

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет



Дисциплина:  
Механика жидкости и газа

# Тема 1. Гидростатическое давление в точке

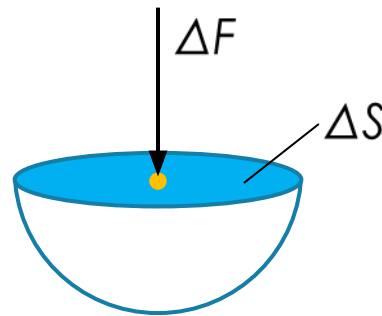
Преподаватель:  
Лазурин Мария Александровна

Санкт-Петербург 2022

В результате действия поверхностных и массовых сил внутри жидкости возникает напряжение сжатия, называемое гидростатическим давлением.

Гидростатическое давление в точке (P) – это предел отношения силы  $\Delta F$  к площади  $\Delta S$  при уменьшении ее размеров до нуля:

$$P = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \left( \frac{\Delta F}{\Delta S} \right)$$



$\Delta F$  – сила гидростатического давления

$\Delta S$  – площадь поверхности, на которую воздействует сила  $F$ . В любой точке жидкости гидростатическое давление перпендикулярно площадке, касательной к выделенному объему и действует внутрь рассматриваемого объема жидкости

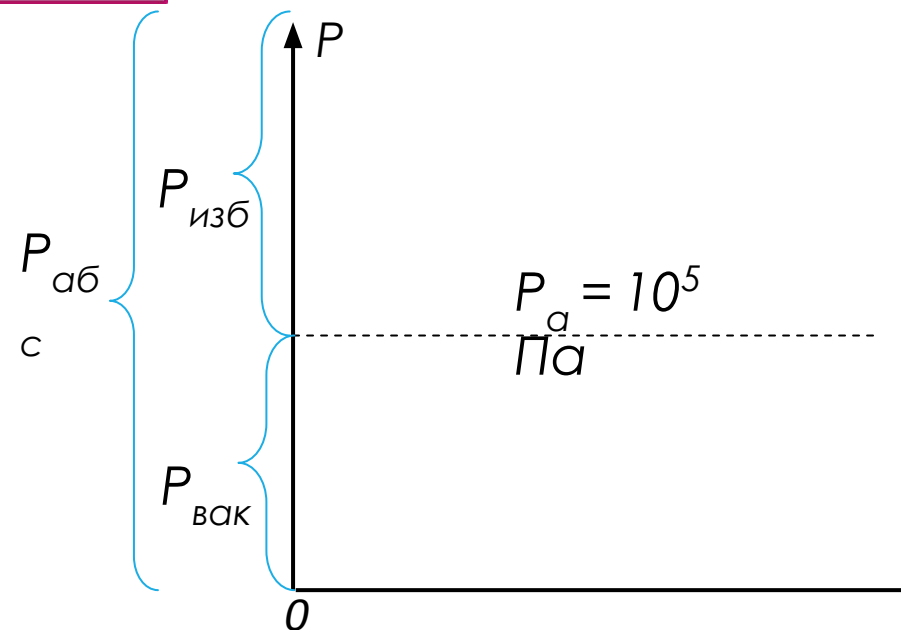
# Единицы измерения и виды гидростатического давления

$$P_a = 10^5 \text{ Па} = 100 \text{ кПа} = 1 \text{ бар} = 1 \text{ техн. атм.} = 1 \text{ кгс/см}^2 = \\ = 750 \text{ мм рт. ст.} = 10 \text{ м вод. ст.}$$

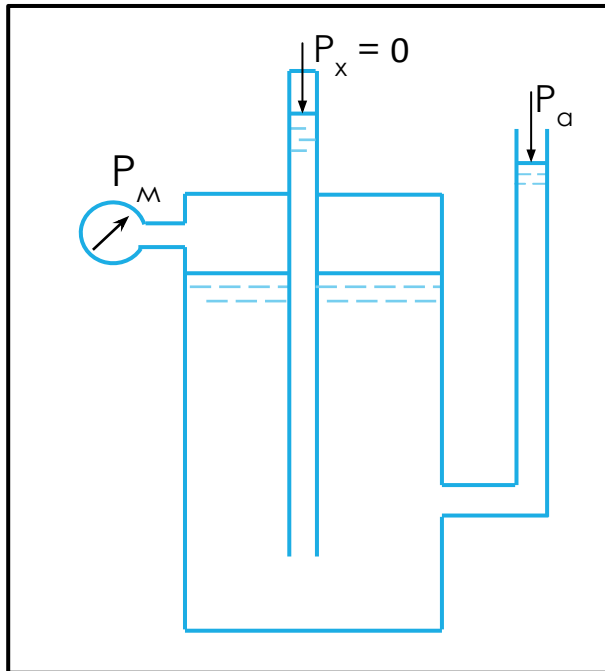
данные единицы измерения относятся уже к напору, т.е.  $\frac{P}{\rho g}$

## Виды гидростатического давления:

- Полное (абсолютное)  $P_{абс}$  – величина давления, отсчитываемая от «0» (с учетом атмосферного);
- Атмосферное давление  $P_a$  – давление, создаваемое окружающей воздушной средой ( $P_a = 10^5 \text{ Па}$ );
- Избыточное давление  $P_{изб}$  – превышение давления над атмосферным (отсчитывается от атмосферного):  $P_{изб} = P_{абс} - P_a = \rho gh$ ;
- Вакуумметрическое (отрицательное избыточное)  $P_{вук}$  – недостаток давления до атмосферного:  $P_{вук} = P_a - P$ .



# Обратите внимание при решении задач



В абсолютной форме	В избыточной форме
$P_m = P_m$	$P_m = P_m - P_a$
$P_x = 0$	$P_x = (-P_a) = -10^5$
$P_a = P_a = 10^5$	$P_a = 0$

## Основное уравнение гидростатики

$$P = P_x + \rho gh$$

$P$  – давление в точке;

$P_x$  – давление на поверхности жидкости;

$\rho gh$  – избыточное давление, создаваемое слоем вышележащей жидкости.

## Поверхность уровня или поверхность равного давления

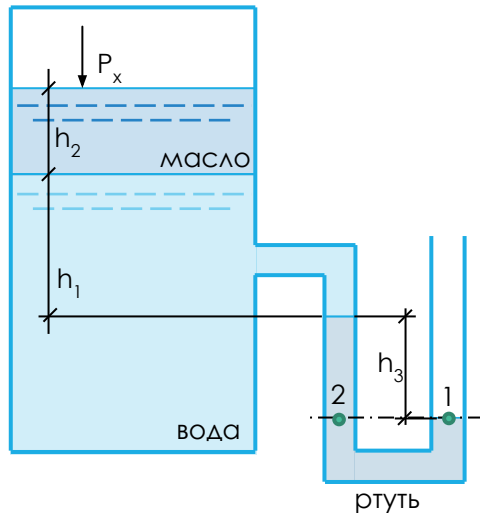
– это поверхность, во всех точках которой давление одинаково.

Условия равного давления:

- 1) точки должны располагаться в одной горизонтальной плоскости;
- 2) точки должны располагаться в жидкости одного и того же вида.

# Задача

В закрытом резервуаре имеется вода ( $h_1 = 30$  см) и масло ( $h_2 = 50$  см), плотность масла  $\rho_m = 800$  кг/м<sup>3</sup>. Найти давление  $P_x$  на поверхности масла, если показания ртутного прибора  $h_3 = 40$  см.



## Дано:

$h_1 = 30$  см  
 $h_2 = 50$  см  
 $h_3 = 40$  см  
 $\rho_m = 800$  кг/м<sup>3</sup>  
 $\rho_{рт} = 13600$  кг/м<sup>3</sup>  
 $\rho_в = 1000$  кг/м<sup>3</sup>

$P_x = ?$

## Решение

1. Обозначаем 2 точки на поверхности равного давления.
2. Записываем основное уравнение гидростатики для каждой точки:

$$\left. \begin{aligned} P_1 &= P_a \\ P_2 &= P_x + g(\rho_m h_2 + \rho_в h_1 + \rho_{рт} h_3) \end{aligned} \right\} \rightarrow$$

$$P_a = P_x + g(\rho_m h_2 + \rho_в h_1 + \rho_{рт} h_3)$$

3. Выражаем  $P_x$ :

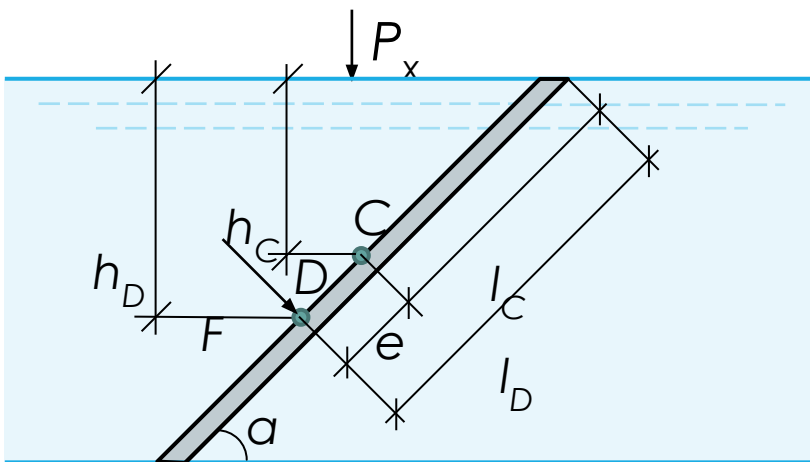
$$P_x = P_a - g(\rho_m h_2 + \rho_в h_1 + \rho_{рт} h_3) = 10^5 - 9,81(800 \cdot 0,5 + 1000 \cdot 0,3 + 13600 \cdot 0,4) = 39828 \text{ Па} = 39,83 \text{ кПа}$$



# Тема 2.

## Сила гидростатического давления на плоские поверхности

При расчете строительных конструкций и сооружений необходимо знать общую силу давления жидкости на сооружение или его часть, а не только силу давления в отдельной точке.



$C$  – центр тяжести смоченной конструкции

$D$  – центр давления смоченной конструкции

$F$  – сила давления жидкости

$h_C$  – глубина погружения центра тяжести (от поверхности жидкости до точки  $C$ )

$h_D$  – глубина погружения центра давления (от поверхности жидкости до точки  $D$ )

$l_C$  – расстояние от поверхности жидкости до точки  $C$

$l_D$  – расстояние от поверхности жидкости до точки  $D$

$\alpha$  – угол наклона конструкции или сооружения

$P_x$  – давление на поверхности жидкости



# Определение величины силы гидростатического давления

Силой давления ( $F$ ) называется равнодействующая элементарных сил гидростатического давления ( $P_C$ ) на некоторую поверхность ( $S$ ).

$$F = P_C \cdot S \text{ [Н]}$$

\* Обычно для таких расчетов учитывается только величина избыточного давления ( $P_{\text{изб}}$ ), так как атмосферное давление действует равномерно со всех сторон конструкции и само себя уравнивает.

$$F = \underbrace{(P_x + \rho g h_C)}_{P_C} \cdot S \text{ [Н]}$$

При  $P_x = P_{\text{изб}}$ :

$$F = (P_{\text{изб}} + \rho g h_C) \cdot S$$

При  $P_x = P_a$ :

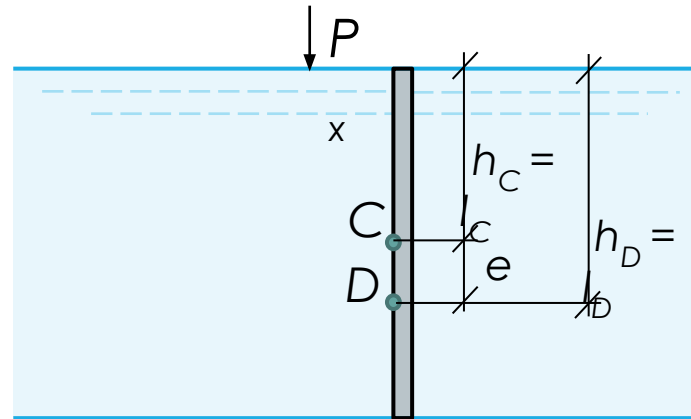
$$F = \rho g h_C \cdot S$$

$P_C$  – величина давления в точке  $C$ , [Па]  
 $S$  – площадь конструкции, на которую действует жидкость [ $\text{м}^2$ ]  
 $P_x$  – давление на поверхности жидкости, [Па]  
 $\rho g h_C$  – избыточное давление, создаваемое слоем вышележащей жидкости, [Па]  
 $h_C$  – глубина погружения центра тяжести, [м] (см. табл. или считать)

# Определение координат точки приложения силы давления (координат точки $D$ )

Сила  $F$  прикладывается в точке  $D$ , называемой центром давления, перпендикулярно к поверхности. Центр давления  $D$  всегда ниже центра тяжести  $C$  на величину, равную эксцентриситету  $e$ .

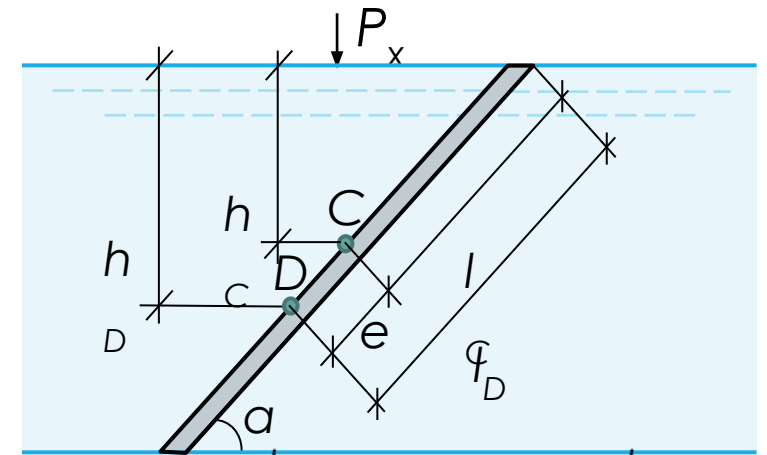
Для вертикальных стенок



$$h_C = l_C; h_D = l_D$$

$$h_D = h_C + e = h_C + \frac{l_C}{h_C \cdot S}$$

Для наклонных стенок



$$h_C \neq l_C, l_C = \frac{h_C}{\sin \alpha}; h_D \neq l_D, l_D = \frac{h_D}{\sin \alpha}$$

$$l_D = l_C + e = l_C + \frac{l_C}{h_C \cdot S}$$

$h_D$  – глубина погружения центра давления смоченного участка

$h_C$  – глубина погружения центра тяжести смоченного участка

$e$  – величина эксцентриситета

$l_C$  – момент инерции площади плоской фигуры относительно горизонтальной оси, проходящей через центр тяжести плоской фигуры

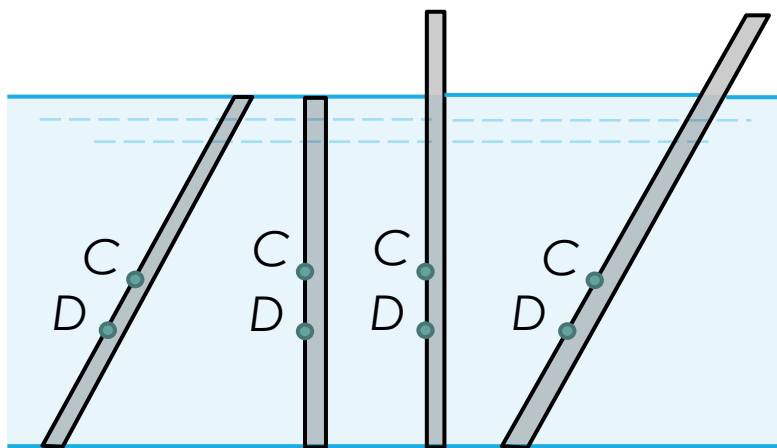
$l_C$  – расстояние от поверхности жидкости до точки  $C$

$l_D$  – расстояние от поверхности жидкости до точки  $D$

$S$  – площадь конструкции, на которую действует жидкость

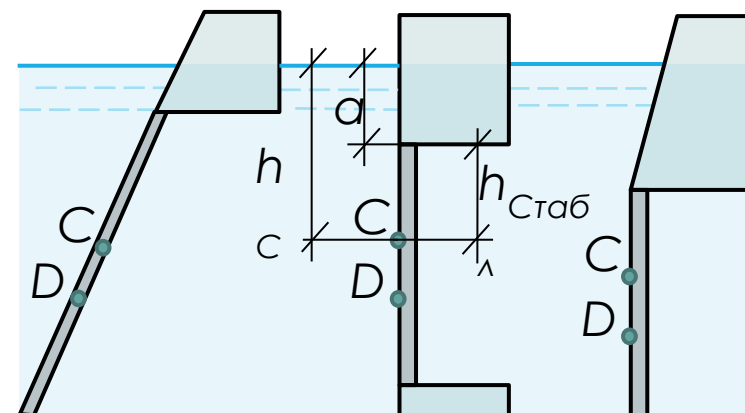
# Определение $h_C$ и $h_D$

Если рассматриваемая плоская поверхность – единственное цельное сооружение, на которое действует жидкость (полностью или частично)



$h_C$  и  $h_D$  определяется по таблице

Если рассматриваемая плоская поверхность – лишь часть сооружения, на которое действует жидкость

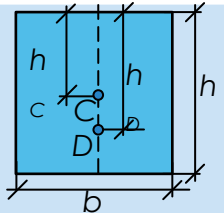
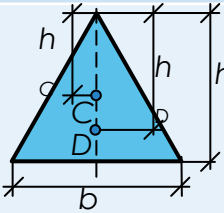
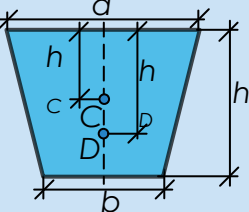
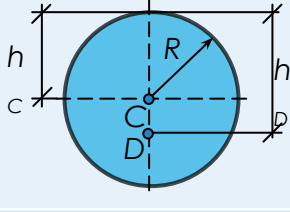
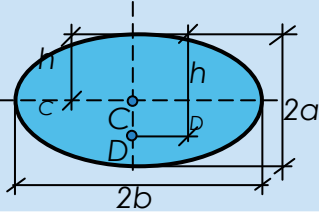
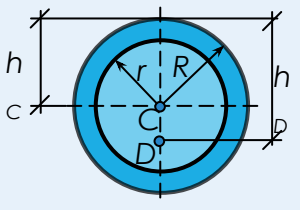


$$h_C = h_{\text{Стабл}} + a$$

$a$  – расстояние от верха фигуры до поверхности воды

$h_D$  всегда определяется по формуле через эксцентриситет  $e$ :  
$$h_D = h_C + e$$

Момент  
инерции  $I_C$ ,  
площадь  $S$ ,  
координаты  
центра  
тяжести  $h_C$  и  
центра  
давления  $h_D$   
плоских фигур

Сечение	$S$	$I_C$	$h_C$	$h_D$
	$bh$			
				
				
				
			$a$	
			$R$	

# Для решения задач на данную тему ИСПОЛЬЗУЮТСЯ:

1. Уравнение равновесия. Отражает равенство нулю суммы моментов всех сил, действующих на плоскую поверхность

$$\sum M_o (F_i) = 0 \quad M_o = F \cdot l$$

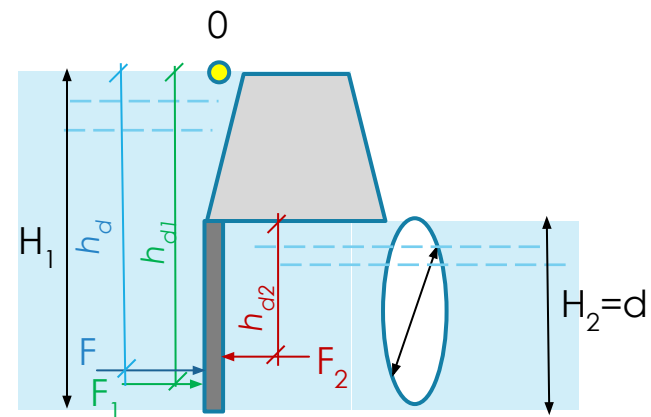
$M_o$  – момент силы, относительно точки  $O$

$F$  – сила

$l$  – плечо силы (перпендикулярно от точки приложения силы  $F$  до  $O$ )

2. Теорема о равенстве момента равнодействующей силы сумме моментов сил ее составляющих (используется для определения координат точки приложения равнодействующей силы)

$$F_1 > F_2 \rightarrow R = F_1 - F_2$$
$$M_o(R) = \sum_{i=1}^n M_o(F_i)$$



Определить равнодействующую силу давления воды на плоский затвор, перекрывающий отверстие трубы диаметром  $d=2$  м, и точку ее приложения, если глубина воды до затвора  $H_1=5$  м, а после него  $H_2=2$  м

## Задача

Дано:

$$H_1 = 5 \text{ м}$$

$$H_2 = d = 2 \text{ м}$$

$$F = ?; h_d = ?$$

Решение

1. На затвор действует сила давления жидкости слева  $F_1$  и справа  $F_2$ . Чтобы найти величину равнодействующей, найдем величины сил ее составляющих.

$$F_1 = \rho g h_{C1} \cdot S; \quad S = \frac{\pi \cdot d^2}{4}; \quad h_{C1} = H_1 - d/2$$

$$F_1 = \rho g \cdot (H_1 - d/2) \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4} = 1000 \cdot 9,81 \cdot (5-1) \cdot \frac{3,14 \cdot 2^2}{4} = 123,1 \text{ кН}$$

$$F_2 = \rho g h_{C2} \cdot S; \quad S = \frac{\pi \cdot d^2}{4}; \quad h_{C2} = d/2$$

$$F_2 = \rho g \cdot d/2 \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4} = 1000 \cdot 9,81 \cdot 1 \cdot \frac{3,14 \cdot 2^2}{4} = 31 \text{ кН}$$

$$F = F_1 - F_2 = 123,1 - 31 = 92,1 \text{ кН}$$

2. Определяем точку приложения силы гидростатического давления: Обозначаем на рисунке точку 0, относительно которой будем строить плечи сил  $F_1$  и  $F_2$  (на поверхности воды слева). Момент равнодействующей равен сумме моментов сил ее составляющих

$$\rightarrow F \cdot h_d = F_1 \cdot h_{d1} - F_2 \cdot (h_{d2} + \Delta H) \quad \rightarrow h_d = \frac{F_1 \cdot h_{d1} - F_2 \cdot (h_{d2} + \Delta H)}{F}$$

Слева вода действует на затвор и стенку, к которой он прикреплен

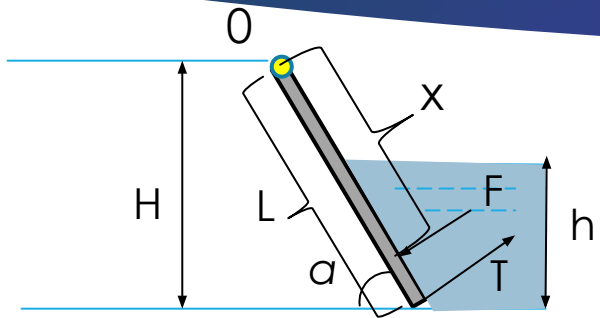
$$h_{d1} = h_{C1} + e = h_{C1} + \frac{I_C}{h_{C1} S} = H_1 - d/2 + \frac{\pi \cdot d^4 \cdot 4}{64 \cdot (H_1 - d/2) \pi \cdot d^2} = (5-1) + \frac{4}{16 \cdot (5-1)} = 4,06 \text{ м}$$

Справа вода действует только на затвор (считаем по таблице)

$$h_{d2} = 5/8 \cdot d = 5/8 \cdot 2 = 1,25 \text{ м}$$

$$h_d = \frac{123,1 \cdot 4,06 - 31 \cdot (1,25 + 2)}{92,1} = 3,99 \text{ м}$$

## Задача 2



▶ Прямоугольный щит шириной  $b=5$  м закреплен шарнирно в точке  $O$ . Определить усилие  $T$ , необходимое для подъема щита, если шарнир находится на высоте  $H=4$  м от дна, глубина воды  $h=2$  м. Угол наклона щита  $\alpha=60^\circ$ . Силой тяжести и силой трения пренебречь

**Дано:**

$$b = 5 \text{ м}$$

$$h = 2 \text{ м}$$

$$H = 4 \text{ м}$$

$$\alpha = 60^\circ$$

$$T = ?$$

**Решение**

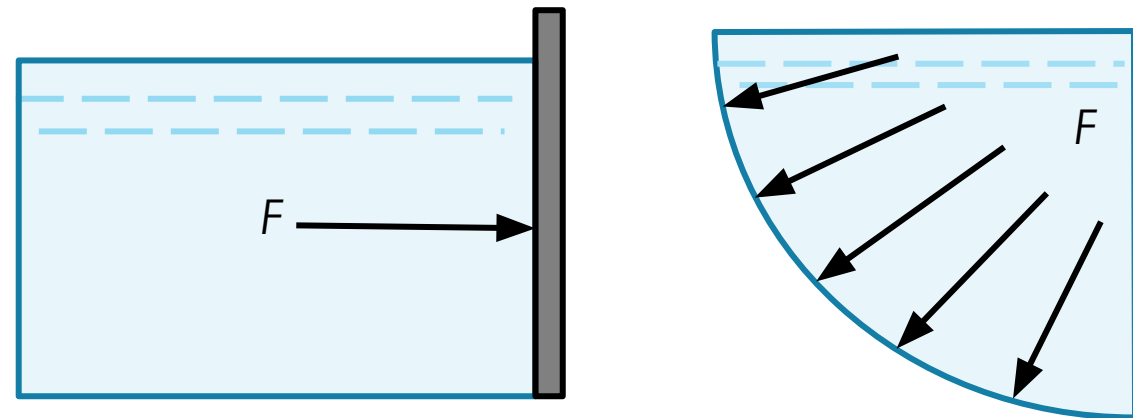
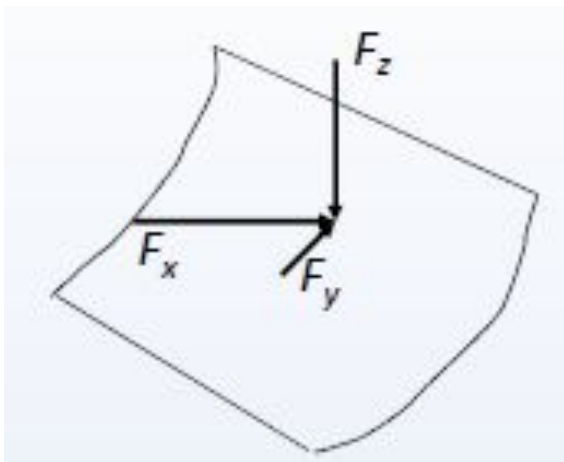


# Тема 3. Сила гидростатического давления на криволинейные поверхности



# Общие положения

При определении силы давления  $F$  на криволинейные поверхности неизвестна не только точка приложения силы, но и ее направление (в отличие от плоских поверхностей), так как в каждой точке направление силы нормально поверхности.

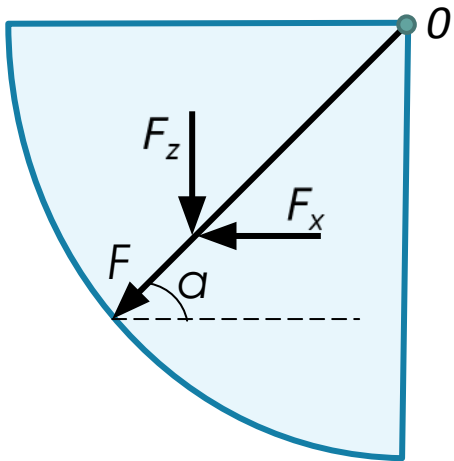


В подобном случае результирующая сила давления будет определяться как векторная сумма ее проекций на координатные плоскости:

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2}$$

# Сила давления на цилиндрические поверхности

Необходимо определить составляющие силы  $F$ :



$$F = \sqrt{F_x^2 (\text{гор}) + F_z^2 (\text{верт})}$$

двухмерная плоская задача

\*\* Если образующая цилиндрической поверхности описывает окружность, то сила  $F$  пройдет через центр окружности (точка  $0$  на рисунке)

$F_x$  – горизонтальная составляющая силы;

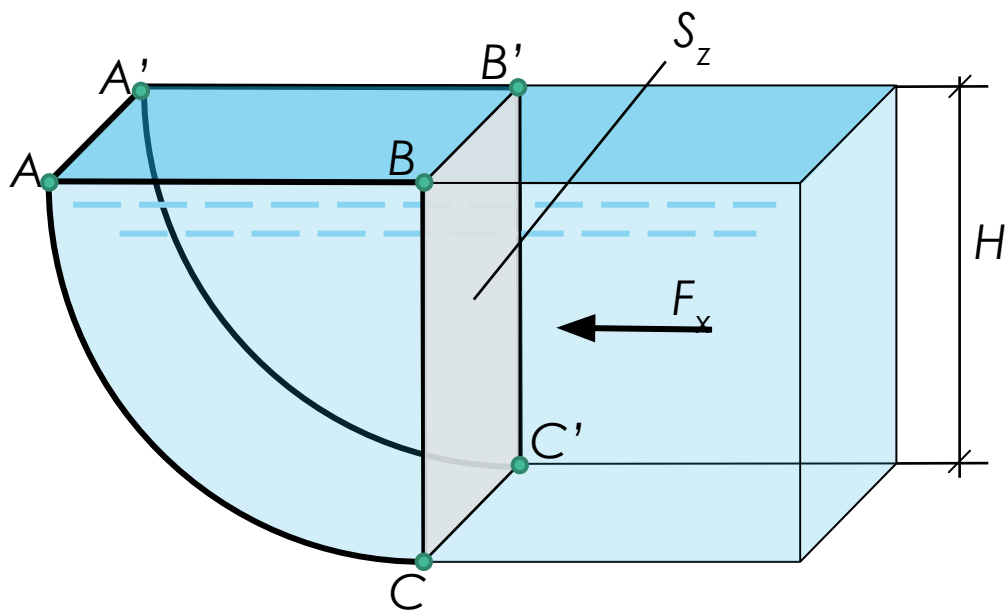
$F_z$  – вертикальная составляющая силы;

$\alpha$  – угол наклона силы относительно горизонтальной поверхности

$$\alpha = \arctg \frac{F_z}{F_x}$$

# Горизонтальная составляющая силы ( $F_x$ )

Горизонтальная составляющая силы давления на цилиндрическую поверхность равна силе давления на ее вертикальную проекцию



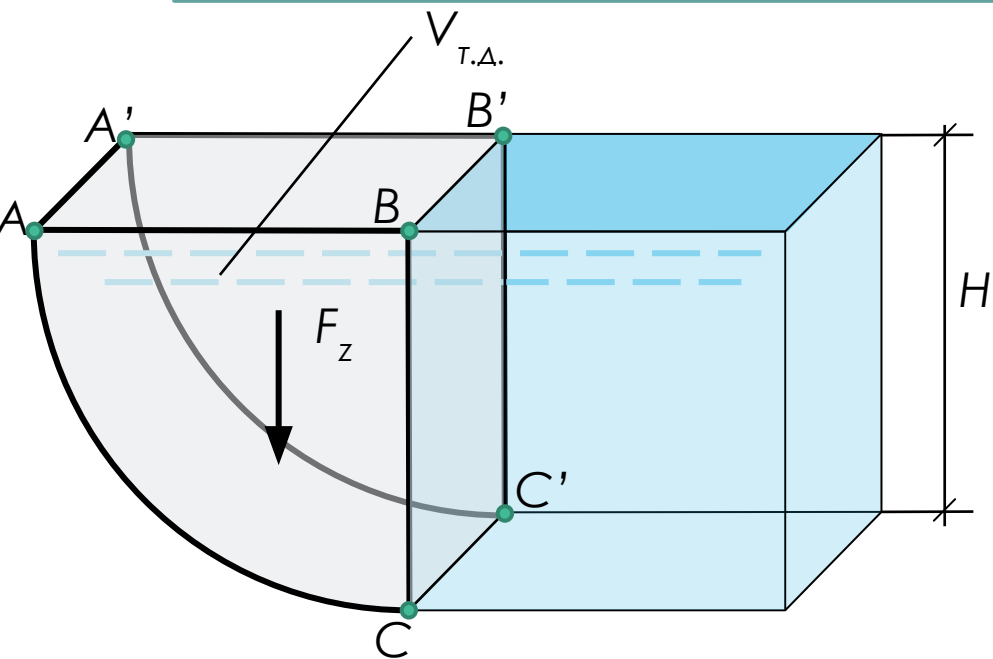
$$F_x = \rho g h_c S_z$$

$h_c$  – глубина над центром тяжести ( $BB'CC'$ ) ( $h_c = \frac{H}{2}$ )

$S_z$  – площадь проекции заданной поверхности на вертикальную плоскость

# Вертикальная составляющая силы ( $F_z$ )

Вертикальная составляющая силы давления на цилиндрическую поверхность равна весу жидкости ( $\gamma = \rho g$ ) в объеме тела давления  $V$ .



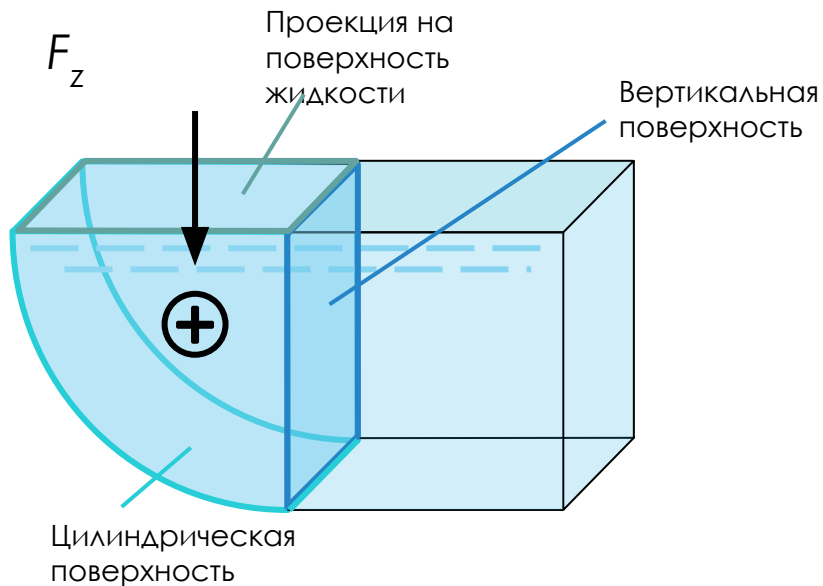
$$F_z = \rho g V_{\text{т.д.}} = \rho g S_{\text{т.д.}} \cdot b$$

$S_{\text{т.д.}}$  – площадь тела давления ( $S_{\text{т.д.}} = ABC$  или  $A'B'C'$ )

$b$  – ширина тела давления ( $b = AA'$ , или  $BB'$ , или  $CC'$ )

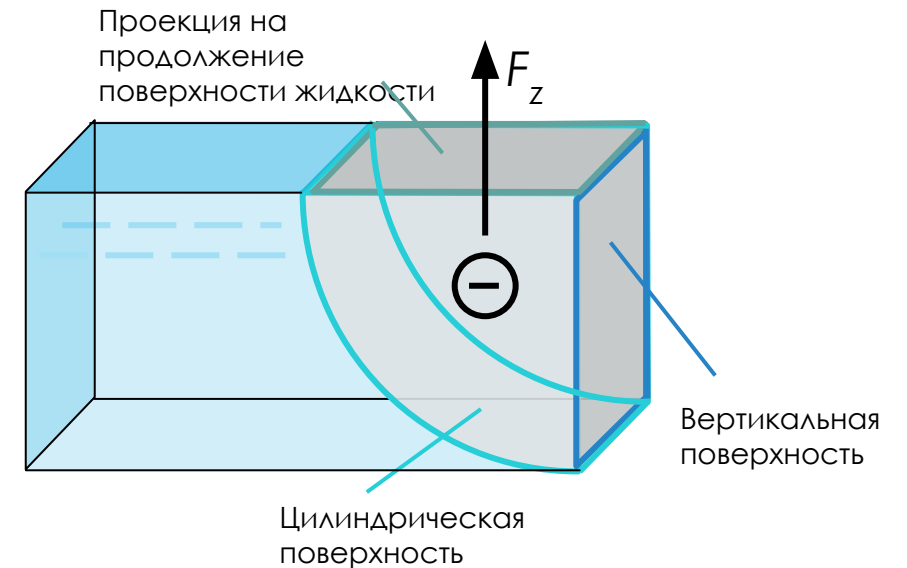
# Определение объема тела давления

Объем тела давления представляет собой объем, ограниченный цилиндрической поверхностью, ее проекцией на поверхность жидкости или ее продолжение, а также вертикальными поверхностями, соединяющими границы цилиндрической поверхности с соответствующими точками ее проекции.



Тело давления положительное, если объем заполнен жидкостью

$F_z = F_{тяж}$   
и совпадает по направлению

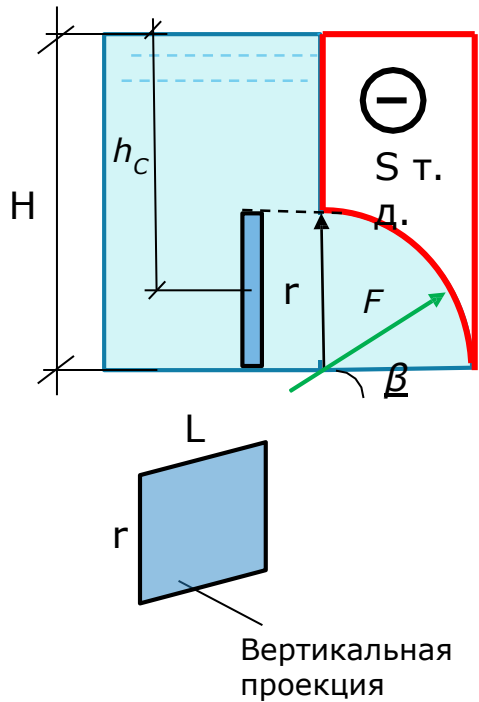


Тело давления отрицательное (мнимое), если объем не заполнен жидкостью

$F_z = F_{тяж}$ ,  
но противоположна по направлению

Дано:

Решение



Внизу вертикальной резервуара с водой имеется фасонная часть в виде  $\frac{1}{4}$  поверхности цилиндра. Определить силу давления на эту часть, если  $r = 0,4$  м,  $H = 1,2$  м, длина образующей  $L = 0,8$  м

$r = 0,4$   
 $H = 1,2$  м  
 $L = 0,8$   
 $M = ?$   
 $\beta = ?$

Записываем уравнение силы давления на криволинейные поверхности  $F = \sqrt{F_x^2(\text{гор}) + F_z^2(\text{верт})}$

1. Находим горизонтальную составляющую силы  $F$ :  $F_x = \rho g h_c S_z$

$h_c = (H - r/2)$  – центр тяжести вертикальной проекции криволинейной поверхности ;

$S_z = L \cdot r$  – площадь вертикальной проекции

$F_x = \rho g \cdot (H - r/2) \cdot L \cdot r = 1000 \cdot 9,81 \cdot (1,2 - 0,4/2) \cdot 0,8 \cdot 0,4 = 3,14$  кН

Находим тело давления на рисунке и определяем знак и направление силы

2. Находим вертикальную составляющую силы  $F$ :  $F_z = \rho g V_{\text{т.д.}} = \rho g S_{\text{т.д.}}$

$S_{\text{т.д.}} = S_{\text{прямоуг.}} - S_{\text{сектора}} = L \cdot r - \frac{\pi r^2}{4} = H \cdot r - \frac{\pi r^2}{4}$

$F_z(\text{верт}) = \rho g \cdot (H \cdot r - \frac{\pi r^2}{4}) \cdot L = 1000 \cdot 9,81 \cdot (1,2 \cdot 0,8 - \frac{3,14 \cdot 0,4^2}{4}) \cdot 0,8 = 2,74$  кН

3. Находим силу давления на криволинейную поверхность:

$F = \sqrt{F_x^2 + F_z^2} = \sqrt{3,14^2 + 2,74^2} = 4,17$  кН

4. Находим угол приложения силы  $F$ :

$\beta = \text{arctg} \frac{F_z}{F_x} = \text{arctg} \frac{2,74}{3,14} = 42^\circ$

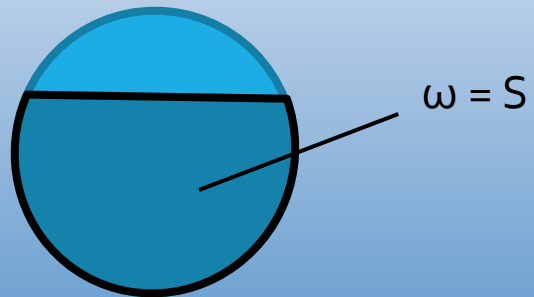


# Тема 5.

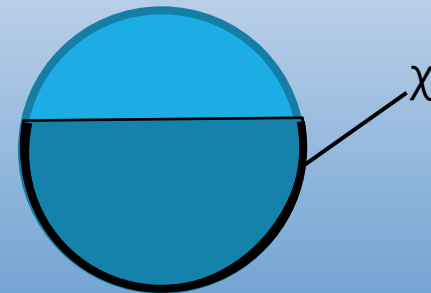
## Уравнение Бернулли для вязкой (реальной) жидкости

# Основные параметры потока

Живое сечение ( $\omega$ ), [м<sup>2</sup>]



Смоченный периметр ( $\chi$ ), [м]



Гидравлический радиус ( $R$ ),  
[м].  $R = \omega/\chi$

Расход ( $Q$ ), [м<sup>3</sup>/с, м<sup>3</sup>/ч, л/с,  
л/ч] – количество жидкости,  
протекающее в единицу  
времени через живое  
сечение потока.  $Q = v\omega$ , где  $v$   
– скорость движения потока [м/с]



# Основные уравнения динамики

## 1. Уравнение Бернулли.

$$z_1 + \frac{P_1}{\rho g} + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{P_2}{\rho g} + \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} + \sum h, \text{ [м]}, \text{ где:}$$

$z$  – отметка выбранного сечения относительно заданной оси (геодезический напор);

$\frac{P}{\rho g}$  – пьезометрический напор ( $P$  – избыточное давление в сечении);

$\frac{\alpha v^2}{2g}$  – скоростной напор ( $v$  – скорость в направлении, перпендикулярном сечению); кинетическая энергия потока

$\alpha$  – коэффициент Кориолиса. (Определяется в зависимости от режима движения жидкости);

$z + \frac{P}{\rho g}$  – потенциальная энергия потока (пьезометрическая линия);

$z + \frac{P}{\rho g} + \frac{\alpha v^2}{2g}$  – напорная линия;

$\sum h$  – потери напора по ходу движения жидкости за счет гидравлических сопротивлений:

$$\sum h = h_l + h_m$$

# Основные уравнения динамики

Режимы движения жидкости  
 $Re =$  (число Рейнольдса)  
– коэффициент кинематической вязкости

$h_m$  – местные потери напора (на поворотах, при изменении  $d$  трубы, при входе и выходе из трубопровода в резервуар, на задвижках и т.д.)  
 $h_m = \zeta \frac{v^2}{2g}$ , где:  
 $\zeta$  – коэффициент местного сопротивления

1)  $Re \geq 2320$  \*  
(турбулентный):

Ламинарный  
 $Re < 2320$   
 $\alpha = 2$

Турбулентный  
 $Re \geq 2320$   
 $\alpha = 1$

2320 – критическое значение  $Re$

$\Delta z$  – эквивалентная шероховатость.

а) область гидравлически гладких труб:  
 $Re \leq$   
 $\lambda =$

б) переходная область:  
 $< Re <$   
 $\lambda = 0,11$

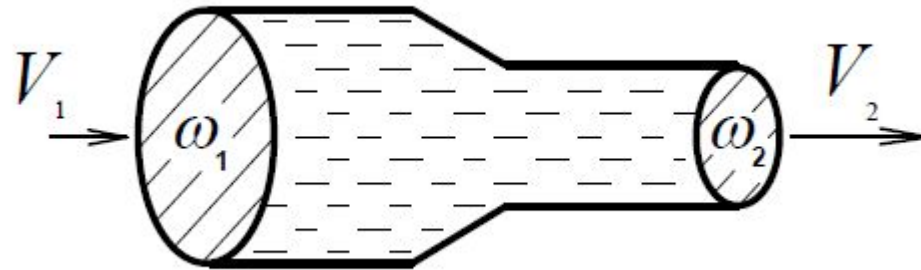
в) область гидравлически шероховатых труб:  
 $Re \geq$   
 $\lambda = 0,11$

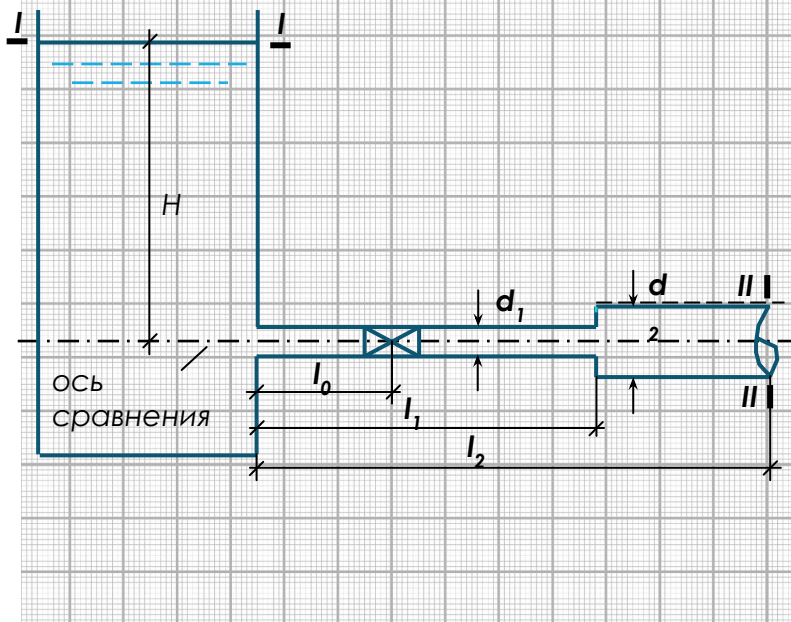
\* Если: 1) мы не знаем материал труб и не можем определить  $\Delta z$ ;  
2) нам неизвестна  $t$  жидкости и мы не можем определить  $\eta$ ,  
то вне зависимости от режима движения:  
 $\lambda = \frac{0,021}{d^{0,3}}$

# Основные уравнения динамики

2. Уравнение неразрывности движения жидкости.

$$Q_1 = Q_2 = \dots = Q_n$$
$$\omega_1 v_1 = \omega_2 v_2 = \dots = \omega_n v_n$$





Определить напор в резервуаре  $H$  и расход воды  $Q$  ( $t = 15^\circ\text{C}$ ), протекающий по трубопроводу из чугуна, имеющего переменное сечение:  $d_1 = 100$  мм,  $d_2 = 120$  мм, Общая длина трубопровода  $l_2 = 100$  м. Длина участка меньшего диаметра  $l_1 = 70$  м, причем на расстоянии  $l_0 = 30$  м от начала участка трубопровода имеется задвижка, наполовину закрытая. Скорость потока на выходе из трубы  $v_2 = 1$  м/с.

Задача

## Дано:

$t_B = 15^\circ\text{C}$   
 $\eta = 1,15 \cdot 10^{-6}$  м<sup>2</sup>/с  
 чугун  
 $\Delta\varepsilon = 0,5$  мм  
 $d_1 = 100$  мм  
 $d_2 = 120$  мм  
 $l_2 = 100$  м  
 $l_1 = 70$  м  
 $l_0 = 30$  м  
 задвижка закрыта на  $\frac{1}{2}$   
 $v_2 = 1$  м/с  
 $Q - ?$   
 $H - ?$

## Решение

- Отмечаем на рисунке сечения I-I (на поверхности жидкости в баке) и II-II (на конце трубопровода).
- Отмечаем на рисунке горизонтальную ось сравнения (по оси трубопровода).
- Записываем уравнение Бернулли для выбранных сечений:

$$z_I + \frac{P_I}{\rho g} + \frac{\alpha_I v_I^2}{2g} = z_{II} + \frac{P_{II}}{\rho g} + \frac{\alpha_{II} v_{II}^2}{2g} + \sum h$$

$$z_I = H; P_I = 0; v_I = 0; z_{II} = 0; P_{II} = 0; \alpha_{II} = 1; v_{II} = 1;$$

$$\sum h = h_{\text{вх}} + h_{l_0} + h_{\text{звд}} + h_{(I-I_0)} + h_{\text{расш}} + h_{(I_1-I_2)}$$

- Перепишем уравнение Бернулли найденными значениями:

$$H + 0 + 0 = 0 + 0 + \frac{\alpha_{II} v_{II}^2}{2g} + \sum h; H = \frac{v_{II}^2}{2g} + h_{\text{вх}} + h_{l_0} + h_{\text{звд}} + h_{(I-I_0)} + h_{\text{расш}} + h_{(I_1-I_2)}$$

- Далее определяем число Рейнольдса для каждого участка трубопровода:  $Re_1$  и  $Re_2$ :

$$Re_2 = \frac{v_2 d_2}{\eta} - \text{необходимо определить } v_2.$$

$$\text{Из условия неразрывности жидкости: } Q = \omega_1 v_1 \rightarrow$$

$$Q = \frac{\pi d_1^2}{4} \cdot v_2 = \frac{3,14 \cdot 0,1^2}{4} \cdot 1 = 0,00785 \text{ м}^3/\text{с}.$$

$$v_1 = \frac{4Q}{\pi d_1^2} = \frac{4 \cdot 0,00785}{3,14 \cdot 0,1^2} = 1,0 \text{ м/с}.$$

Теперь находим  $Re_1$ ,  $Re_2$ :

$$Re_1 = \frac{v_1 d_1}{\eta} = \frac{1,0 \cdot 0,1}{1,15 \cdot 10^{-6}} = 86956 > 2320$$

турб. реж.,  $\alpha = 1$ .

$$Re_2 = \frac{v_2 d_2}{\eta} = \frac{1 \cdot 0,12}{1,15 \cdot 10^{-6}} = 104348 > 2320$$

турб. реж.,  $\alpha = 1$ .

- Определяем области труб, чтобы посчитать коэффициент Дарси ( $\lambda$ ):

$$\text{1-ый участок: проверяем условие гидравлически шероховатых труб: } Re_1 \geq \frac{500 \cdot d_1}{\Delta\varepsilon}; \frac{500 \cdot 0,1}{0,5 \cdot 10^{-3}} = 100000;$$

$$\text{2-ой участок: проверяем условие гидравлически шероховатых труб: } Re_2 \geq \frac{500 \cdot d_2}{\Delta\varepsilon}; \frac{500 \cdot 0,12}{0,5 \cdot 10^{-3}} = 120000;$$

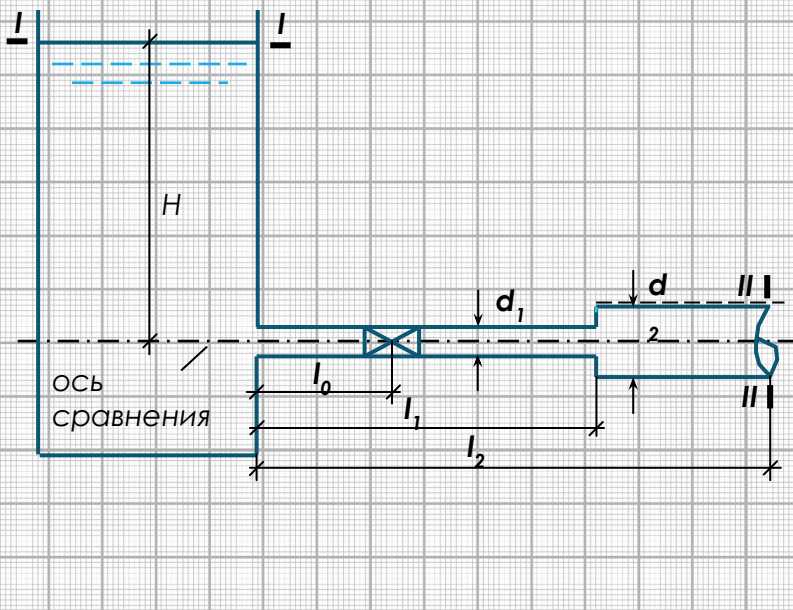
$$\text{проверяем условие переходной области: } \frac{20 \cdot d_2}{\Delta\varepsilon} < Re_2 < \frac{500 \cdot d_2}{\Delta\varepsilon}; \frac{20 \cdot 0,12}{0,5 \cdot 10^{-3}} = 4800; 4800 < Re_2 < 120000$$

- Исходя из найденной области труб, определяем коэффициент Дарси:

$$\lambda_1 = 0,11 \left( \frac{\Delta\varepsilon}{d_1} \right)^{0,25} = 0,11 \left( \frac{0,5 \cdot 10^{-3}}{0,1} \right)^{0,25} = 0,029;$$

$$\lambda_2 = 0,11 \left( \frac{68}{Re_2} + \frac{\Delta\varepsilon}{d_2} \right)^{0,25} = 0,11 \left( \frac{68}{104348} + \frac{0,5 \cdot 10^{-3}}{0,12} \right)^{0,25} = 0,029.$$





## Дано:

$t_B = 15^\circ\text{C}$   
 $\eta = 1,15 \cdot 10^{-6}$   
 $\text{м}^2/\text{с}$   
 чугун  
 $\Delta \varepsilon = 0,5 \text{ мм}$   
 $d_1 = 100 \text{ мм}$   
 $d_2 = 120 \text{ мм}$   
 $l_2 = 100 \text{ м}$   
 $l_1 = 70 \text{ м}$   
 $l_0 = 30 \text{ м}$   
 задвижка  
 закрыта на  $\frac{1}{2}$   
 $v_2 = 1 \text{ м/с}$   
 $Q - ?$   
 $H - ?$

Определить расход воды  $Q$  ( $t = 15^\circ\text{C}$ ), протекающий по трубопроводу из чугуна, имеющего переменное сечение:  $d_1 = 100 \text{ мм}$ ,  $d_2 = 120 \text{ мм}$ . Общая длина трубопровода  $l_2 = 100 \text{ м}$ . Длина участка меньшего диаметра  $l_1 = 70 \text{ м}$ , причем на расстоянии  $l_0 = 30 \text{ м}$  от начала участка трубопровода имеется задвижка, наполовину закрытая. Скорость потока на выходе из трубы  $v_2 = 1 \text{ м/с}$ . Построить напорную и пьезометрическую линии и определить напор в резервуаре  $H$ .

## Решение

8. Считаем значения скоростного напора:

$$\frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} = \frac{1 \cdot 1,44^2}{19,6} = 0,106 \text{ м} \quad \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} = \frac{1 \cdot 1^2}{19,6} = 0,051 \text{ м}$$

9. Определяем потери напора:

$$h_{\text{вх}} = \zeta_{\text{вх}} \frac{v_1^2}{2g} = 0,5 \cdot 0,106 = 0,05 \text{ м.}$$

$$h_{(I-I-0)} = \lambda_1 \cdot \frac{l_1 - l_0}{d_1} \cdot \frac{v_1^2}{2g} = 0,029 \cdot \frac{40}{0,1} \cdot 0,106 = 1,23 \text{ м.}$$

$$h_{l_0} = \lambda_1 \cdot \frac{l_0}{d_1} \cdot \frac{v_1^2}{2g} = 0,029 \cdot \frac{30}{0,1} \cdot 0,106 = 0,92 \text{ м.}$$

$$h_{\text{расш}} = \left( \frac{\omega_2}{\omega_1} - 1 \right)^2 \cdot \frac{v_2^2}{2g} = \left( \frac{d_1^2}{d_2^2} - 1 \right)^2 \cdot 0,051 = 0,01 \text{ м.}$$

$$h_{\text{зад}} = \zeta_{\text{зад}} \frac{v_1^2}{2g} = 2,06 \cdot 0,106 = 0,22 \text{ м.}$$

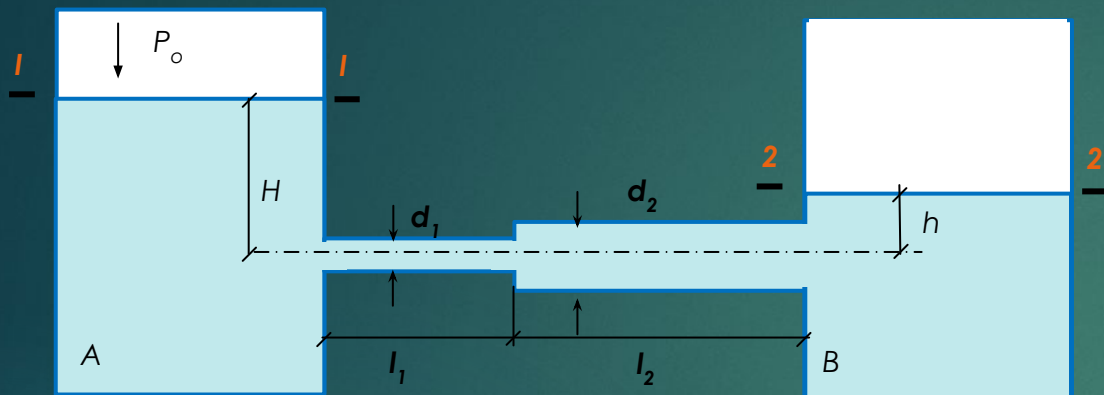
$$h_{(II-II)} = \lambda_2 \cdot \frac{l_2 - l_1}{d_2} \cdot \frac{v_2^2}{2g} = 0,029 \cdot \frac{100 - 70}{0,12} \cdot 0,051 = 0,37 \text{ м.}$$

10. Считаем значения напора  $H$ :

$$H = \frac{l^2}{19,6} + 0,05 + 0,92 + 0,22 + 1,23 + 0,01 + 0,37 = 2,85 \text{ м.}$$

# Задача 2

Резервуары А и В соединены горизонтальной новой чугунной трубой переменного сечения:  $l_1=10$  м,  $d_1=50$  мм,  $l_2= 6$  м,  $d_2=100$  мм. Напор воды в резервуаре А при  $t^0_B=15^\circ\text{C}$   $H=8$  м. Определить расход воды в трубопроводе, если манометрическое давление  $P_0=0,2$  МПа и  $h=2$  м.



чугун  
 $\Delta\varepsilon = 0,5$  мм  
 $l_1 = 10$  м  
 $d_1 = 50$  мм  
 $l_2 = 6$  м  
 $d_2 = 100$  мм  
 $t_B = 15^\circ\text{C}$   
 $\eta = 1,15 \cdot 10^{-6}$  м<sup>2</sup>/с  
 $H = 8$  м  
 $h = 2$  м  
 $P_0 = 0,2$  МПа  


---

 $Q - ?$

Решение:

- На рисунке показываем сечения 1-1 и 2-2 на поверхности воды в резервуарах.
- Ось сравнения выбираем по оси трубопровода, т.к. он горизонтальный
- Записываем уравнение Бернулли для выбранных сечений:

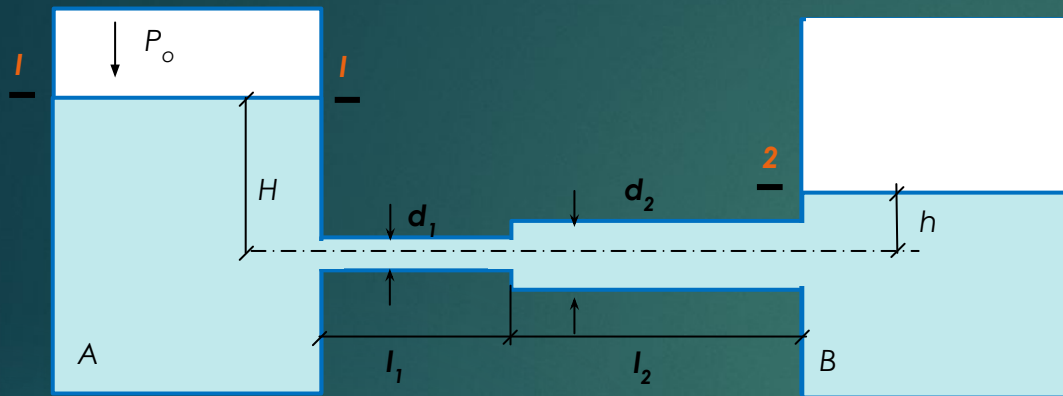
$$z_1 + \frac{P_1}{\rho g} + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{P_2}{\rho g} + \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} + \Sigma h$$

$$z_1 = H, P_1 = P_0, v_1 = 0, z_2 = h, P_2 = 0, v_2 = 0$$

$$H + \frac{P_0}{\rho g} = h + h_{\text{вх}} + h_{l1} + h_{\text{пас}} + h_{l2} + h_{\text{вых}}$$

$$H + \frac{P_0}{\rho g} - h = \zeta_{\text{вх}} \frac{v_1^2}{2g} + \lambda_1 \cdot \frac{l_1}{d_1} \cdot \frac{v_1^2}{2g} + \left(1 - \frac{d_1^2}{d_2^2}\right)^2 \frac{v_1^2}{2g} + \lambda_2 \cdot \frac{l_2}{d_2} \cdot \frac{v_2^2}{2g} + \zeta_{\text{вых}} \frac{v_2^2}{2g}$$

$$H + \frac{P_0}{\rho g} - h = 8 + \frac{0,2 \cdot 10^6}{10^3 \cdot 9,81} - 2 = 26,4$$



Резервуары А и В соединены горизонтальной новой чугунной трубой переменного сечения:  $l_1=10$  м,  $d_1=50$  мм,  $l_2=6$  м,  $d_2=100$  мм. Напор воды в резервуаре А при  $t^0_B=15$  °С  $H=8$  м. Определить расход воды в трубопроводе, если манометрическое давление  $P_0=0,2$  Мпа и  $h=2$  м.

Решение:

- Выразим скорость  $v_2$  через  $v_1$  и подставим в упрощённое уравнение Бернулли:

$$\omega_1 v_1 = \omega_2 v_2 \rightarrow v_2 = v_1 \cdot \frac{d_1^2}{d_2^2}$$

$$26,4 = \frac{v_1^2}{2g} \cdot [\zeta_{\text{вх}} + \lambda_1 \cdot \frac{l_1}{d_1} + (1 - \frac{d_1^2}{d_2^2})^2 + \lambda_2 \cdot \frac{l_2}{d_2} \cdot \frac{d_1^4}{d_2^4} + \zeta_{\text{вых}} \frac{d_1^4}{d_2^4}]$$

2 - Задаемся областью гидравлически шероховатых труб и считаем коэффициенты Дарси для 1-го и 2-го участков:

$$\lambda_1 = 0,11 \left( \frac{\Delta \varepsilon}{d_1} \right)^{0,25} = 0,11 \left( \frac{0,5 \cdot 10^{-3}}{0,05} \right)^{0,25} = 0,035$$

$$\lambda_2 = 0,11 \left( \frac{\Delta \varepsilon}{d_2} \right)^{0,25} = 0,11 \left( \frac{0,5 \cdot 10^{-3}}{0,1} \right)^{0,25} = 0,029$$

- Решаем уравнение:

$$26,4 = \frac{v_1^2}{2g} \cdot [0,5 + 0,035 \cdot \frac{10}{0,05} + (1 - \frac{0,05^2}{0,1^2})^2 + 0,029 \cdot \frac{6}{0,1} \cdot \frac{0,05^4}{0,1^4} + 1 \cdot \frac{0,05^4}{0,1^4}]$$

$$= 8,23 \cdot \frac{v_1^2}{2g}$$

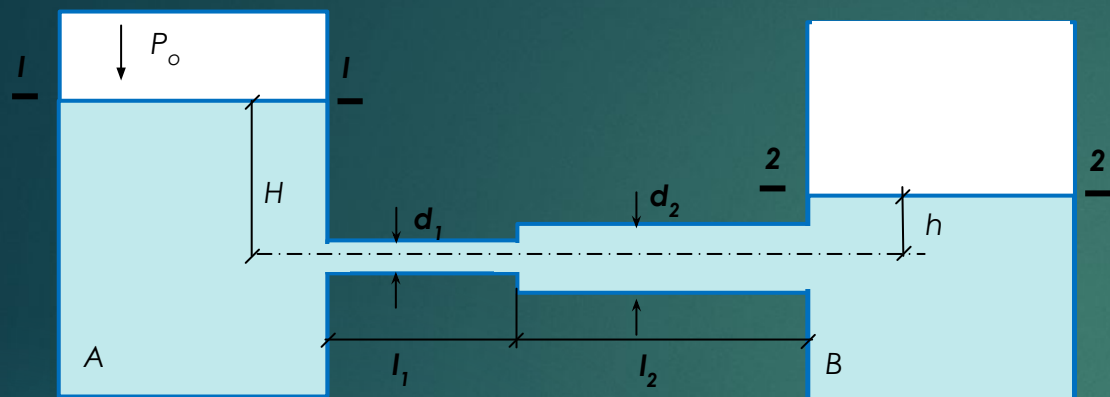
$$\rightarrow \frac{v_1^2}{2g} = \frac{26,4}{8,23} = 3,20 \text{ м} \rightarrow v_1 = \sqrt{19,6 \cdot 3,2} = 7,99 \text{ м/с}$$

- Проверяем выполнение условия области гидравлически шероховатых труб на 1-м участке:

$$Re \cdot \frac{\Delta \varepsilon}{d_1} = \frac{v_1 d_1}{\eta} \cdot \frac{\Delta \varepsilon}{d_1} = \frac{v_1 \cdot \Delta \varepsilon}{\eta} = \frac{7,99 \cdot 0,5 \cdot 10^{-3}}{1,15 \cdot 10^{-6}} = 3474 > 500$$

Область выбрана верно





Резервуары А и В соединены горизонтальной новой чугунной трубой переменного сечения:  $l_1=10$  м,  $d_1=50$  мм,  $l_2=6$  м,  $d_2=100$  мм. Напор воды в резервуаре А при  $t^0_B=15$  °С  $H=8$  м. Определить расход воды в трубопроводе, если манометрическое давление  $P_0=0,2$  Мпа и  $h=2$  м.

Решение:

- Считаем скорость  $v_2$  и проверяем выполнение условия области гидравлически шероховатых труб на 2-м участке

$$v_2 = v_1 \cdot \frac{d_1^2}{d_2^2} = 7,99 \cdot \frac{0,05^2}{0,1^2} = 2 \text{ м/с}$$

$$Re \cdot \frac{\Delta \varepsilon}{d_2} = \frac{v_2 d_2 \cdot \Delta \varepsilon}{\eta d_2} = \frac{v_2 \cdot \Delta \varepsilon}{\eta} = \frac{2 \cdot 0,5 \cdot 10^{-3}}{1,15 \cdot 10^{-6}} = 869 > 500$$

Область выбрана верно. Следовательно, коэффициенты Дарси посчитаны правильно.

Скоростной напор на 2-м участке  $\frac{v_2^2}{2g} = \frac{2^2}{19,6} = 0,2$  м

- Определяем расход

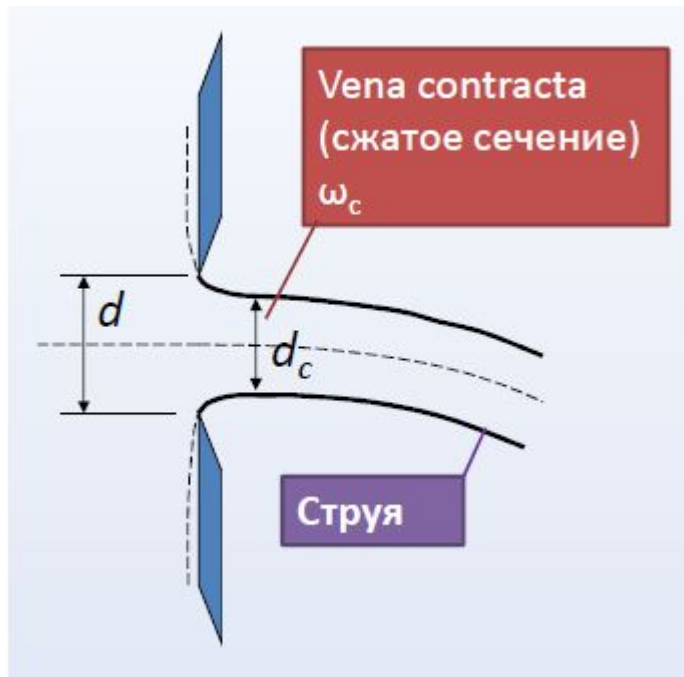
$$Q = \frac{\pi d_1^2}{4} \cdot v_1 = \frac{3,14 \cdot 0,05^2}{4} \cdot 7,99 = 0,016 \text{ м}^3/\text{с} = 16 \text{ л/с}$$





# Тема 6. Истечение жидкости через отверстия и насадки

# ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ



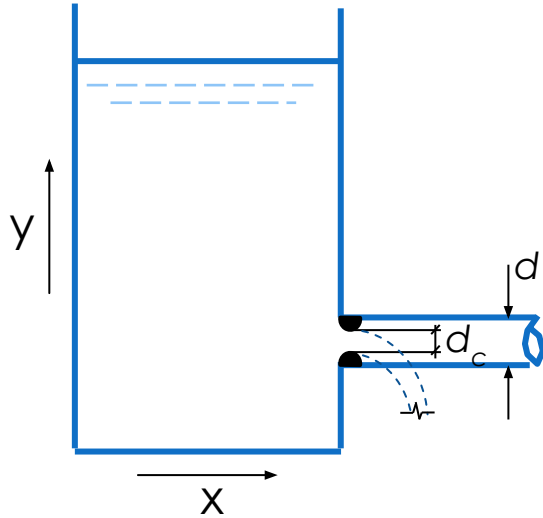
В разделе рассматриваются случаи малых отверстий и тонкой стенки

Стенка считается тонкой, если вытекающая струя соприкасается лишь с кромкой отверстия, обращенной внутрь сосуда, и не касается боковой поверхности отверстия. Толщина стенки не более  $2 \div 2,5 d$

При прохождении жидкости через отверстие или внутри насадка происходит сжатие струи, то есть уменьшение диаметра. Ее минимальный диаметр будет на некотором расстоянии (примерно  $0,5d$ ) за отверстием.

Коэффициент сжатия  $\varepsilon = \frac{\omega_c}{\omega}$ , где  $\omega_c$  - площадь сжатого сечения,  
 $\omega$  - площадь сечения

# Насадки



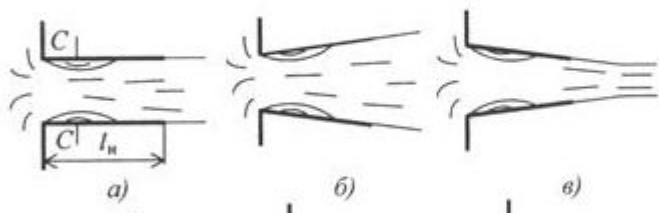
Насадок – прикрепленный к отверстию патрубок (маленький кусок трубы), длина которого  $l \leq 3 \div 4 d$

Струя жидкости после вхождения в насадок через простое круглое отверстие, подвергается сжатию ( $d_c \approx 0,8d$ ), а потом расширяется и заполняет все сечение. Коэффициент сжатия  $\varepsilon = 1$

По распоряжению насадки бывают внешние и внутренние.

Классификация по форме приведена на рисунке

*a* - цилиндрический внешний; *б* - конический расходящийся; *в* - конический сходящийся; *г* - цилиндрический внутренний; *д* - коноидальный; *е* - комбинированный.



## Характеристики отверстия и различных насадков:

	Отверстие	Внешний цилиндрический насадок	Внутренний цилиндрический насадок	Конически сходящийся насадок	Конически расходящийся насадок	Конический насадок
Коэффициент сжатия $\epsilon$	0,64	1	1	0,98	1	1
Коэффициент скорости $\phi$	0,97 - 0,98	0,82	0,71	0,94	0,45 - 0,5	0,97
Коэффициент расхода $\mu$	0,62	0,82	0,71	0,94	0,45 - 0,5	0,97
Коэффициент сопротивления $\zeta$	0,06	0,48	0,98	0,08	3,0 - 3,94	0,06

# 1. Скорость истечения

$$1. v = \varphi \sqrt{2gH_0}, \text{ где:}$$

$\varphi$  – коэффициент скорости;

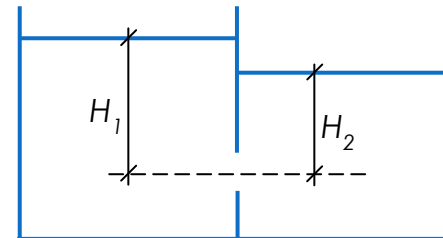
$$H_0 - \text{напор истечения: } H_0 = H + \frac{P_0 - P}{\rho g},$$

$(P_0 - P)$  – разница давлений в резервуаре и снаружи,

$H$  – напор (слой вышележащей жидкости)\*.

\* Если истечение происходит не в газ, а в другую жидкость, то:

$$H = H_1 - H_2$$





2. Расход жидкости через отверстие или насадок.

3. Скорость опорожнения

$$2. Q = \mu \omega \sqrt{2gH_0}, \text{ где:}$$

$\mu$  – коэффициент расхода

$\omega$  – площадь сечения

$$3. t_{\text{оп}} = \frac{2W}{Q_1}, \text{ где:}$$

$W$  – начальный объем жидкости в резервуаре;

$Q_1$  – расход жидкости через отверстие в начальный момент времени.

# Типы задач

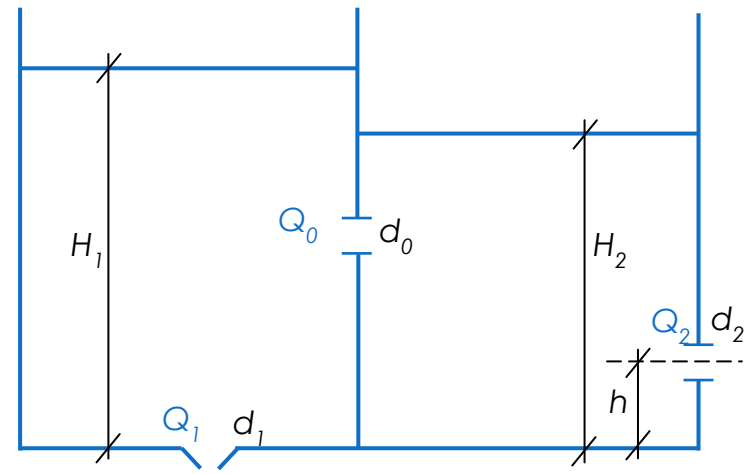
При постоянном напоре  
 $H$

$$\sum Q_{\text{вх}} = \sum Q_{\text{вых}}$$

При переменном  
напоре  $H$

$$\sum Q_{\text{вх}} \neq \sum Q_{\text{вых}}$$

(задачи на определение  $t_{\text{оп}}$ )



Резервуар разделен тонкой стенкой, в которой имеется круглое отверстие диаметром  $d_0 = 30$  мм. Диаметр конически сходящегося насадка, через который вытекает вода из первого отсека  $d_1 = 15$  мм; диаметр внешнего цилиндрического насадка, через который вытекает вода из второго отсека  $d_2 = 20$  мм. Определить расход воды из бака  $Q$  и глубину  $H_2$  во втором отсеке, если глубина воды в первом отсеке  $H_1 = 1,25$  м, а расстояние от дна до центра цилиндрического насадка  $h = 0,2$  м. Движение воды в резервуаре установившееся.

## Задача

### Дано:

$$d_0 = 30$$

мм

$$d_1 = 15$$

мм

$$d_2 = 20$$

мм

$$H_1 = 1,25$$

м

$$h = 0,2$$

м

$$Q = ?$$

$$H_2 = ?$$

### Решение

Исходя из того, что движение установившееся, следует:  $Q = Q_1 + Q_2$  и  $Q_0 = Q_2$ .

$Q_0 = Q_2$ : распишем, чему равняется  $Q_0 = Q_2$ .

$$Q_0 = \mu_0 \omega_0 \sqrt{2gH_0} = 0,62 \frac{\pi d_0^2}{4} \sqrt{2g(H_1 - H_2)}$$

$$Q_2 = \mu_2 \omega_2 \sqrt{2gH_0} = 0,82 \frac{\pi d_2^2}{4} \sqrt{2g(H_2 - h)}$$

$$\text{Уравниваем их: } 0,62 \cdot d_0^2 \sqrt{(H_1 - H_2)} = 0,82 \cdot d_2^2 \sqrt{(H_2 - h)}$$

$$\text{Подставляем значения: } 0,62 \cdot (0,03)^2 \sqrt{(1,25 - H_2)} = 0,82 \cdot (0,02)^2 \sqrt{(H_2 - 0,2)}$$

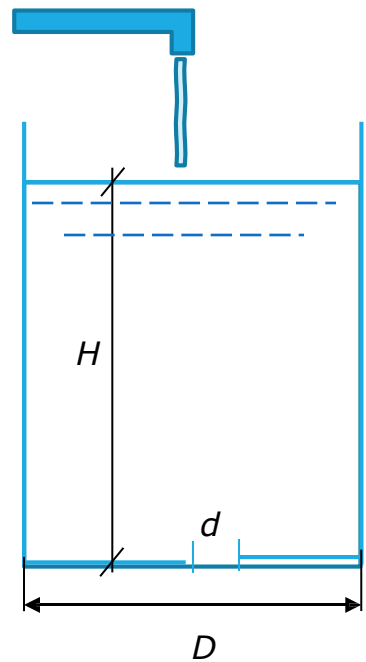
$$\text{Выражаем } H_2: \sqrt{(1,25 - H_2)} = 0,588 \sqrt{(H_2 - 0,2)}; \quad 1,25 - H_2 = 0,346 (H_2 - 0,2); \\ 1,25 - H_2 = 0,346 H_2 - 0,069; \quad H_2 = 0,98 \text{ м.}$$

$$\text{Распишем и посчитаем, чему равняется } Q_1: Q_1 = \mu_1 \omega_1 \sqrt{2gH_0} = 0,94 \frac{\pi d_1^2}{4} \sqrt{2gH_1} = \\ = 0,94 \frac{3,14 \cdot (0,015)^2}{4} \sqrt{19,6 \cdot 1,25} = 0,00082 \text{ м}^3/\text{с} = 0,82 \text{ л/с.}$$

$$\text{Считаем } Q_2: Q_2 = 0,82 \frac{3,14 (0,02)^2}{4} \sqrt{19,6 (0,98 - 0,2)} = 0,001 \text{ м}^3/\text{с} = 1 \text{ л/с.}$$

$$\text{Считаем, чему равняется } Q: Q = Q_1 + Q_2 = 0,82 + 1 = 1,82 \text{ л/с.}$$





В вертикальный цилиндрический сосуд диаметром  $D=1$  м поступает вода из крана с расходом  $Q$ , которая затем вытекает через малое отверстие в дне сосуда при глубине воды в нем  $H=1,5$  м. Определить расход  $Q$  и диаметр отверстия, если после закрытия крана сосуд опорожняется за 19 минут

Дано:

$D = 1$  м  
 $H = 1,5$  м  
 $t_{оп} = 19$  мин  
 $Q = ?$   
 $d = ?$

Решение

Время опорожнения сосуда при переменном напоре в 2 раза больше времени наполнения того же сосуда при постоянном напоре, т.е.

$t_{оп} = \frac{2W}{Q}$ , где  $W$  – начальный объем воды в сосуде. Сосуд имеет форму цилиндра  $W = \frac{\pi D^2}{4} \cdot H$

$$Q = \frac{2\pi \cdot D^2 \cdot H}{4 \cdot t_{оп}} = \frac{3,14 \cdot 1^2 \cdot 1,5}{2 \cdot 19 \cdot 60} = 0,039 \text{ м}^3/\text{с} = 39 \text{ л/с}$$

Диаметр отверстия найдем из уравнения расхода жидкости,

вытекающей из отверстия:  
 $Q = \mu \omega \sqrt{2 g H} = \mu \cdot \frac{\pi d^2}{4} \sqrt{2 g H}$

$$\rightarrow d = \sqrt{\frac{4Q}{\mu \pi \sqrt{2 g H}}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 0,039}{0,62 \cdot 3,14 \sqrt{19,6 \cdot 1,5}}} = 0,015 \text{ м} = 15 \text{ мм}$$

**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет



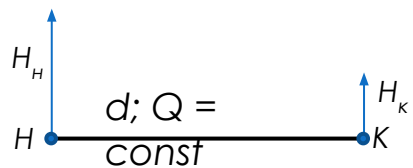
# Тема 7. Напорное движение в трубопроводах

# Классификация трубопроводов

Короткие	Длинные
<p>Трубопроводы, в которых преобладают местные потери (<math>h_m \geq 5-10\%</math> от всех потерь) называют <u>короткими</u>.</p> <p>При их расчете учитываются <math>h_m</math> и <math>h_l</math>.</p>	<p>Трубопроводы, в которых доля местных потерь мала (<math>h_m &lt; 5-10\%</math>), называют <u>длинными</u>.</p> <p>При их расчете учитывается только <math>h_l</math>.</p>

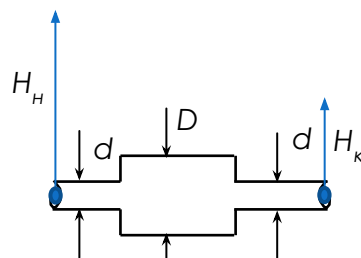
# Виды трубопроводов

## Простые

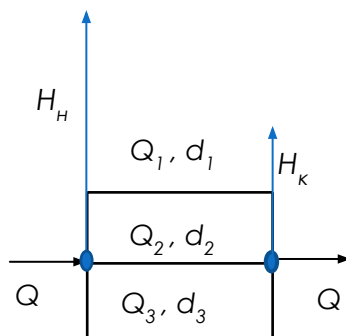


## Сложные

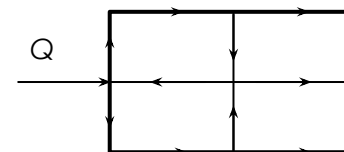
1) с последовательным соединением



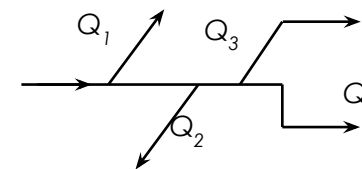
2) с параллельным соединением



3) кольцевые сети



4) разветвленные тупиковые

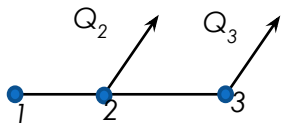


5) комбинированные (кольцевые + тупиковые)

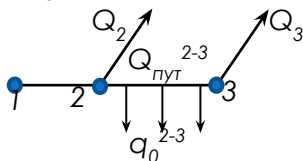
# Виды расходов

Для сетей главными являются две характеристики:  
расход  $Q$  и напор  $H$ .

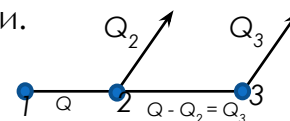
а) узловой (сосредоточенный) –  $Q_n$   
– это расход, отделяющийся или присоединяющийся в конкретной точке сети.



б) путевой (распределительный) –  $Q_{пут}$  – это расход, отбираемый из трубопровода непрерывно:  $Q_{пут} = q_0 \cdot l$ , где:  $q_0$  – удельный путевой расход.



в) транзитный – это часть расхода трубопровода, предназначенная для снабжения жидкостью последующих участков сети.

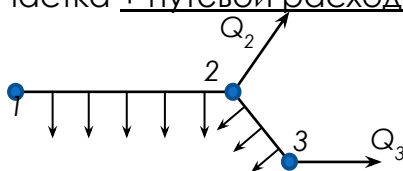


$Q_3$  – узловой расход для участка 2-3 и транзитный для участка 1-2.

г) расчетный – тот, по которому ведется гидравлический расчет:

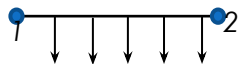
- если путевой расход находится на рассматриваемом участке, а после него есть еще расходы, расчетный расход будет находиться как сумма расходов после рассматриваемого участка + путевой расход на этом участке, определяемый по формуле  $0,55 \cdot q_0 \cdot l$ .

$$Q_{расч}^{1-2} = Q_2 + Q_3 + q_0^{2-3} \cdot l_{2-3} + 0,55 \cdot q_0^{1-2} \cdot l_{1-2}$$



- если путевой расход находится на рассматриваемом участке, а после него нет расходов, то расчетным расходом будет путевой расход на этом участке, определяемый по формуле  $0,58 \cdot q_0 \cdot l$ .

$$Q_{расч}^{1-2} = 0,58 \cdot q_0^{1-2} \cdot l_{1-2}$$



Формула напора  $H$ :

$$(z_H - z_K) + \left( \frac{P_H}{\rho g} - \frac{P_K}{\rho g} \right) = \sum h_l, \text{ где:}$$

$z$  – отметка оси трубопровода;

$\frac{P}{\rho g} = H$  – напор в сечении;

$\sum h_l$  – потери напора по длине.

Определение потерь напора по длине  $h_l$ :

Формула Шези:

$$h_l = \frac{Q^2}{K^2} \cdot l, \text{ где:}$$

$K$  – расходная характеристика

(Если скорость движения потока отличается от установленной, то:

$K = a \cdot K$ ,  $a$  – коэффициент пересчета).

Формула Дарси-Вейсбаха:

$$h_l = S_0 \cdot l \cdot Q^2, \text{ где:}$$

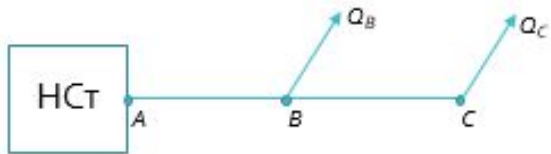
$S_0$  – удельное сопротивление трубопровода

**!** При параллельном соединении потери напора на линиях равны

Определение диаметра трубопровода  $d$ :

$$d = \sqrt{\frac{4Q}{\pi \cdot v_э}} = 1,13 \sqrt{\frac{Q}{v_э}}, \text{ где:}$$

$v_э$  – экономически выгодная скорость (0,7-1,5 м/с).



Вода подается по горизонтальному пластмассовому трубопроводу, состоящему из двух последующих участков:  $l_{AB} = 400$  м,  $l_{BC} = 300$  м,  $d_{AB} = 200$  мм,  $d_{BC} = 150$  мм. Расходы воды в точках:  $Q_B = 15$  л/с,  $Q_C = 12$  л/с, свободный напор в конце трубопровода  $H_{CB} = 16$  м. Определить необходимое давление в точке А, а также изменение давление при уменьшении расхода в точке С на 3 л/с и одновременном его увеличении в точке В на 3 л/с.

## Дано:

$$l_{AB} = 400 \text{ м}$$

$$l_{BC} = 300 \text{ м}$$

$$d_{AB} = 200$$

мм

$$d_{BC} = 150$$

мм

$$Q_B = 15 \text{ л/с}$$

$$Q_C = 12 \text{ л/с}$$

$$H_{CB} = 16 \text{ м}$$

$$P_A = ?$$

$$\Delta P_A = ?$$

$$(\text{если } Q_B + 3, \\ Q_C - 3)$$

## Решение

1. Записываем уравнение напора:  $(z_H - z_K) + \left(\frac{P_H}{\rho g} - \frac{P_K}{\rho g}\right) = \sum h_l$

Т.к. рельеф местности – равнина, отметки оси трубопровода будут на одном уровне, то  $(z_H - z_K) = 0$ . Напор в начальном сечении определяется как:  $H_H = \frac{P_A}{\rho g}$

, а в конечном – равен свободному напору в конце трубопровода:  $H_K = H_{CB} = 16$  м.

Потери напора по длине:  $\sum h_l = h_{IAB} + h_{IBC}$

2. Переписываем упрощенное уравнение:  $\frac{P_A}{\rho g} - H_{CB} = h_{IAB} + h_{IBC}$ .

3. Выражаем давление в точке А:  $P_A = (H_{CB} + h_{IAB} + h_{IBC}) \cdot \rho g$ .

4. Гидравлический расчет всегда ведется с последнего участка. Находим потери напора по длине участка ВС по формуле Дарси-Вейсбаха:  $h_{IBC} = S_{0BC} \cdot l_{BC} \cdot Q_{BC}^2$ .

Удельное сопротивление  $S_{0BC}$  зависит от скорости на участке ВС

$$Q_{BC} = Q_C = 12 \text{ л/с} = 0,012 \text{ м}^3/\text{с}. \quad v_{BC} = \frac{4Q_{BC}}{\pi d_{BC}^2} = \frac{4 \cdot 0,012}{3,14 \cdot 0,15^2} = 0,68 \text{ м/с}.$$

Исходя из скорости и диаметра на участке ВС находим:  $S_{0BC} = 21,76 \text{ с}^2/\text{м}^6$ .

$$h_{IBC} = 21,76 \cdot 300 \cdot 0,012^2 = 0,94 \text{ м}.$$

5. Потери напора по длине участка АВ по формуле Дарси-Вейсбаха:  $h_{IAB} = S_{0AB} \cdot l_{AB} \cdot Q_{AB}^2$ .

$$Q_{AB} = Q_B + Q_C = 15 + 12 = 27 \text{ л/с} = 0,027 \text{ м}^3/\text{с}. \quad v_{AB} = \frac{4Q_{AB}}{\pi d_{AB}^2} = \frac{4 \cdot 0,027}{3,14 \cdot 0,2^2} = 0,86 \text{ м/с}; \quad S_{0AB} = 3,46 \text{ с}^2/\text{м}^6$$

$$h_{IAB} = 3,46 \cdot 400 \cdot 0,027^2 = 1,01 \text{ м}.$$

6. Находим значение давления  $P_A$ :  $P_A = (16 + 0,94 + 1,01) \cdot 9,81 \cdot 1000 = 176 \text{ кПа}$ .

7. Решаем вторую часть задачи. Находим потери напора по длине участка ВС:

$$Q'_{BC} = Q_C - 3 = 12 - 3 = 9 \text{ л/с} = 0,009 \text{ м}^3/\text{с}. \quad v'_{BC} = \frac{4Q'_{BC}}{\pi d_{BC}^2} = \frac{4 \cdot 0,009}{3,14 \cdot 0,15^2} = 0,51 \text{ м/с}; \quad S'_{0BC} = 23,2 \text{ с}^2/\text{м}^6.$$

$$h'_{IBC} = 23,2 \cdot 300 \cdot 0,009^2 = 0,56 \text{ м}.$$

Т.к. суммарный расход на участке АВ не меняется, то потери напора по длине останутся прежними

8. Находим значение давления  $P'_A$ :  $(16 + 0,56 + 1,01) \cdot 9,81 \cdot 1000 = 172 \text{ кПа}$ .

9. Находим разницу давлений:  $\Delta P_A = 176 - 172 = 4 \text{ кПа}$ .