

Закон Всемирного тяготения

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}, G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{кг}^2$$

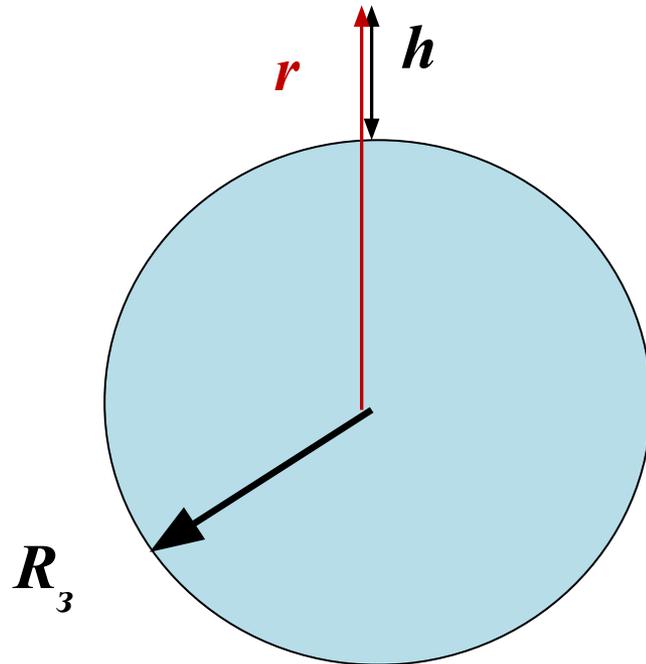
- Ускорение свободного падения вблизи поверхности Земли

$$R_3 = 6400 \text{ км} = 6,4 \cdot 10^6 \text{ м}$$

$$h \ll R_3, \quad F = G \frac{M_3 m}{R_3^2}$$

$$g = \frac{F}{m} = G \frac{M_3}{R_3^2}, \quad g \approx 10 \text{ м/с}^2$$

Ускорение свободного падения на высоте h (на расстоянии r от центра Земли)



$$g_h \text{ или } g_r, \quad r = R_3 + h$$

$$g_h = \frac{F_h}{m} = G \frac{M_3}{(R_3 + h)^2}$$

$$g_h = G \frac{M_3}{(R_3 + h)^2} = G \frac{M_3}{R_3^2} \frac{R_3^2}{(R_3 + h)^2} = g \frac{R_3^2}{(R_3 + h)^2}$$

$$= g \frac{1}{\left(1 + \frac{h}{R_3}\right)^2}$$

$$h = R_3, \quad g_h = \frac{g}{4}$$

1. Радиус планеты в 2 раза больше радиуса Земли, а масса в три раза больше ($R \uparrow 2$, $M \uparrow 3$). Как и во сколько раз отличается ускорение свободного падения вблизи поверхности планеты, от ускорения свободного падения вблизи поверхности Земли? Найти ускорение свободного падения вблизи поверхности планеты.

$$g_{\text{п}} = G \frac{M_{\text{п}}}{R_{\text{п}}^2} = G \frac{3M_{\text{з}}}{(2R_{\text{з}})^2} = \frac{3}{4}g = 7,5 \text{ м/с}^2$$

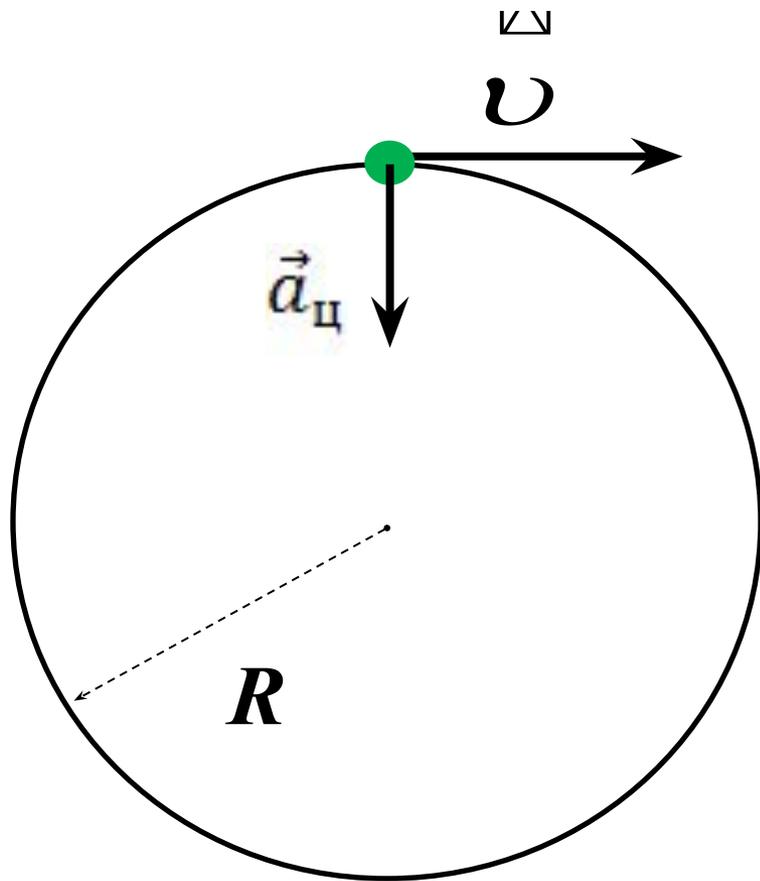
Ускорение свободного падения вблизи поверхности планеты в 1,33 раза меньше ускорения свободного падения вблизи поверхности Земли.

2. Радиус планеты в 2 раза меньше радиуса Земли, а масса в пять раз больше ($R \downarrow 2$, $M \uparrow 5$). Как и во сколько раз отличается сила тяжести на планете, от силы тяжести на Земле?

$$F_{\text{п}} = G \frac{M_{\text{п}}m}{R_{\text{п}}^2} = G \frac{5M_{\text{з}}m}{(R_{\text{з}})^2} = 20F_{\text{з}}$$

Сила тяжести на планете в 20 раз больше силы тяжести на Земле.

Равномерное движение по окружности



$$a_c = \frac{v^2}{R}$$

Закон Всемирного тяготения

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}, G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{кг}^2$$

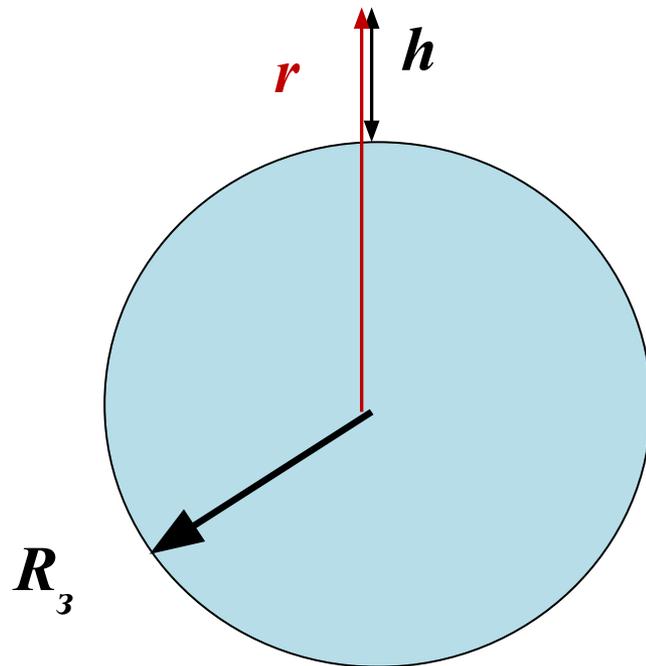
- Ускорение свободного падения вблизи поверхности Земли

$$R_3 = 6400 \text{ км} = 6,4 \cdot 10^6 \text{ м}$$

$$h \ll R_3, \quad F = G \frac{M_3 m}{R_3^2}$$

$$g = \frac{F}{m} = G \frac{M_3}{R_3^2}, \quad g \approx 10 \text{ м/с}^2$$

Ускорение свободного падения на высоте h (на расстоянии r от центра Земли)



$$g_h \text{ или } g_r, \quad r = R_3 + h$$

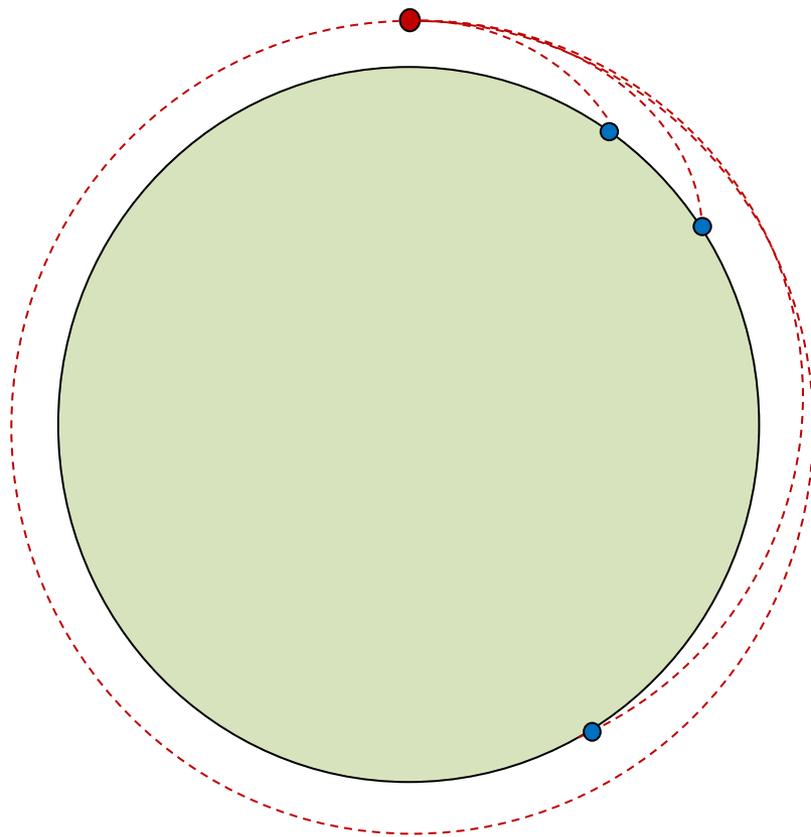
$$g_h = \frac{F_h}{m} = G \frac{M_3}{(R_3 + h)^2}$$

$$g_h = G \frac{M_3}{(R_3 + h)^2} = G \frac{M_3}{R_3^2} \frac{R_3^2}{(R_3 + h)^2} = g \frac{R_3^2}{(R_3 + h)^2}$$

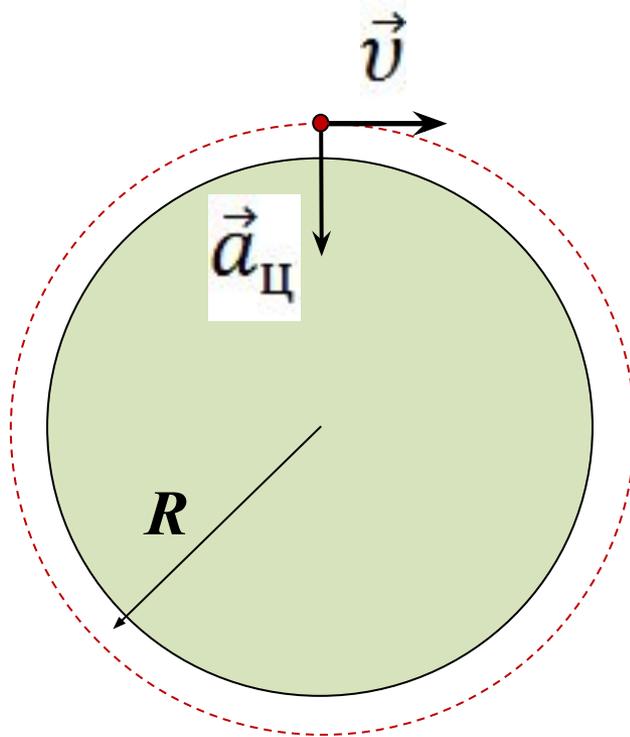
$$= g \frac{1}{\left(1 + \frac{h}{R_3}\right)^2}$$

$$h = R_3, \quad g_h = \frac{g}{4}$$

Движение тела брошенного горизонтально вблизи поверхности Земли



Движение ИСЗ по круговой орбите вблизи поверхности Земли



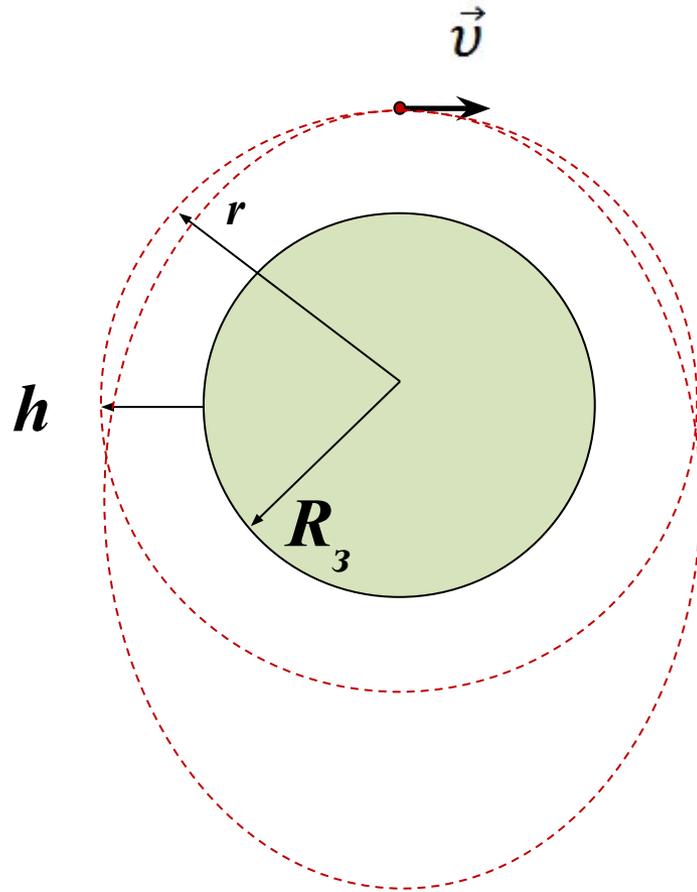
$$h \ll R$$

$$a_{\text{ц}} = g$$

$$v_{\text{I}} = \sqrt{gR_3}$$

$$v_{\text{I}} = 7,92 \text{ км/с}$$

Движение ИСЗ по орбите вокруг Земли



$$v = \sqrt{g_h \cdot r}$$

1) Вычислить ускорение свободного падения вблизи поверхности планеты. Масса планеты M , радиус R , гравитационная постоянная $6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{кг}^2$. Вычислить первую космическую скорость для планеты.

2) Вычислить первую космическую скорость для планеты 2, масса которой в n раза меньше (больше) массы планеты 1, а радиус в k раза больше (меньше).

3) Периоды обращения двух спутников планеты отличаются в n раз $T_1/T_2=n$. Как и во сколько раз отличаются радиусы их орбит? Как и во сколько раз отличаются их скорости?

4) Радиусы орбит двух спутников Земли отличаются в n раз $R_1/R_2=n$. Как и во сколько раз отличаются скорости спутников? Как и во сколько раз отличаются их периоды обращения?

5) Скорости движения двух спутников Земли отличаются в n раз $v_1/v_2=n$. Как и во сколько раз отличаются радиусы их орбит? Как и во сколько раз отличаются их периоды обращения?

Периоды обращения двух спутников планеты отличаются в n раз $T_1/T_2 = n$.

1. Как и во сколько раз отличаются радиусы их орбит?
2. Как и во сколько раз отличаются их скорости?

$$g_r = g\left(\frac{R}{r}\right)^2 \quad v_r = \sqrt{g_r r} \quad T = \frac{2\pi r}{v_r} \quad v_r = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2\pi g R^2}{T v_r^2}$$

$$T = \frac{2\pi r \sqrt{r}}{\sqrt{g R^2}} = \frac{2\pi}{\sqrt{g R^2}} \sqrt{r^3} \quad \frac{r_1}{r_2} = \sqrt[3]{\frac{T_1^2}{T_2^2}} = \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{2/3} = n^{2/3}$$

$$r = \frac{v_r^2}{g_r} = \frac{v_r^2}{g} \frac{r^2}{R^2} \quad v_r = \sqrt[3]{\frac{2\pi g R^2}{T}} \quad \frac{v_{r1}}{v_{r2}} = \sqrt[3]{\frac{T_2}{T_1}} = \frac{1}{\sqrt[3]{n}}$$

Периоды обращения двух спутников планеты отличаются в n раз $T_1/T_2=n$.
Как и во сколько раз отличаются радиусы их орбит?

ТЕОРИЯ:
$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2} \cdot a_{ц} = \frac{v^2}{r} \cdot a = \frac{F}{m} \cdot T = \frac{2\pi r}{v}$$

РЕШЕНИЕ:
$$g = G \frac{M}{R^2} \quad g_r = G \frac{M}{r^2} = G \frac{MR^2}{R^2 r^2} = g \frac{R^2}{r^2}$$

$$g_r = \frac{v_r^2}{r} = g \frac{R^2}{r^2} \quad v_r = \frac{2\pi r}{T}$$

$$\frac{4\pi^2 r^2}{rT^2} = g \frac{R^2}{r^2} \quad r^3 = g \frac{T^2 R^2}{4\pi^2}$$

$$r = \sqrt[3]{\frac{gT^2 R^2}{4\pi^2}}$$

$$\frac{r_1}{r_2} = \sqrt[3]{\frac{T_1^2}{T_2^2}}$$

Периоды обращения двух спутников планеты отличаются в n раз $T_1/T_2=n$.
Как и во сколько раз отличаются их скорости?

ТЕОРИЯ:

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2} \cdot a_{\text{ц}} = \frac{v^2}{r} \cdot a = \frac{F}{m} \cdot T = \frac{2\pi r}{v}$$

РЕШЕНИЕ:

$$g = G \frac{M}{R^2} \quad g_r = G \frac{M}{r^2} = G \frac{MR^2}{R^2 r^2} = g \frac{R^2}{r^2}$$

$$g_r = \frac{v_r^2}{r} = g \frac{R^2}{r^2} \quad v_r = \frac{2\pi r}{T}$$

$$r = g \frac{R^2}{v_r^2} \quad v_r = \frac{2\pi g R^2}{v_r^2 T} \quad v_r^3 = \frac{2\pi g R^2}{T}$$

$$v_r = \sqrt[3]{\frac{2\pi g R^2}{T}}$$

$$\frac{v_{r1}}{v_{r2}} = \sqrt[3]{\frac{T_2}{T_1}}$$