

# Преобразование выражения $A\sin x + B\cos x$ к виду $C\sin(x+t)$

Струкова Наталья Федоровна,  
учитель математики и информатики  
высшей квалификационной категории.

МБОУ «СОШ № 13»,  
г. Златоуст, Челябинская обл.

## Задача 1

- Преобразуем выражение  **$A\sin x + B\cos x$**

- Пусть  **$C^2 = A^2 + B^2$** , тогда  $C = \sqrt{A^2 + B^2}$

$$\left(\frac{A}{C}\right)^2 + \left(\frac{B}{C}\right)^2 = 1, \text{ т.к. } \frac{A^2}{C^2} + \frac{B^2}{C^2} = \frac{A^2 + B^2}{C^2} = \frac{C^2}{C^2} = 1$$

**Зная, что  $\sin^2 a + \cos^2 a = 1$ , имеем:**

$$\frac{A}{C} = \cos t, \frac{B}{C} = \sin t$$

## Задача 1

- УЧИТЫВАЯ ЭТО ИМЕЕМ:

$$A \sin x + B \cos x = C \left( \frac{A}{C} \sin x + \frac{B}{C} \cos x \right) =$$

$$C(\cos t \sin x + \sin t \cos x) = C \sin(x + t)$$

**Итак,  $A \sin x + B \cos x = C \sin(x + t)$ , где  $C = \sqrt{A^2 + B^2}$**

$$t = \arcsin B/C$$

## Пример 1

Решить уравнение:  $3\sin x + 4\cos x = 5$

Решение: *Имеем,  $3\sin x + 4\cos x = 5$*

$$C = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \quad 5\left(\frac{3}{5}\sin x + \frac{4}{5}\cos x\right) = 5\sin(x+t) = 5$$

Решим уравнение  $5\sin(x+t) = 5$

$$\sin(x+t) = 1$$

$$x + t = \frac{\pi}{2} + 2\pi k$$

Ответ:  $x = \frac{\pi}{2} - t + 2\pi k$ , где  $t = \arcsin \frac{4}{5}$

Пример 2.

Преобразуем выражение  **$5\sin x - 12\cos x$**

$$C = \sqrt{25 + 144} = 13$$

*Имеем,*  $5\sin x - 12\cos x =$

$$13\left(\frac{5}{13}\sin x - \frac{12}{13}\cos x\right) = 13\sin(x - t)$$

$$t = \arcsin \frac{12}{13}$$