



Лекция № 2

Тема: **ПРОГРЕССИИ**

8 сентября 2021 г

1. Арифметическая прогрессия

- Определение. Арифметической прогрессией называют последовательность, каждый член которой, начиная со второго, получается прибавлением к предыдущему члену одного и того же числа.
- В арифметической прогрессии разность между любыми двумя соседними членами одна и та же. Эту разность называют **разностью арифметической прогрессии** и обозначают буквой **d** .
- Правило, по которому образуются члены арифметической прогрессии, можно записать в виде рекуррентной формулы:


$$a_{n+1} - a_n = d. \quad \text{Или иначе: } a_{n+1} = a_n + d.$$

- **Пример 1.** В арифметической прогрессии 1; 3; 5; 7; 9; 11; ... разность положительна: $d = 3 - 1 = 2$. В этой последовательности каждый следующий член больше предыдущего; такую последовательность называют **возрастающей**.
- **Пример 2.** В арифметической прогрессии 100; 90; 80; 70; 60; ... разность отрицательна: $d = 90 - 100 = -10$. Каждый следующий член этой последовательности меньше предыдущего, и поэтому последовательность называют **убывающей**.
- **Пример 3.** Последовательность 5; 5; 5; 5; 5; ... , все члены которой равны между собой, тоже является арифметической прогрессией, так как разность между любыми двумя её членами одна и та же: $d = 5 - 5 = 0$.

- Формула n -го члена арифметической прогрессии (a_n), первый член которой равен a_1 и разность равна d :

$$a_n = a_1 + d(n - 1).$$


- Формула содержит четыре переменные. Если известны значения трёх из них, то можно вычислить и значение четвёртой. Убедитесь в этом, решив следующие четыре задачи (в каждом случае укажите, какие переменные известны, и получите ответ):
- **Задание 1.** В арифметической прогрессии $a_1 = 2$ и $d = 3$. Найдите a_{65} . (Ответ: 194.)
- **Задание 2.** В арифметической прогрессии $a_{86} = 100$ и $d = -4$. Найдите a_1 . (Ответ: 440.)
- **Задание 3.** В арифметической прогрессии $a_1 = 65$ и $a_{21} = -55$. Найдите d . (Ответ: -6 .)
- **Задание 4.** В арифметической прогрессии $a_1 = 1$ и $d=4$. Найдите номер члена, равного 397. (Ответ: 100.)



Формулы для нахождения суммы
n членов арифметической
прогрессии.

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)}{2} \cdot n$$

$$S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n$$

- 
- **Задание 5.** Бригада маляров красит забор длиной 935 метров, ежедневно увеличивая норму покраски на одно и то же число метров. Известно, что за первый и последний день в сумме бригада покрасила 170 метров забора. Определите, сколько дней бригада маляров красила весь забор.
 - **Задание 6.** Грузовик перевозит партию щебня массой 224 тонны, ежедневно увеличивая норму перевозки на одно и то же число тонн. Известно, что за первый день было перевезено 3 тонны щебня. Определите, сколько тонн щебня было перевезено на девятый день, если вся работа была выполнена за 14 дней.

2. Геометрическая прогрессия

- **Определение.** Геометрической прогрессией называют последовательность, каждый член которой, начиная со второго, равен предыдущему члену, умноженному на одно и то же не равное нулю число. (Первый член геометрической прогрессии также не может быть равен нулю.)
- В геометрической прогрессии отношение любого члена, начиная со второго, к предыдущему члену равно одному и тому же числу. Это число называют **знаменателем геометрической прогрессии** и обозначают буквой **q**. Правило, по которому образуются члены геометрической прогрессии, можно записать в виде рекуррентной формулы: $b_{n+1} = b_n \cdot q$.
- **Пример 1.** Пусть $b_1 = 1$ и $q = 3$. Получаем геометрическую прогрессию: 1; 3; 9; 27; 81; 243; ... Это **возрастающая** последовательность.
- **Пример 2.** Пусть $b_1 = 5$ и $q = -2$. В этом случае знаки у членов прогрессии чередуются: 5; -10; 20; -40; 80; -160; 320; Это последовательность не является ни возрастающей, ни убывающей.

**Формулы суммы n первых членов
геометрической прогрессии:**

$$S_n = \frac{b_n q - b_1}{q - 1}; q \neq 1$$

$$S_n = \frac{b_1 (q^n - 1)}{q - 1}; q \neq 1$$



□ **Задание 7.** В геометрической прогрессии $b_3 = -1/2$, $b_6 = 4$. Найдём b_{12} .
(Ответ: 256.)

□ **Задание 8.** Найдём сумму первых восьми членов геометрической прогрессии, второй член которой равен 6, а четвёртый равен 24. (Ответ: 255 или 765.)

2. Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия

- *Геометрическая прогрессия называется бесконечно убывающей, если модуль её знаменателя меньше единицы.*
- *Суммой бесконечно убывающей геометрической прогрессии называют число, к которому стремится сумма её первых n членов при $n \rightarrow \infty$.*

$$S = \frac{b_1}{1 - q} \quad |q| < 1$$