

Компьютерная арифметика

1

§ 29. Хранение в памяти вещественных чисел

Хранение вещественных чисел

С фиксированной запятой (в первых ЭВМ):

целая часть

дробная часть

0,000000000000000012345

1234500000000000000,0

⊖ для больших и маленьких чисел нужно масштабирование, которое выполнялось вручную и являлось источником ошибок

С плавающей запятой (автоматическое масштабирование):

$$A = \pm Z \cdot B^P$$

$$1,2345 \cdot 10^{-14}$$

$$1,2345 \cdot 10^{17}$$

знак

порядок P

значащая часть Z

положение
запятой

цифры числа

Хранение вещественных чисел

$$1,2345 = 0,12345 \cdot 10^1$$

$$1,2345 = 0,012345 \cdot 10^2$$

$$1,2345 = 123,45 \cdot 10^{-2}$$

$$1,2345 = 12345 \cdot 10^{-4}$$

$$1,2345 = 0,000012345 \cdot 10^5$$



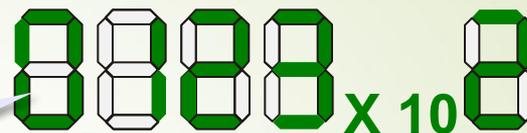
Представление числа с плавающей запятой не единственно!

Хранение вещественных чисел

Теоретически оптимальный вариант (целая часть = 0):

$$0,0012345 = 0,12345 \cdot 10^{-2}$$

$$12,345 = 0,12345 \cdot 10^2$$



всегда 0

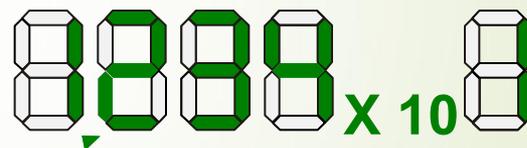
основание системы
счисления

⊖ один разряд расходуется впустую!

Экономный вариант (целая часть от 1 до B):

$$0,0012345 = 1,2345 \cdot 10^{-3}$$

$$12,345 = 1,2345 \cdot 10^1$$



⊕ повышение точности при конечном числе

В компьютере используется такое представление вещественных чисел с плавающей запятой, при котором значащая часть Z удовлетворяет условию $1 \leq Z < B$, где B — основание системы счисления. Такое представление называется **нормализованным**.

Нормализация

Нормализованная форма: значащая часть Z удовлетворяет условию $1 \leq Z < B$, где B – основание системы счисления (стандарт *IEEE 754*).

Пример:

$$17,25 = 10001,01_2 = 1,000101_2 \cdot 2^4$$

$$5,375 =$$

$$7,625 =$$

$$27,875 =$$

$$13,5 =$$

$$0,125 =$$

Двоичная значащая часть всегда 1, это «скрытая единица», которая в ОЗУ не хранится!

Диапазон вещественных чисел

тип	диапазон	число десятичных значащих цифр	размер (байт)
<i>single</i>	$1,4 \cdot 10^{-45} - 3,4 \cdot 10^{38}$	7-8	4
<i>double</i>	$4,9 \cdot 10^{-324} - 1,8 \cdot 10^{308}$	15-16	8
<i>extended</i>	$3,6 \cdot 10^{-4951} - 1,2 \cdot 10^{4932}$	19-20	10

Extended – тип для вычислений в сопроцессоре, единица в значащей части не скрывается.

Single, double – только для хранения.

Число обычной точности (*single*)

Закодируем число $-17,25$ в формате *single*

$$-17,25 = -10001,01_2 = -1,000101_2 \cdot 2^4$$

$$\text{Т.к. } 4_{10} = 100_2$$

$$-17,25 = -10001,01_2 = -1,000101_2 \cdot 2^{100}$$

Значащая часть $M = Z-1 = 0,0001010\dots 0$

Значащая часть вещественных чисел хранится **в прямом коде**

Число отрицательное, знаковый разряд равен 1

Как кодируется порядок? Порядок – целое число со знаком, применяется кодирование со смещением $P_d = P + d$ ($P_d > 0$)

Для типа *single* $d = 127_{10} = 7F_{16}$

Домашнее задание

Выучить п.29 Хранение в памяти вещественных чисел
(альтернатива – презентация)

Выполнить письменно № 2, №3, № 8 (ДЗ скинуть МЭЛ
в личку)

Идеи решения №2 – см. Слайд 4, №3, №8 – см. Слайд 8

2. Запишите в нормализованном виде следующие десятичные вещественные числа: $43 \cdot 10^{21}$; 1040; 1,5; 0,32; 0,0005; $0,34 \cdot 10^{-12}$.

3. Запишите в нормализованном виде следующие двоичные вещественные числа (значащая часть и порядок даны в двоичной системе счисления): $11 \cdot 2^{10100}$; 10110; 1,1; 0,101; 0,0001; $11,001 \cdot 2^{-1000}$. Обратите внимание на значение первого бита значащей части.

Запишите первые два числа в 4-х байтном формате хранения

8. Определите, какому десятичному значению соответствуют коды (тип *single*): $3FC00000_{16}$, $BFC00000_{16}$