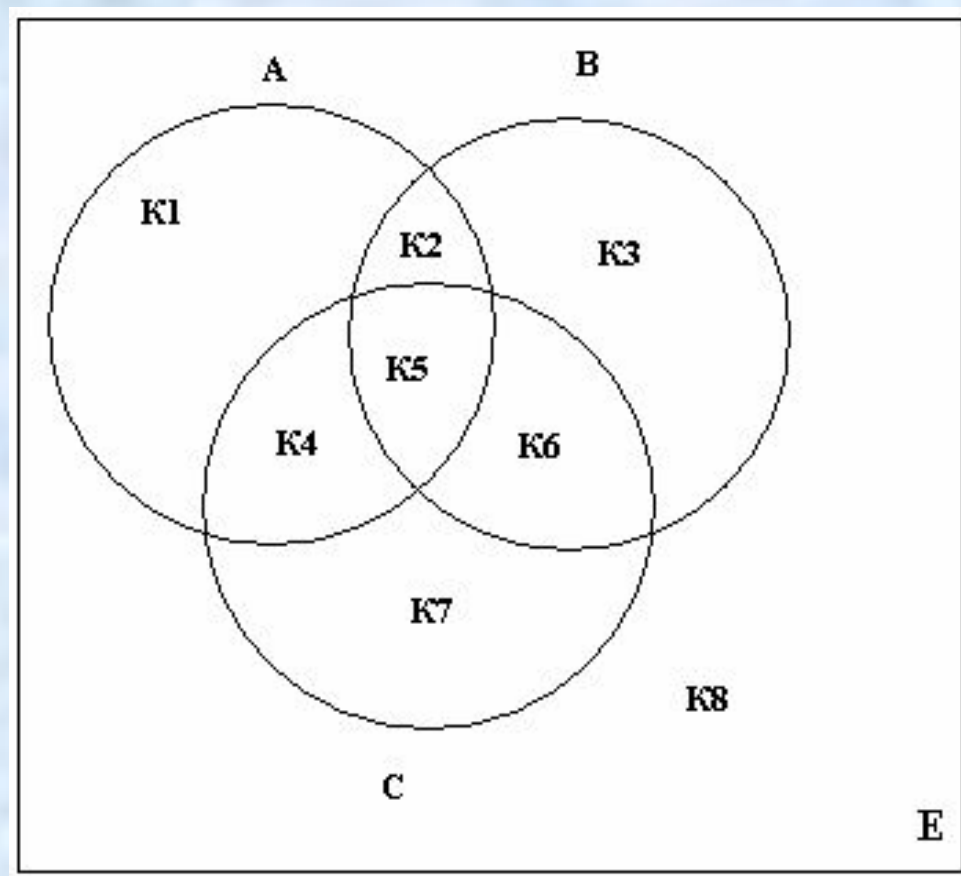


# Тема: Математические основы экономической кибернетики. Элементы теории множеств и математической логики



# Общие понятия

На сегодня наиболее эффективный путь изучения **экономических явлений и процессов** связан с построением **математических моделей**. Это требует знания и умения применять не только традиционных разделов математики, но и тех, которые сформировались сравнительно недавно и относятся к **дискретной математики**.

Курс дискретной математики является фундаментом математической кибернетики и состоит из следующих основных частей:

- 1) теория чисел;
- 2) теория множеств;
- 3) математическая логика;
- 4) теория графов и сетей;
- 5) теория автоматов и формальных грамматик;
- 6) комбинаторный анализ.

# Общие понятия

Под **множеством** понимается некоторая определенная совокупность объектов или элементов, которые имеют определенные свойства и находятся в определенных отношениях между собой или элементами других множеств.

Обозначают множества используя прописные латинские буквы (A, B, C, D, ... S, N) или те же буквы только с индексами. А элементы множеств будем обозначать: a, b, c, d или  $a_1, b_1, c_1, d_1$ .

*Пример: Множество десятичных цифр, множество студентов.*

Существует несколько способов задания множества:

1. Словесный (вербальный) с помощью описания характеристических свойств, которые обладают элементы этого множества.
2. Список (перечень) всех элементов множества в фигурных скобках  $X = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ ,  $A = \{2, 4, 6, 8, \dots\}$
3. Предикатный (высказывательный) множество задается в виде:

$\{x: P(x)\}$

$P(x)$  – предикат (высказывание, которое получает значение «истина» для всех элементов данного множества. Например  $\{x: x\text{- студент ЗГИА}\}$ .

# Общие понятия. Отношения между множествами.

## Множества бывают:

- конечными
- бесконечными (Например, множество всех точек прямой)
- пустыми

Пустое множество обозначается символом  $\emptyset$ .

Например, множество решений уравнения  $x^2 + 1 = 0$  в области действительных чисел пусто, т.е.  $\{x\} = \emptyset$ .

Если объект  $a$  является элементом множества  $A$ , то пишут  $a \in A$ , если же объект  $a$  не является элементом множества  $A$ , то пишут  $a \notin A$ .

## **Подмножество.**

Рассмотрим множества  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  и  $B = \{2, 4, 6\}$ . Каждый элемент множества  $B$  принадлежит множеству  $A$ .

**Определение.** Множество  $B$  называется подмножеством множества  $A$ , если каждый элемент множества  $B$  является элементом множества  $A$ , т.е.  $\forall b \in B \Rightarrow b \in A$ .

**Обозначение.**  $B \subset A$  или  $A \supset B$ .

## Общие понятия. Отношения между множествами.

Если в множестве  $B$  найдется хотя бы один элемент, не принадлежащий множеству  $A$ , то множество  $B$  не будет являться подмножеством множества  $A$ .

**Обозначение.**  $B \not\subset A$ .

Множества  $A$  и  $B$  называются **равными** если они состоят из одних и тех же элементов.

**Обозначение.**  $A=B$ .

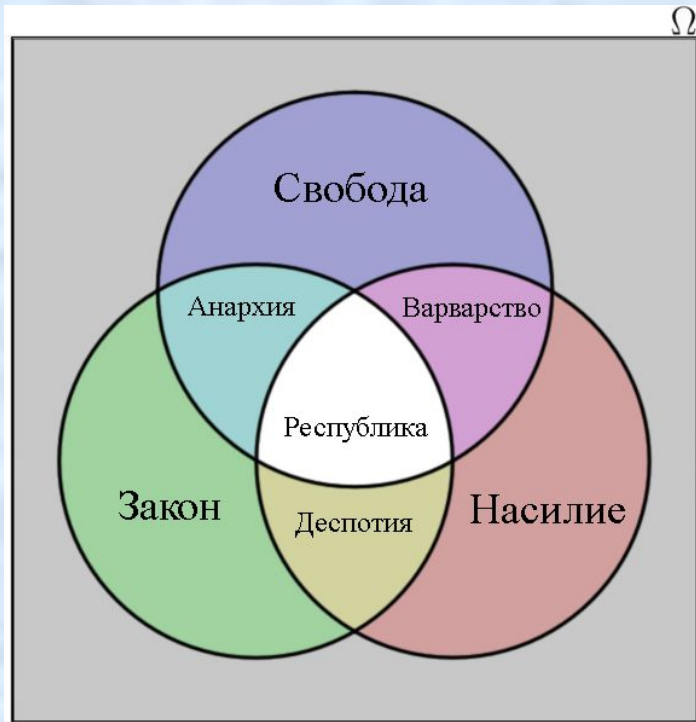
**Замечание:**

1. Считают что пустое множество является подмножеством любого множества.
2. Любое множество является подмножеством самого себя.

Универсальным множеством  $U$  называется множество обладающее такими свойствами, что все рассматриваемые множества являются его подмножествами.

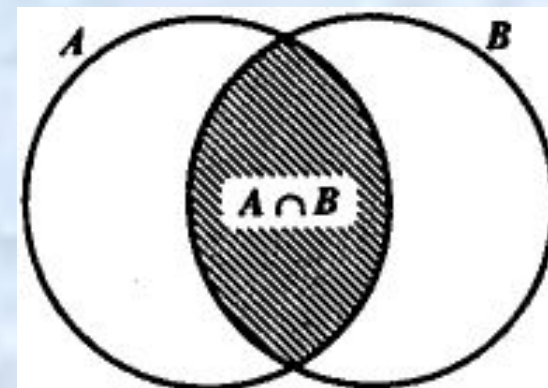
## Общие понятия. Пересечение множеств.

Часто в качестве инструмента позволяющего изображать множества и иллюстрировать операции над ними используют диаграммы Венна (Эйлера). Множество представляется в виде внутренней части круга, а универсальное множество  $\Omega$  обозначается прямоугольником.



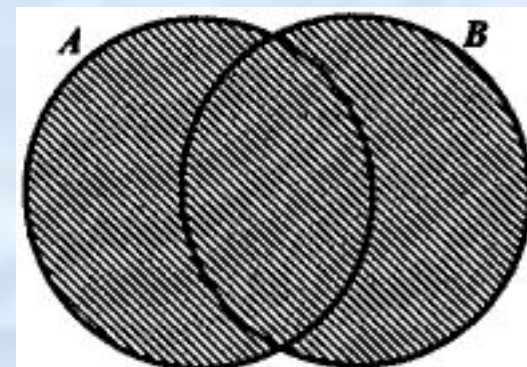
## Общие понятия. Отношения между множествами.

**1. Определение. Пересечением множеств  $A$  и  $B$**  называется множество, содержащее все элементы, которые принадлежат множеству  $A$  и множеству  $B$ . Пересечение множеств  $A$  и  $B$  обозначают  $A \cap B$ . Таким образом, по определению,  $A \cap B = \{x: x \in A \text{ и } x \in B\}$ . При помощи кругов Эйлера пересечением данных множеств является штрихованная область.



Пример. Множества  $A = \{1, 2, 5\}$  и  $B = \{2, 3, 5, 7\}$ .  
 $A \cap B = \{2, 5\}$

**2. Определение Объединением множеств  $A$  и**



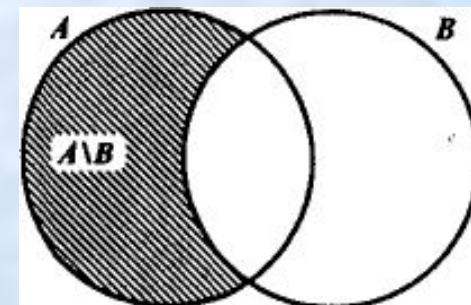
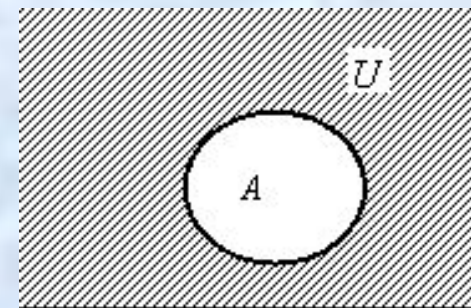
# Общие понятия. Отношения между множествами.

**1.Определение. Пересечением множеств  $A$  и  $B$**  называется множество, содержащее все элементы, которые принадлежат множеству  $A$  и множеству  $B$ . Пересечение множеств  $A$  и  $B$  обозначают  $A \cap B$ . Таким образом, по определению,  $A \cap B = \{x: x \in A \text{ и } x \in B\}$ . При помощи кругов Эйлера пересечением данных множеств является штрихованная область.

Пример. Множества  $A = \{1, 2, 5\}$  и  $B = \{2, 3, 5, 7\}$ .  
 $A \cap B = \{2, 5\}$

**2.Определение Объединением множеств  $A$  и  $B$**  называется множество, содержащее все элементы, которые принадлежат множеству  $A$  **или** множеству  $B$ . Объединение множеств  $A$  и  $B$  обозначают  $A \cup B$ . Таким образом, по определению,  $A \cup B = \{x: x \in A \text{ или } x \in B\}$ .

Пример. Множества  $A = \{1, 2, 5\}$  и  $B = \{2, 3, 5, 7\}$ .  
 $A \cup B = \{1, 2, 3, 5, 7\}$





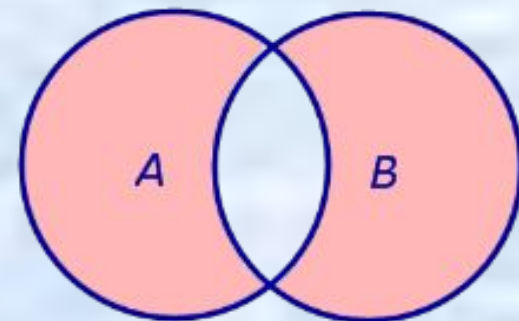
## Общие понятия. Отношения между множествами.

**5. Симметричная разность множеств**  $A$  и  $B$  это множество тех элементов  $A$ , которые не принадлежат множеству  $B$  или множество элементов  $B$  не принадлежащих множеству  $A$ .

$$A \oplus B = \{x \mid (x \in A \text{ и } x \notin B \text{ или } x \in B \text{ и } x \notin A)\}$$

$$A \oplus B = (A/B) \cup (B/A) = (A \cap \bar{B}) \cup (B \cap \bar{A}).$$

$$A \oplus B = \{1,3,7\}$$



# Операции над множествами. Свойства

Операции над множествами обладают следующими свойствами:

## 1. Свойство коммутативности

$$\begin{cases} A \cup B = B \cup A, \\ A \cap B = B \cap A \end{cases}$$

## 2. Свойство ассоциативности

$$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C),$$

$$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C).$$

## 3. Закон дистрибутивности

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

## 4. Закон идемпотентности

$$\begin{cases} A \cup A = A, \\ A \cap A = A. \end{cases}$$

# Операции над множествами. Свойства

Операции над множествами обладают следующими свойствами:

5. Закон поглощения:

$$\begin{cases} A \cup (A \cap B) = A, \\ A \cap (A \cup B) = A. \end{cases}$$

6. Свойство инволюции:

$$\overline{\overline{A}} = A.$$

7. Правило де Моргана:

$$\begin{cases} \overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}, \\ \overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}. \end{cases}$$

8. Свойство пустого множества и универсального:

$$\begin{cases} A \cup \overline{A} = U, & \overline{\overline{U}} = \emptyset, & A \cup \emptyset = A, & A \cup U = A, \\ A \cap \overline{A} = \emptyset & \overline{\emptyset} = U; & A \cap U = A; & A \cap \emptyset = \emptyset. \end{cases}$$