Преобразование выражения Asinx+Bcosx к виду Csin(x+t)

Струкова Наталья Федоровна,
учитель математики и информатики
высшей квалификационной категории.
МБОУ «СОШ № 13»,
г. Златоуст, Челябинская обл.

Задача 1

- Преобразуем выражение **Asinx+Bcosx**
- Пусть **$C^2=A^2+B^2$** , тогда $\boxed{C=\sqrt{A^2+B^2}}$

$$\left(\frac{A}{C}\right)^2+\left(\frac{B}{C}\right)^2=1, т.к. \frac{A^2}{C^2}+\frac{B^2}{C^2}=\frac{A^2+B_2}{C^2}=\frac{C^2}{C^2}=1$$

Зная, что $\sin^2 a + \cos^2 a = 1$, имеем:

$$\boxed{\frac{A}{C}=\cos t, \frac{B}{C}=\sin t}$$

Задача 1

- Учитывая это имеем:

$$A\sin x + B\cos x = C\left(\frac{A}{C}\sin x + \frac{B}{C}\cos x\right) =$$

$$C(\cos t\sin x + \sin t\cos x) = C\sin(x+t)$$

Итак, Asinx+Bcosx=Csin(x+t), где $C = \sqrt{A^2 + B^2}$

t= arcsinB/C

Пример 1

Решить уравнение: **3sinx+4cosx=5**

Решение:

$$\text{Имеем}, 3\sin x + 4\cos x = 5$$

$$C = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$$

$$5\left(\frac{3}{5}\sin x + \frac{4}{5}\cos x\right) = 5\sin(x+t) = 5$$

Решим уравнение 5sin(x+t)=5

sin(x+t)=1

$$x + t = \frac{\pi}{2} + 2\pi k$$

Ответ: $x = \frac{\pi}{2} - t + 2\pi k$, где t=arcsin $\frac{4}{5}$

Пример 2.

Преобразуем выражение 5sinx-12cosx

$$C = \sqrt{25+144} = 13$$

$$\textit{Имеем},\ ,5\sin x - 12\cos x =$$

$$13\left(\frac{5}{13}\sin x - \frac{12}{13}\cos x\right) = 13\sin(x-t)$$

$$t = \arcsin\frac{12}{13}$$