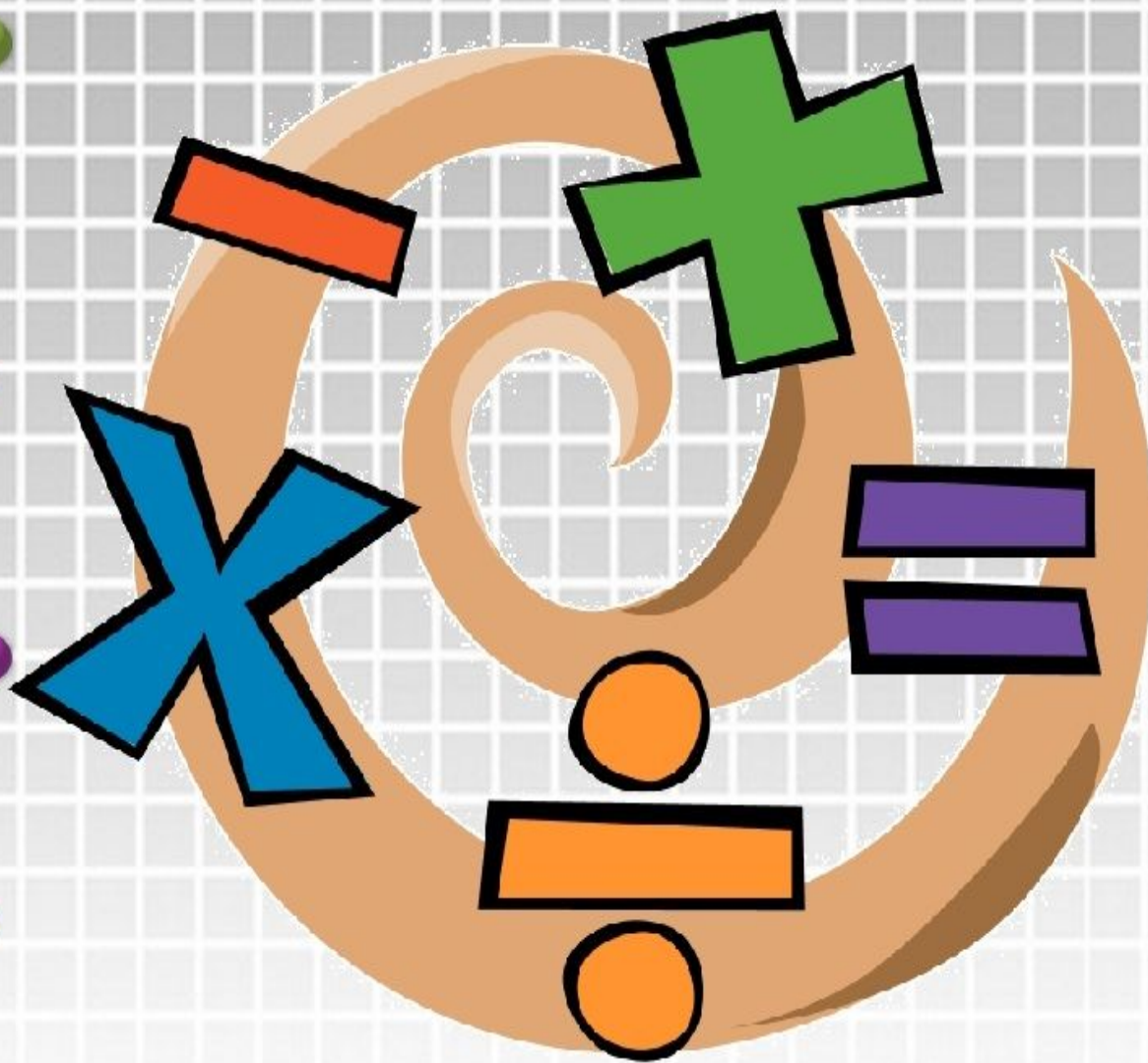


**Готовимся к ЕГЭ-2015 по математике.  
Решение 1 части реального теста ЕГЭ-2014,  
основная волна (5.06.14)**



Учитель математики  
МБОУ СОШ №143  
г. Красноярск  
Князькина Т. В.

**В1** Стоимость полугодовой подписки на журнал составляет 450 рублей и стоимость одного журнала 24 рубля. За полгода Аня купила 25 номеров журнала. На сколько рублей меньше она бы потратила, если подписалась на журнал.

**РЕШЕНИЕ**

Пусть:

$S$  - стоимость полугодовой подписки;

$s$  - стоимость одного номера;

$m$  - число купленных журналов.

Искомая сэкономленная сумма  $R$  может быть найдена по формуле:

$$R = s \cdot m - S$$

В данном случае:

$$S := 450 : s := 24 : m := 25 :$$

$$R = s \cdot m - S = R = 150$$

**ОТВЕТ**

150

**В2** Больному прописано лекарство, которое нужно принимать по 0.5 г 2 раза в день в течение 7 дней.  
В одной упаковке 10 таблеток по 0.25 г.  
Какого **наименьшего** количества упаковок хватит на весь курс лечения?

**РЕШЕНИЕ**

Пусть:

$k$  - длительность курса лечения;

$m$  - число таблеток в упаковке;

$p$  - частота приема лекарств;

$r$  - одноразовая норма приема в граммах;

$s$  - вес одной таблетки.

Интересует величина  $N$  -  
целая часть с избытком (чтобы хватило) числа

$$n = \frac{k \cdot p \cdot r}{m \cdot s}$$

В данном случае:

$$k := 7 : m := 10 : p := 2 : r := 0.5 : s := 0.25 :$$

$$n = \frac{k \cdot p \cdot r}{m \cdot s} = n = 2.800000000$$

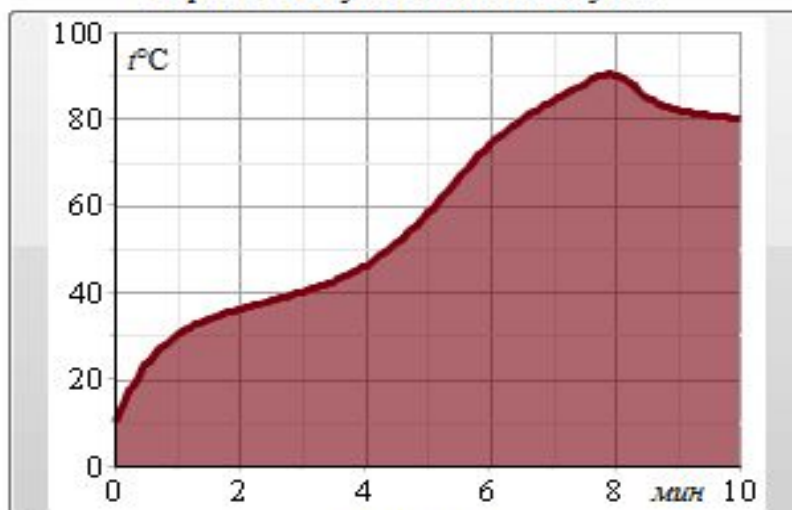
$$N = \left\lceil \frac{k \cdot p \cdot r}{m \cdot s} \right\rceil = N = 3$$

$$\text{ceil} \left( \frac{k \cdot p \cdot r}{m \cdot s} \right) = 3$$

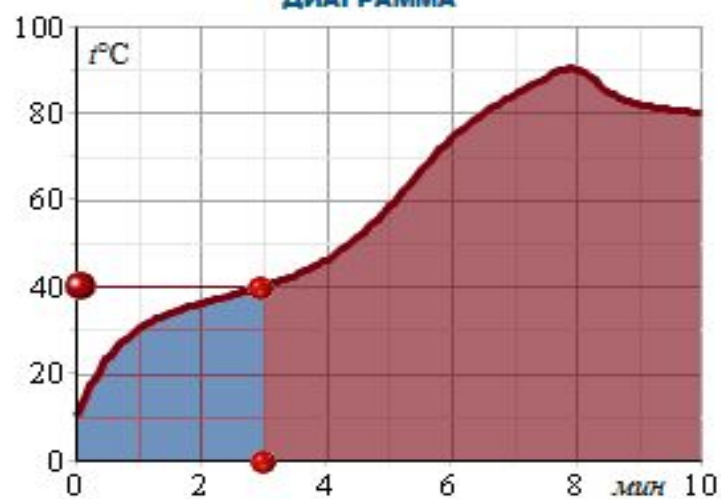
**ОТВЕТ**

3

**В3** На графике показано изменение температуры в процессе разогрева двигателя легкового автомобиля. На горизонтальной оси отмечено время в минутах, прошедшее с момента запуска двигателя, на вертикальной оси - температура двигателя в градусах Цельсия. Определите по графику, до скольких градусов Цельсия двигатель нагрелся за первые 3 минуты с момента запуска.



**РЕШЕНИЕ  
ДИАГРАММА**



Непосредственно из диаграммы следует:

**ИСКОМОЕ = 40°С**

**ОТВЕТ**  
40

**В4** Клиент хочет арендовать автомобиль на 2 суток для поездки протяженностью 400 км. В таблице приведены характеристики трех автомобилей и стоимость аренды. Помимо аренды клиент обязан оплатить топливо для автомобиля на всю поездку. Цена дизельного топлива - 19 рублей за литр, бензина - 23 рубля за литр, газа - 16 рублей за литр. Какую сумму в рублях заплатит клиент за аренду и топливо, если выберет самый дешевый вариант?

Автомобиль	Топливо	Расход топлива (л на 100 км)	Арендная плата (руб. за 1 сутки)
<b>А</b>	Дизельное	5	3900
<b>Б</b>	Бензин	11	3100
<b>В</b>	Газ	15	3000

**РЕШЕНИЕ**

Пусть:

$N$  - длительность аренды;

$S$  - длина пути;

$A, B, C$  - суточная арендная плата;

$a, b, c$  - цены литра соответствующего топлива;

$m, n, p$  - соответствующие расходы топлива на 100 км.

Трижды вычислим возможные затраты:  $X, Y, Z$ , - и результаты сравним.

В данном случае:

$$\text{restart} : N := 2 : S := 400 : A := 3900 : B := 3100 : C := 3000 :$$

$$a := 19 : b := 23 : c := 16 :$$

$$m := 5 : n := 11 : p := 15 :$$

$$X = N \cdot A + S \cdot \frac{a \cdot m}{100} = X = 8180$$

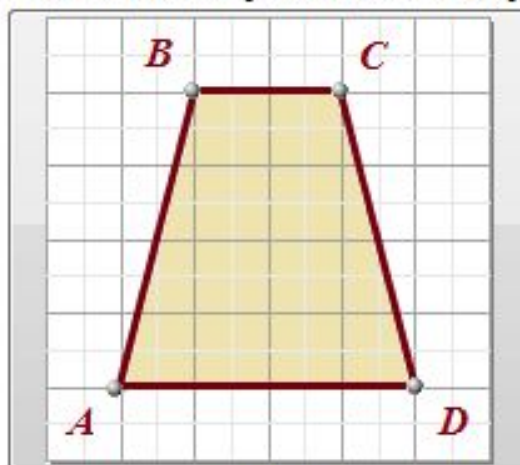
$$Y = N \cdot B + S \cdot \frac{b \cdot n}{100} = Y = 7212$$

$$Z = N \cdot C + S \cdot \frac{c \cdot p}{100} = Z = 6960$$

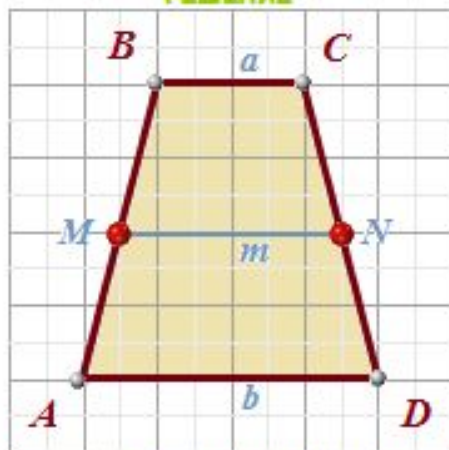
**ОТВЕТ**

6960

**85** На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  изображена трапеция. Найти длину средней линии этой трапеции (в сантиметрах).



**РЕШЕНИЕ**



Пусть  $BC = a$ ,  $AD = b$  - длины оснований трапеции.

Длина средней линии  $MN$ :

$$m = \frac{a + b}{2}$$

В данном случае:

restart :  $a := 2$  ;  $b := 4$  :

$$m = \frac{a + b}{2} = m = 3$$

**ОТВЕТ**

3

**В6** В среднем из 2000 садовых насосов, поступивших в продажу, 6 подтекают. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает?

**РЕШЕНИЕ**



Задача на классическое определение вероятности.

Пусть  $n = 2000$  - общее число насосов,  $m = 6$  - число подтекающих механизмов. Интересует событие «один случайно выбранный для контроля насос не подтекает».

Ему благоприятствуют из всех возможных  $n$  исходов только  $n - m$ .

Искомая вероятность :  $p = (n - m) / n$ .

В данном случае:

*restart* :  $n := 2000$  ;  $m := 6$  :

$$p = \frac{n - m}{n} = p = \frac{997}{1000} \xrightarrow{\text{at 5 digits}} p = 0.99700$$

**ОТВЕТ**

0.997

**B7** Найдите корень уравнения  $\sqrt{-32 - x} = 2$ .

**РЕШЕНИЕ**

Избавимся от иррациональности, совершив равносильные переход:

$$\begin{aligned}\sqrt{-32 - x} = 2 &\Leftrightarrow -32 - x = 4 \Leftrightarrow \\ -x &= 4 + 32 \Leftrightarrow x = -36\end{aligned}$$

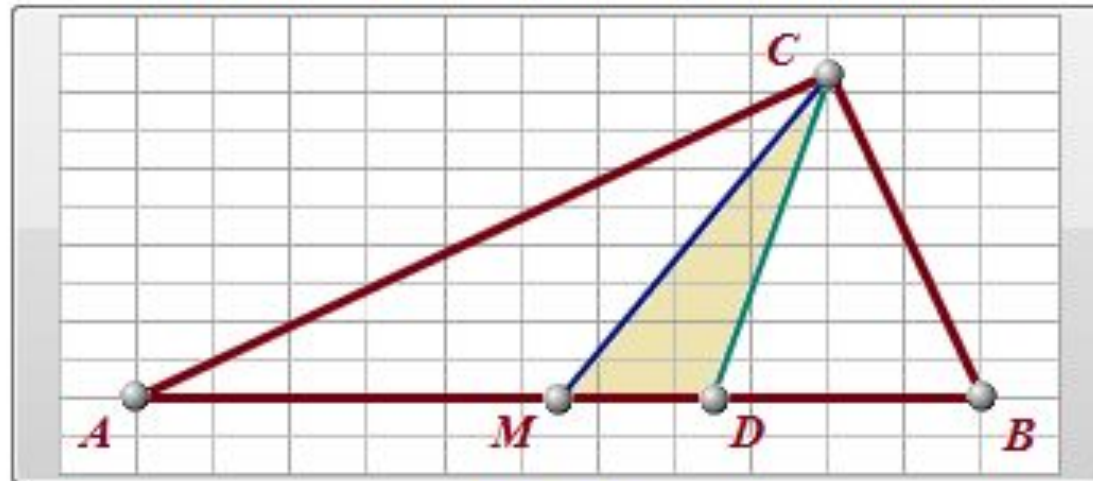
$$\sqrt{-32 - x} = 2 \xrightarrow{\text{solve}} \{x = -36\}$$

**ОТВЕТ**

-36



**В8** Угол между биссектрисой и медианой прямоугольного треугольника, проведенными из вершины прямого угла, равен  $20^\circ$ .  
Найдите меньший угол прямоугольного треугольника.



**РЕШЕНИЕ**  
**РИСУНОК**

Пусть  $\angle A = \alpha$ ,  $\angle B = \beta = 90^\circ - \alpha$ ,  $\angle C = 90^\circ$ ,  $\angle DCM = \theta$ ,  
 $CM$  - медиана,  $CD$  - биссектриса ( $\angle ACD = \angle BCD = 45^\circ$ ).  
Треугольники  $ACM$  и  $BCM$  - равнобедренные, поэтому:

$$\angle ACD = \angle ACM + \angle DCM \Leftrightarrow$$

$$45^\circ = \alpha + \theta \Rightarrow$$

$$\alpha = 45^\circ - \theta \Rightarrow$$

$$\beta = 45^\circ + \theta.$$

Искомая величина:

$$\alpha = 45^\circ - \theta$$

В данном случае:

$$\text{restart} : \theta := 20 :$$

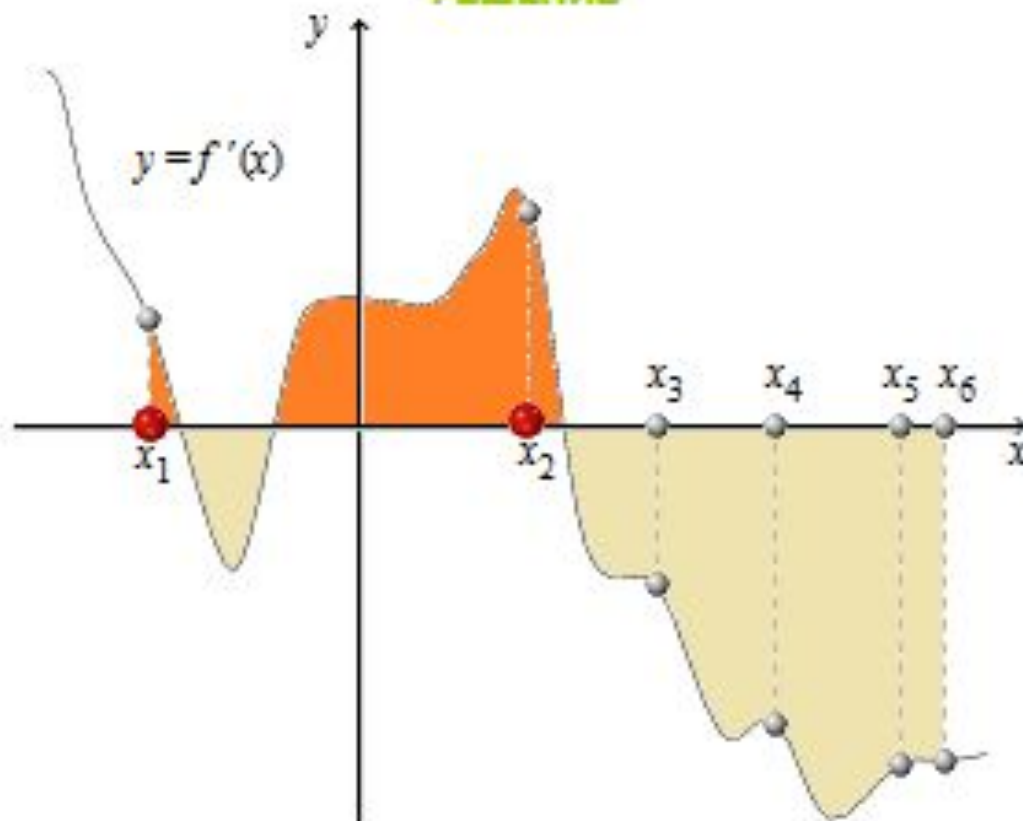
$$\alpha = 45 - \theta = \alpha = 25$$

**ОТВЕТ**

25

**В9** На рисунке изображен график  $y = f'(x)$  - производной функции  $f(x)$ , на оси абсцисс отмечены шесть точек  $x_1, x_2, \dots, x_6$ .  
Сколько из этих точек лежит на промежутках возрастания функции  $f(x)$ ?

**РЕШЕНИЕ**



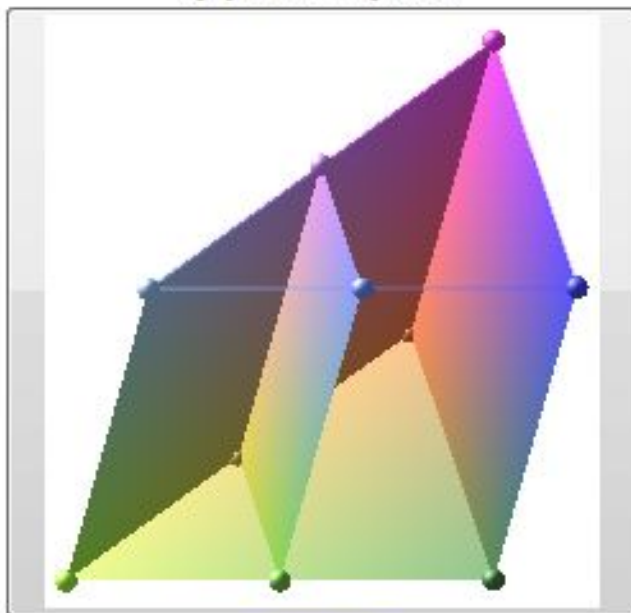
Из предложенных только две точки принадлежат промежуткам, на которых производная  $f'(x)$  положительна и, следовательно, сама функция  $f(x)$  возрастает:

$x_1, x_2$

**ОТВЕТ**

2

**В10** Через среднюю линию основания треугольной призмы, объем которой равен 52, проведена плоскость, параллельная боковому ребру. Найти объем отсеченной треугольной призмы.



**РЕШЕНИЕ**

У исходной и отсеченной призм одна и та же высота  $h$ , а в основаниях - подобные треугольники, площади которых  $S$  и  $s$ . Коэффициент подобия  $k = 1/2$ , а потому:

$$\frac{s}{S} = k^2$$

Формула объема призмы:

$$V = S \cdot h, v = s \cdot h \Rightarrow$$

$$h = \frac{V}{S} = \frac{v}{s} \Rightarrow$$

$$v = \frac{s}{S} \cdot V = k^2 V$$

В данном случае:

$$\text{restart : } k := \frac{1}{2} ; V := 52 :$$

$$v = k^2 V = v = 13$$

**ОТВЕТ**

13

**В11** Найдите значение выражения  $5 \sin \frac{11 \pi}{12} \cdot \cos \frac{11 \pi}{12}$ .

**РЕШЕНИЕ**

Применим формулу синуса двойного угла:

$$Z = 5 \sin \frac{11 \pi}{12} \cdot \cos \frac{11 \pi}{12}$$

$$Z = 5 \cdot \frac{1}{2} \cdot \sin \frac{11 \pi}{6}$$

$$Z = \frac{5}{2} \cdot \sin \left( 2 \pi - \frac{\pi}{6} \right)$$

Воспользуемся периодичностью синуса:

$$Z = \frac{5}{2} \cdot \sin \left( -\frac{\pi}{6} \right)$$

Воспользуемся нечетностью синуса:

$$Z = -\frac{5}{2} \cdot \sin \frac{\pi}{6} = -\frac{5}{2} \cdot \frac{1}{2} = -\frac{5}{4} = -1.25$$

$$5 \sin \left( \frac{11 \pi}{12} \right) \cdot \cos \left( \frac{11 \pi}{12} \right) \stackrel{\text{simplify}}{=} -\frac{5}{4} \xrightarrow{\text{at 5 digits}} -1.2500$$

**ОТВЕТ**  
-1.25

**B12** Рейтинг  $R$  интернет-магазина вычисляется по формуле

$$R = r_{\text{пок}} - \frac{r_{\text{пок}} - r_{\text{экс}}}{(K + 1) \frac{0.02K}{r_{\text{пок}} + 0.1}},$$

где  $r_{\text{пок}}$  - средняя оценка магазина покупателями (от 0 до 1),  $r_{\text{экс}}$  - оценка магазина экспертами (от 0 до 0.7) и  $K$  - число покупателей, оценивших магазин. Найдите рейтинг интернет-магазина «Альфа», если число покупателей, оставивших отзыв о магазине, равно 26, их средняя оценка равна 0.68, а оценка экспертов равна 0.23.

**РЕШЕНИЕ**

Пусть:

$$r_{\text{пок}} = p, r_{\text{экс}} = r$$

Вспользуемся расчетной формулой

$$R = p - \frac{p - r}{(K + 1) \frac{0.02K}{p + 0.1}}$$

В данном случае:

$$\text{restart} : p := 0.68 : r := 0.23 : K := 26 :$$

$$R = p - \frac{p - r}{(K + 1) \frac{0.02K}{p + 0.1}} = R = 0.6300000000$$

Подробнее:

$$R = 0.68 - \frac{0.68 - 0.23}{(26 + 1) \frac{0.02 \cdot 26}{0.68 + 0.1}}$$

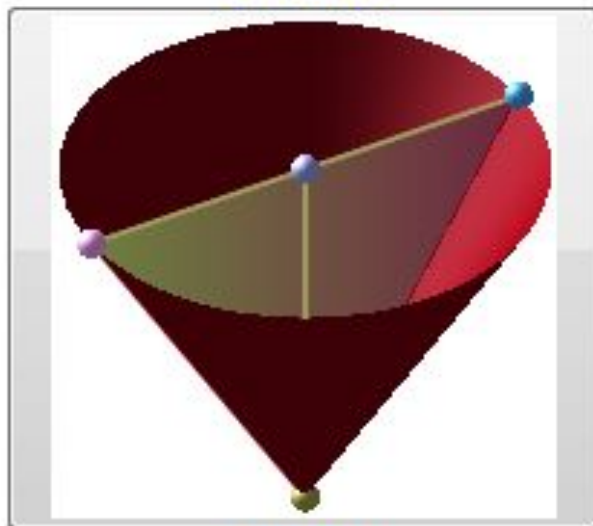
$$R = 0.68 - \frac{0.45}{27 \frac{0.02}{0.03}} = 0.68 - \frac{0.45}{3 \cdot \frac{2}{3}} = 0.68 - \frac{0.45}{9} = 0.63$$

**ОТВЕТ**

0.63

**В13** Площадь основания конуса равна  $36\pi$ , высота - 10.  
Найти площадь осевого сечения этого конуса.

**РЕШЕНИЕ**



**РИСУНОК**

Пусть  $r$  - радиус основания конуса,  $h$  - его высота,  $S$  - площадь основания,  $s$  - площадь осевого сечения.

Из формул площади следует:

$$\begin{cases} S = \pi r^2 \\ s = r h \end{cases} \Rightarrow \frac{S}{\pi} = \left(\frac{s}{h}\right)^2$$

Искомая величина:

$$s = \sqrt{\frac{S}{\pi}} \cdot h$$

В данном случае:

$$\text{restart} : h := 10 : S := 36 \cdot \pi :$$

$$s = \sqrt{\frac{S}{\pi}} \cdot h = s = 60$$

**ОТВЕТ**  
60

**В14** Имеется два сплава. Первый содержит 10% никеля, второй 35% никеля. Из этих двух сплавов получили третий сплав массой 225 кг, содержащий 30% никеля. На сколько килограммов масса первого сплава была меньше массы второго сплава?

**РЕШЕНИЕ**

Пусть:

$m$  - процентное содержание никеля в 1-м сплаве,  $n$  - во 2-м,  $p$  - в 3-м;  
 $u$  - масса 1-го сплава,  $v$  - 2-го,  $w$  - 3-го;  
 $x = v - u$  - искомое.

На основании определения процентного содержания сплава, имеем:

$$\begin{cases} \frac{u \cdot \frac{m}{100} + v \cdot \frac{n}{100}}{w} = \frac{p}{100} \\ u + v = w \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u \cdot m + v \cdot n = w \cdot p \\ v = w - u \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} u = w \cdot \frac{p - n}{m - n} \\ v = w \cdot \frac{m - p}{m - n} \end{cases} \Rightarrow$$

$$x = w \cdot \frac{m - p}{m - n} - w \cdot \frac{p - n}{m - n}$$

$$x = \frac{w \cdot (m + n - 2p)}{m - n}$$

В данном случае:

$$\text{restart : } m := 10 : n := 35 : p := 30 : w := 225 :$$

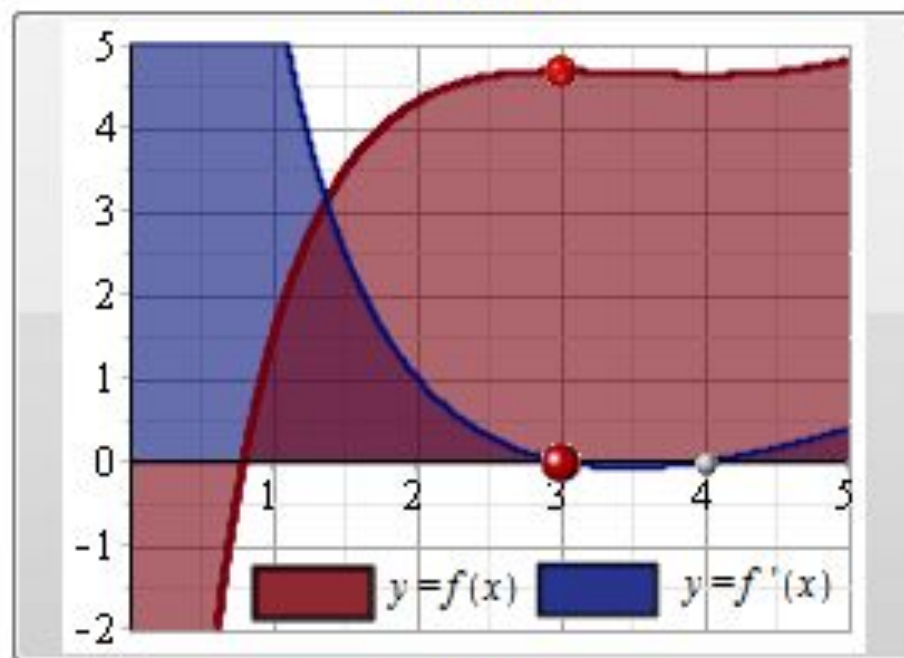
$$x = \frac{w \cdot (m + n - 2p)}{m - n} = x = 135$$

**ОТВЕТ**

135

**В15** Найти точку максимума функции  $y = 0.5x^2 - 7x + 12 \ln x + 8$ .

**РЕШЕНИЕ**



Функция

$$y = \frac{1}{2}x^2 - 7x + 12 \ln x + 8$$

определена, непрерывна и дифференцируема для всех  $x \in (0; \infty)$ .

Её производная:

$$y' = \frac{1}{2} \cdot 2x - 7 + \frac{12}{x} = \frac{x^2 - 7x + 12}{x}$$

$$y' = \frac{(x-3) \cdot (x-4)}{x}$$

Точки  $x = 3$ ,  $x = 4$  - критические. Поскольку при переходе через  $x = 3$  слева направо производная меняет знак с «+» на «-», то именно она - искомая точка максимума.

**ОТВЕТ**

3