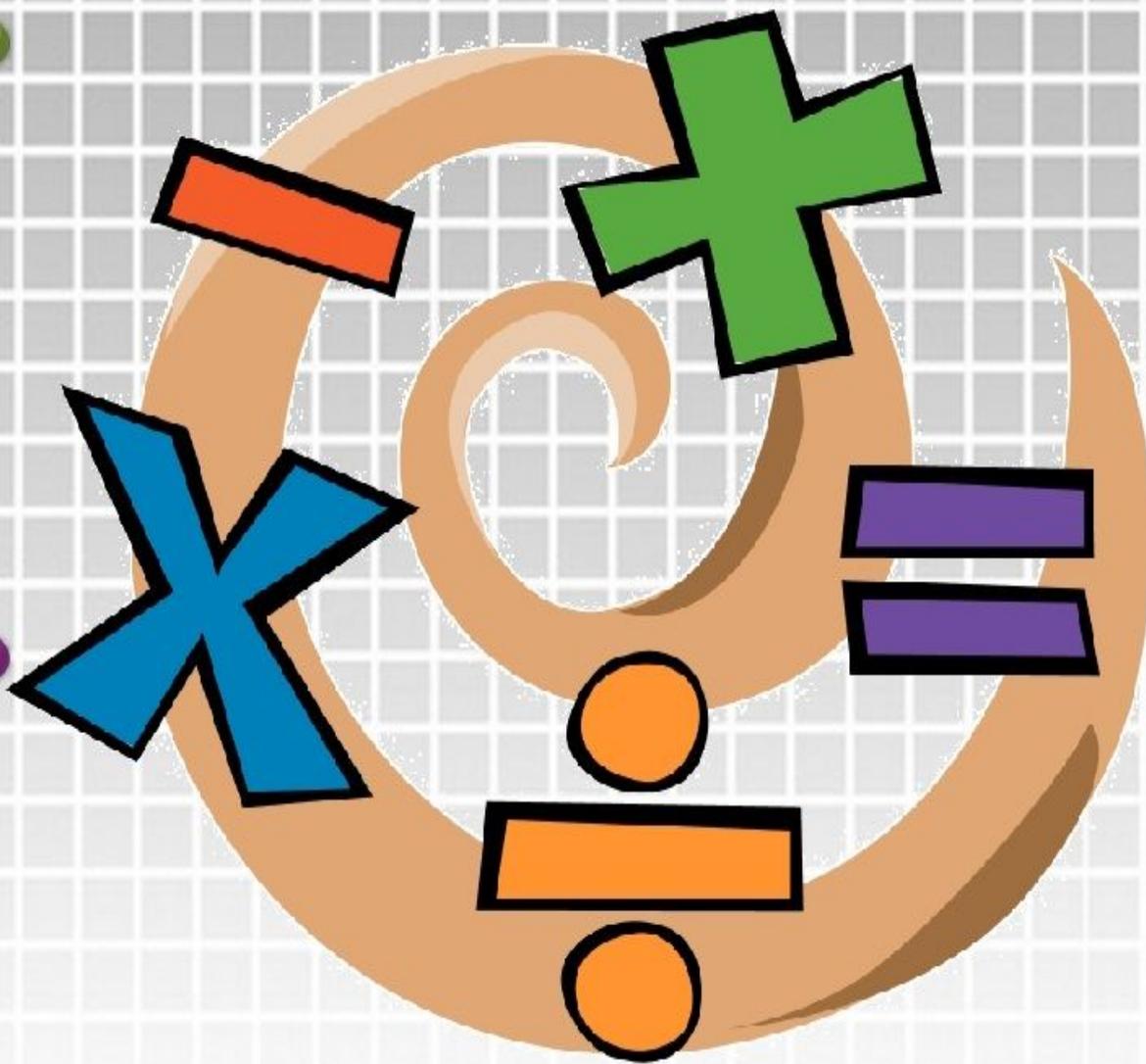


**Готовимся к ЕГЭ-2015 по математике.
Решение 1 части реального теста ЕГЭ-2014,
основная волна (5.06.14)**



Учитель математики
МБОУ СОШ №143
г. Красноярск
Князькина Т. В.

В1 Стоимость полугодовой подписки на журнал составляет 450 рублей и стоимость одного журнала 24 рубля. За полгода Аня купила 25 номеров журнала. На сколько рублей меньше она бы потратила, если подписалась на журнал.

РЕШЕНИЕ

Пусть:

S - стоимость полугодовой подписки;

s - стоимость одного номера;

m - число купленных журналов.

Искомая сэкономленная сумма R может быть найдена по формуле:

$$R = s \cdot m - S$$

В данном случае:

$$S := 450 : s := 24 : m := 25 :$$

$$R = s \cdot m - S = R = 150$$

ОТВЕТ

150

В2 Больному прописано лекарство, которое нужно принимать по 0.5 г 2 раза в день в течение 7 дней.
В одной упаковке 10 таблеток по 0.25 г.
Какого **наименьшего** количества упаковок хватит на весь курс лечения?

РЕШЕНИЕ

Пусть:

k - длительность курса лечения;

m - число таблеток в упаковке;

p - частота приема лекарств;

r - одноразовая норма приема в граммах;

s - вес одной таблетки.

Интересует величина N -
целая часть с избытком (чтобы хватило) числа

$$n = \frac{k \cdot p \cdot r}{m \cdot s}$$

В данном случае:

$$k := 7 : m := 10 : p := 2 : r := 0.5 : s := 0.25 :$$

$$n = \frac{k \cdot p \cdot r}{m \cdot s} = n = 2.800000000$$

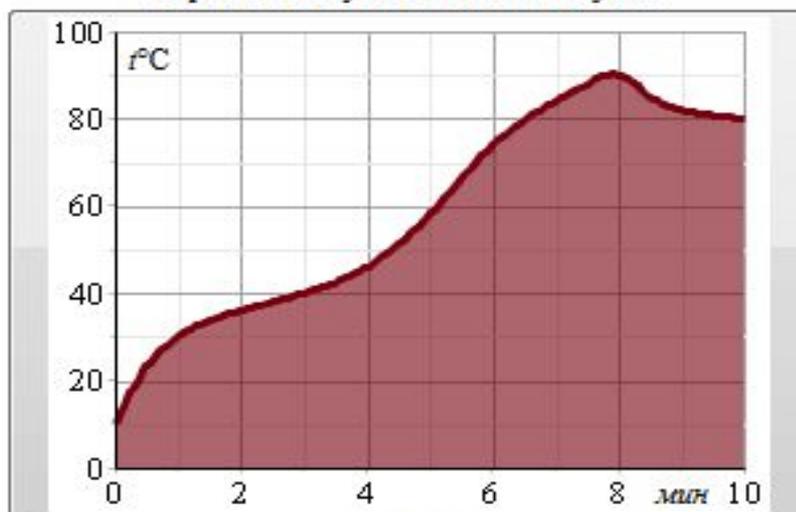
$$N = \left\lceil \frac{k \cdot p \cdot r}{m \cdot s} \right\rceil = N = 3$$

$$\text{ceil} \left(\frac{k \cdot p \cdot r}{m \cdot s} \right) = 3$$

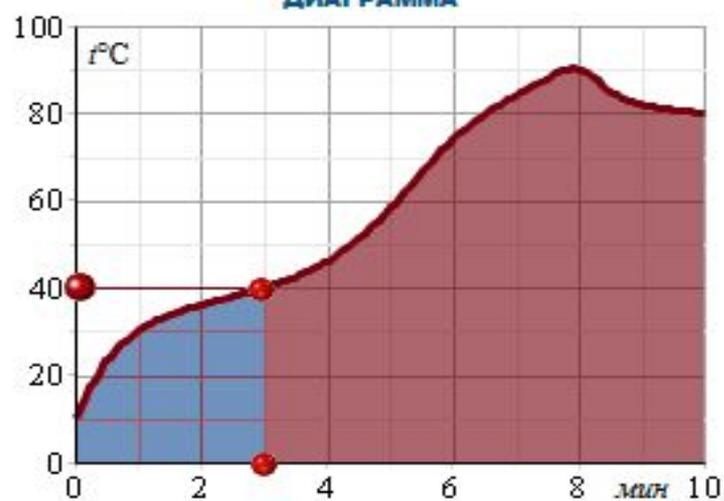
ОТВЕТ

3

В3 На графике показано изменение температуры в процессе разогрева двигателя легкового автомобиля. На горизонтальной оси отмечено время в минутах, прошедшее с момента запуска двигателя, на вертикальной оси - температура двигателя в градусах Цельсия. Определите по графику, до скольких градусов Цельсия двигатель нагрелся за первые 3 минуты с момента запуска.



РЕШЕНИЕ
ДИАГРАММА



Непосредственно из диаграммы следует:

ИСКОМОЕ = 40°C

ОТВЕТ
40

В4 Клиент хочет арендовать автомобиль на 2 суток для поездки протяженностью 400 км. В таблице приведены характеристики трех автомобилей и стоимость аренды. Помимо аренды клиент обязан оплатить топливо для автомобиля на всю поездку. Цена дизельного топлива - 19 рублей за литр, бензина - 23 рубля за литр, газа - 16 рублей за литр. Какую сумму в рублях заплатит клиент за аренду и топливо, если выберет самый дешевый вариант?

Автомобиль	Топливо	Расход топлива (л на 100 км)	Арендная плата (руб. за 1 сутки)
А	Дизельное	5	3900
Б	Бензин	11	3100
В	Газ	15	3000

РЕШЕНИЕ

Пусть:

N - длительность аренды;

S - длина пути;

A, B, C - суточная арендная плата;

a, b, c - цены литра соответствующего топлива;

m, n, p - соответствующие расходы топлива на 100 км.

Трижды вычислим возможные затраты: X, Y, Z , - и результаты сравним.

В данном случае:

$$\text{restart} : N := 2 : S := 400 : A := 3900 : B := 3100 : C := 3000 :$$

$$a := 19 : b := 23 : c := 16 :$$

$$m := 5 : n := 11 : p := 15 :$$

$$X = N \cdot A + S \cdot \frac{a \cdot m}{100} = X = 8180$$

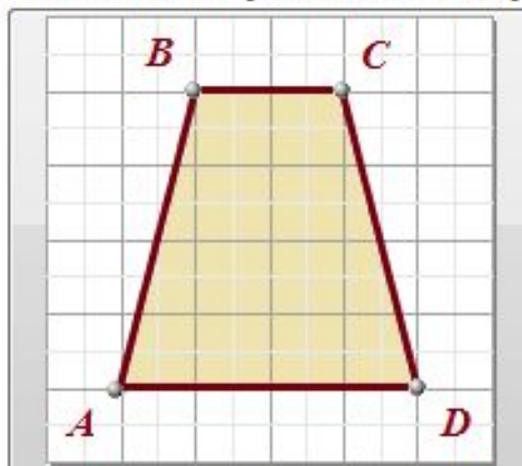
$$Y = N \cdot B + S \cdot \frac{b \cdot n}{100} = Y = 7212$$

$$Z = N \cdot C + S \cdot \frac{c \cdot p}{100} = Z = 6960$$

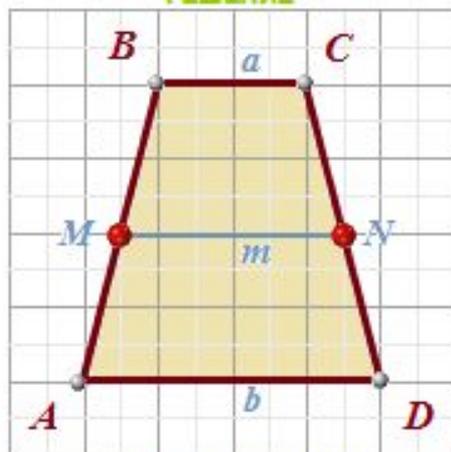
ОТВЕТ

6960

85 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображена трапеция. Найти длину средней линии этой трапеции (в сантиметрах).



РЕШЕНИЕ



Пусть $BC = a$, $AD = b$ - длины оснований трапеции.

Длина средней линии MN :

$$m = \frac{a + b}{2}$$

В данном случае:

restart : $a := 2$; $b := 4$:

$$m = \frac{a + b}{2} = m = 3$$

ОТВЕТ

3

В6 В среднем из 2000 садовых насосов, поступивших в продажу, 6 подтекают. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает?

РЕШЕНИЕ



Задача на классическое определение вероятности.

Пусть $n = 2000$ - общее число насосов, $m = 6$ - число подтекающих механизмов. Интересует событие «один случайно выбранный для контроля насос не подтекает».

Ему благоприятствуют из всех возможных n исходов только $n - m$.

Искомая вероятность: $p = (n - m) / n$.

В данном случае:

restart : $n := 2000$; $m := 6$:

$$p = \frac{n - m}{n} = p = \frac{997}{1000} \xrightarrow{\text{at 5 digits}} p = 0.99700$$

ОТВЕТ

0.997

B7 Найдите корень уравнения $\sqrt{-32 - x} = 2$.

РЕШЕНИЕ

Избавимся от иррациональности, совершив равносильные переход:

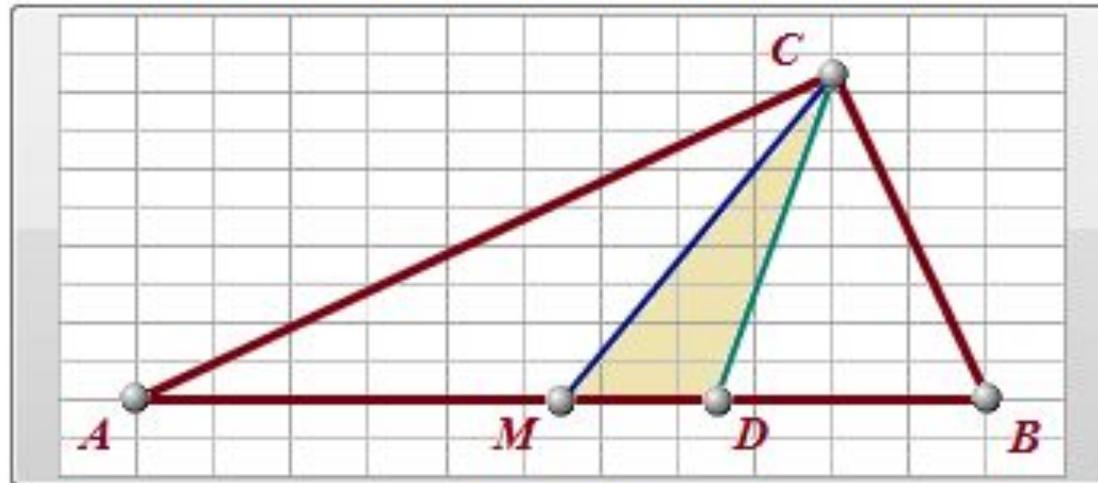
$$\begin{aligned}\sqrt{-32 - x} = 2 &\Leftrightarrow -32 - x = 4 \Leftrightarrow \\ -x &= 4 + 32 \Leftrightarrow x = -36\end{aligned}$$

$$\sqrt{-32 - x} = 2 \xrightarrow{\text{solve}} \{x = -36\}$$

ОТВЕТ

-36

В8 Угол между биссектрисой и медианой прямоугольного треугольника, проведенными из вершины прямого угла, равен 20° .
Найдите меньший угол прямоугольного треугольника.



РЕШЕНИЕ
РИСУНОК

Пусть $\angle A = \alpha$, $\angle B = \beta = 90^\circ - \alpha$, $\angle C = 90^\circ$, $\angle DCM = \theta$,
 CM - медиана, CD - биссектриса ($\angle ACD = \angle BCD = 45^\circ$).
Треугольники ACM и BCM - равнобедренные, поэтому:

$$\angle ACD = \angle ACM + \angle DCM \Leftrightarrow$$

$$45^\circ = \alpha + \theta \Rightarrow$$

$$\alpha = 45^\circ - \theta \Rightarrow$$

$$\beta = 45^\circ + \theta.$$

Искомая величина:

$$\alpha = 45^\circ - \theta$$

В данном случае:

$$\text{restart} : \theta := 20 :$$

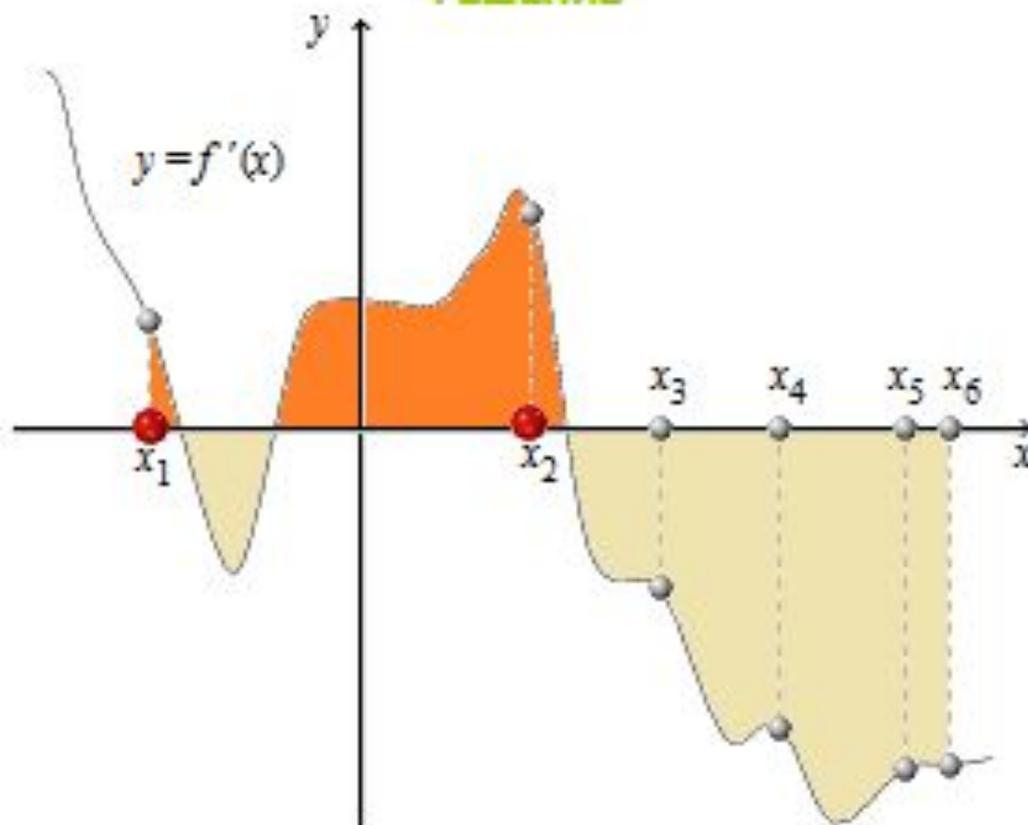
$$\alpha = 45 - \theta = \alpha = 25$$

ОТВЕТ

25

В9 На рисунке изображен график $y = f'(x)$ - производной функции $f(x)$, на оси абсцисс отмечены шесть точек x_1, x_2, \dots, x_6 .
Сколько из этих точек лежит на промежутках возрастания функции $f(x)$?

РЕШЕНИЕ



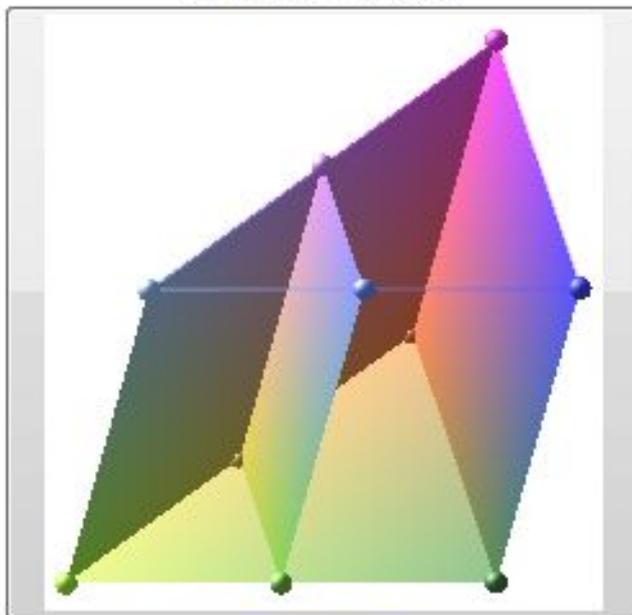
Из предложенных только две точки принадлежат промежуткам, на которых производная $f'(x)$ положительна и, следовательно, сама функция $f(x)$ возрастает:

x_1, x_2

ОТВЕТ

2

В10 Через среднюю линию основания треугольной призмы, объем которой равен 52, проведена плоскость, параллельная боковому ребру. Найти объем отсеченной треугольной призмы.



РЕШЕНИЕ

У исходной и отсеченной призм одна и та же высота h , а в основаниях - подобные треугольники, площади которых S и s . Коэффициент подобия $k = 1/2$, а потому:

$$\frac{s}{S} = k^2$$

Формула объема призмы:

$$V = S \cdot h, v = s \cdot h \Rightarrow$$

$$h = \frac{V}{S} = \frac{v}{s} \Rightarrow$$

$$v = \frac{s}{S} \cdot V = k^2 V$$

В данном случае:

$$\text{restart : } k := \frac{1}{2} ; V := 52 :$$

$$v = k^2 V = v = 13$$

ОТВЕТ

13

В11 Найдите значение выражения $5 \sin \frac{11 \pi}{12} \cdot \cos \frac{11 \pi}{12}$.

РЕШЕНИЕ

Применим формулу синуса двойного угла:

$$Z = 5 \sin \frac{11 \pi}{12} \cdot \cos \frac{11 \pi}{12}$$

$$Z = 5 \cdot \frac{1}{2} \cdot \sin \frac{11 \pi}{6}$$

$$Z = \frac{5}{2} \cdot \sin \left(2 \pi - \frac{\pi}{6} \right)$$

Воспользуемся периодичностью синуса:

$$Z = \frac{5}{2} \cdot \sin \left(-\frac{\pi}{6} \right)$$

Воспользуемся нечетностью синуса:

$$Z = -\frac{5}{2} \cdot \sin \frac{\pi}{6} = -\frac{5}{2} \cdot \frac{1}{2} = -\frac{5}{4} = -1.25$$

$$5 \sin \left(\frac{11 \pi}{12} \right) \cdot \cos \left(\frac{11 \pi}{12} \right) \stackrel{\text{simplify}}{=} -\frac{5}{4} \xrightarrow{\text{at 5 digits}} -1.2500$$

ОТВЕТ
-1.25

B12 Рейтинг R интернет-магазина вычисляется по формуле

$$R = r_{\text{пок}} - \frac{r_{\text{пок}} - r_{\text{экс}}}{(K + 1) \frac{r_{\text{пок}} + 0.1}{0.02K}}$$

где $r_{\text{пок}}$ - средняя оценка магазина покупателями (от 0 до 1), $r_{\text{экс}}$ - оценка магазина экспертами (от 0 до 0.7) и K - число покупателей, оценивших магазин. Найдите рейтинг интернет-магазина «Альфа», если число покупателей, оставивших отзыв о магазине, равно 26, их средняя оценка равна 0.68, а оценка экспертов равна 0.23.

РЕШЕНИЕ

Пусть:

$$r_{\text{пок}} = p, r_{\text{экс}} = r$$

Вспользуемся расчетной формулой

$$R = p - \frac{p - r}{(K + 1) \frac{p + 0.1}{0.02K}}$$

В данном случае:

$$\text{restart} : p := 0.68 : r := 0.23 : K := 26 :$$

$$R = p - \frac{p - r}{(K + 1) \frac{p + 0.1}{0.02K}} = R = 0.6300000000$$

Подробнее:

$$R = 0.68 - \frac{0.68 - 0.23}{(26 + 1) \frac{0.68 + 0.1}{0.02 \cdot 26}}$$

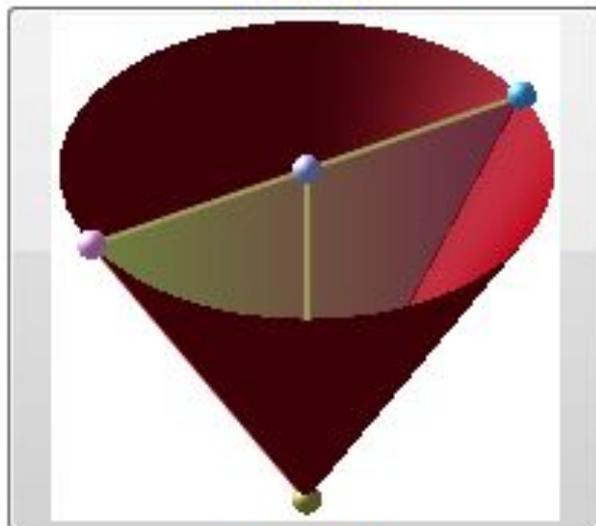
$$R = 0.68 - \frac{0.45}{27 \frac{0.02}{0.03}} = 0.68 - \frac{0.45}{3 \cdot \frac{2}{3}} = 0.68 - \frac{0.45}{9} = 0.63$$

ОТВЕТ

0.63

В13 Площадь основания конуса равна 36π , высота - 10.
Найти площадь осевого сечения этого конуса.

РЕШЕНИЕ



РИСУНОК

Пусть r - радиус основания конуса, h - его высота, S - площадь основания, s - площадь осевого сечения.

Из формул площади следует:

$$\begin{cases} S = \pi r^2 \\ s = r h \end{cases} \Rightarrow \frac{S}{\pi} = \left(\frac{s}{h}\right)^2$$

Искомая величина:

$$s = \sqrt{\frac{S}{\pi}} \cdot h$$

В данном случае:

$$\text{restart} : h := 10 : S := 36 \cdot \pi :$$

$$s = \sqrt{\frac{S}{\pi}} \cdot h = s = 60$$

ОТВЕТ
60

В14 Имеется два сплава. Первый содержит 10% никеля, второй 35% никеля. Из этих двух сплавов получили третий сплав массой 225 кг, содержащий 30% никеля. На сколько килограммов масса первого сплава была меньше массы второго сплава?

РЕШЕНИЕ

Пусть:

m - процентное содержание никеля в 1-м сплаве, n - во 2-м, p - в 3-м;
 u - масса 1-го сплава, v - 2-го, w - 3-го;
 $x = v - u$ - искомое.

На основании определения процентного содержания сплава, имеем:

$$\begin{cases} \frac{u \cdot \frac{m}{100} + v \cdot \frac{n}{100}}{w} = \frac{p}{100} \\ u + v = w \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u \cdot m + v \cdot n = w \cdot p \\ v = w - u \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} u = w \cdot \frac{p - n}{m - n} \\ v = w \cdot \frac{m - p}{m - n} \end{cases} \Rightarrow$$

$$x = w \cdot \frac{m - p}{m - n} - w \cdot \frac{p - n}{m - n}$$

$$x = \frac{w \cdot (m + n - 2p)}{m - n}$$

В данном случае:

$$\text{restart : } m := 10 : n := 35 : p := 30 : w := 225 :$$

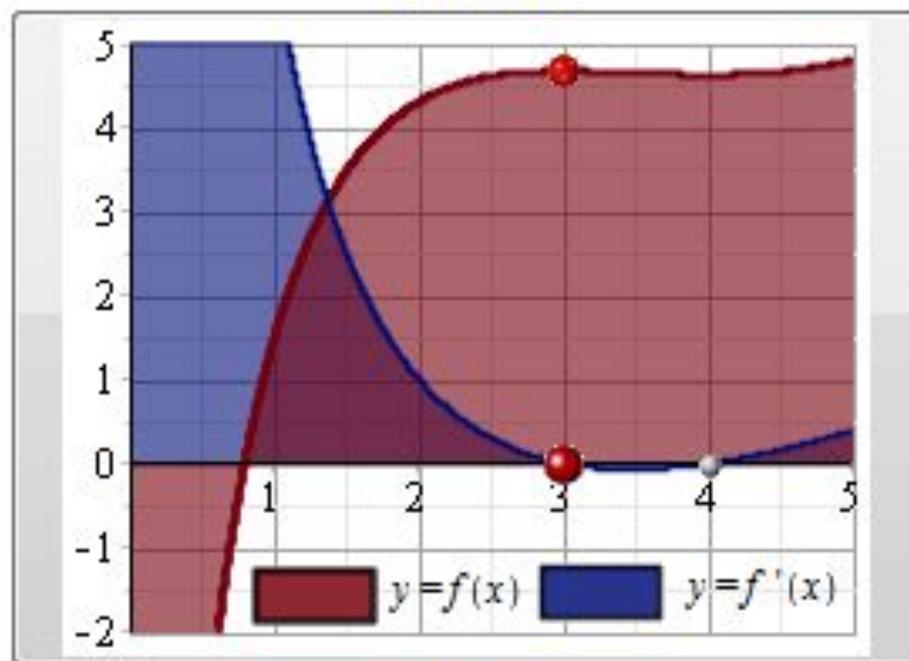
$$x = \frac{w \cdot (m + n - 2p)}{m - n} = x = 135$$

ОТВЕТ

135

В15 Найти точку максимума функции $y = 0.5x^2 - 7x + 12 \ln x + 8$.

РЕШЕНИЕ



Функция

$$y = \frac{1}{2}x^2 - 7x + 12 \ln x + 8$$

определена, непрерывна и дифференцируема для всех $x \in (0; \infty)$.

Её производная:

$$y' = \frac{1}{2} \cdot 2x - 7 + \frac{12}{x} = \frac{x^2 - 7x + 12}{x}$$

$$y' = \frac{(x-3) \cdot (x-4)}{x}$$

Точки $x = 3$, $x = 4$ - критические. Поскольку при переходе через $x = 3$ слева направо производная меняет знак с «+» на «-», то именно она - искомая точка максимума.

ОТВЕТ

3