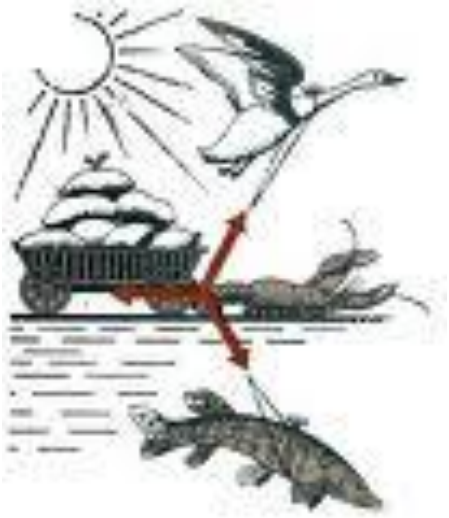


ДИНАМИКА в задачах

Полын С.А.

Содержание

1. Немного теории

2. План решения задач

3. Движение по горизонтали

4. Движение по вертикали

5. Наклонная плоскость

6. Задачки «на десерт»

переход к содержанию

Вспомним законы Ньютона

I закон: **Существуют такие системы отсчета, относительно которых поступательно движущееся тело сохраняет свою скорость постоянной, если на него не действуют другие тела или действия других тел скомпенсированы.**

Комментарии: если тело движется равномерно, это значит,
что равнодействующая сил, приложенных к телу, равна нулю

II закон: **Сила, действующая на тело, равна произведению массы тела на сообщаемое этой силой ускорение.**

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

Комментарии: $\vec{F}$ – это равнодействующая сил, приложенных к телу

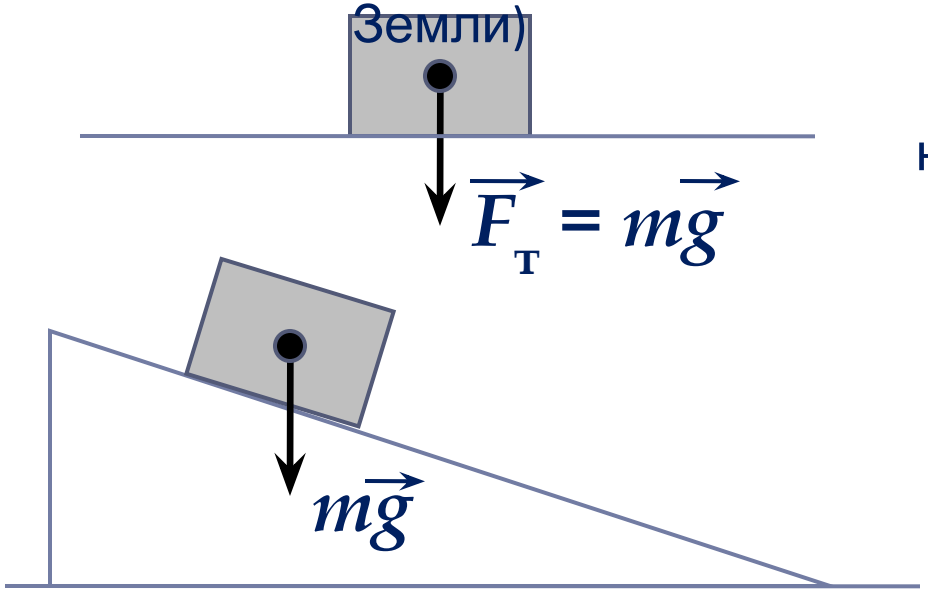
III закон: **Тела действуют друг на друга с силами, равными по модулю и противоположными по направлению** $\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$

Комментарии: силы возникают парами

Вспомним, какие силы нам известны

Сила тяжести

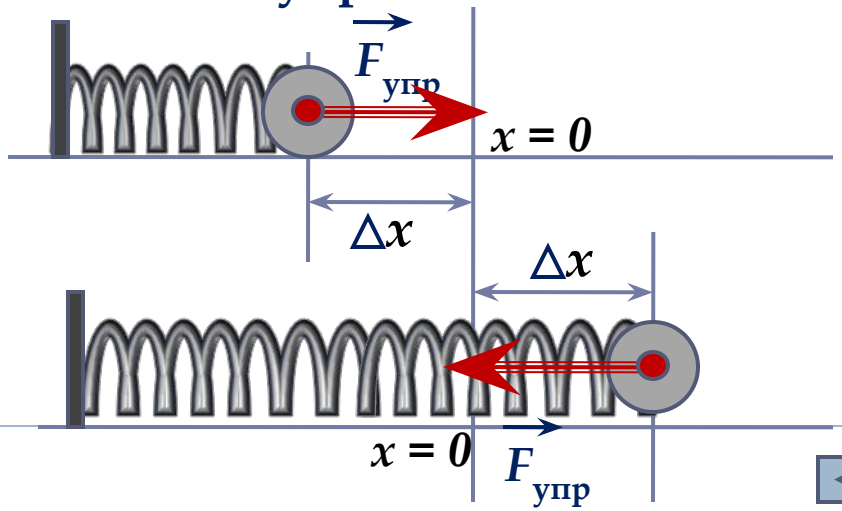
приложена к телу, направлена вертикально вниз (к центру Земли)



Сила упругости

возникает при деформации тела. При малых деформациях она пропорциональна удлинению тела и направлена противоположно направлению смещения частиц тела при деформации. Для модуля силы выполняется закон Гука:

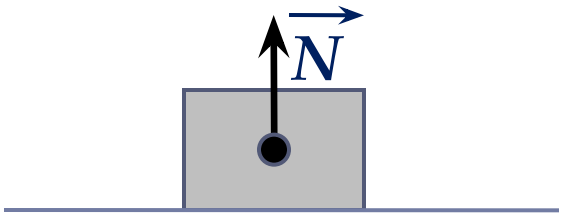
$$F_{упр} = k\,|\Delta x|$$

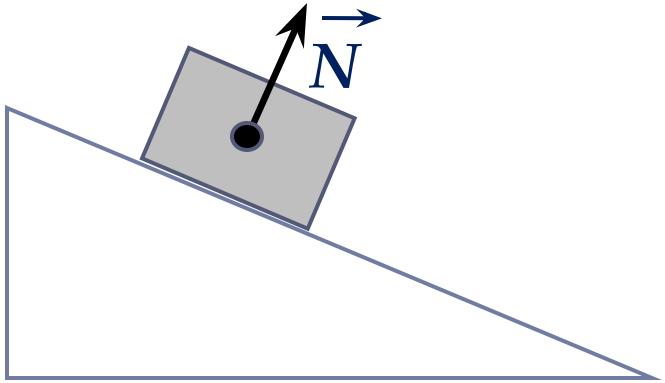


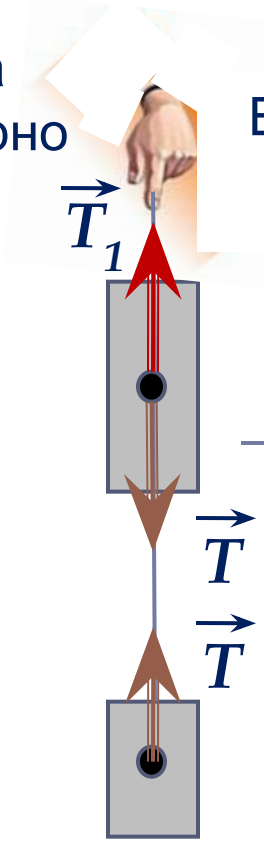
« Разновидности» силы упругости

Сила реакции опоры

Приложена к телу, всегда направлена перпендикулярно поверхности, на которой находится тело



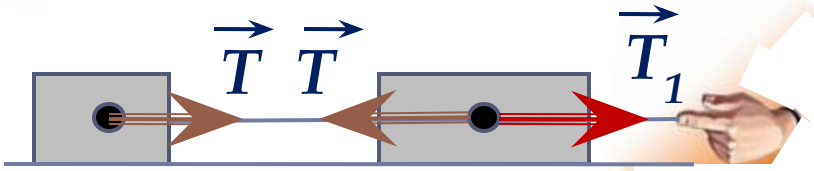




Сила натяжения нити

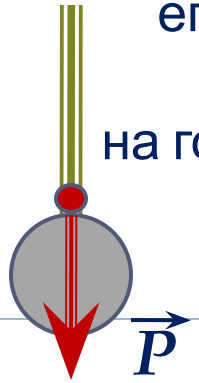
Приложена к телу.

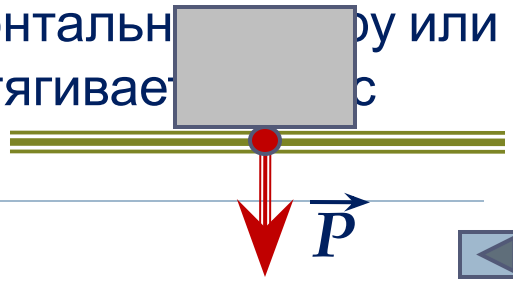
В случае, если нить невесома, нерастяжима, одинакова в любой части нити



Вес тела

Это сила , с которой тело, вследствие его притяжения к Земле , действует на горизонтальн ру или растягивае с

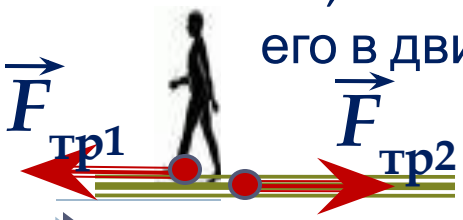




Силы трения

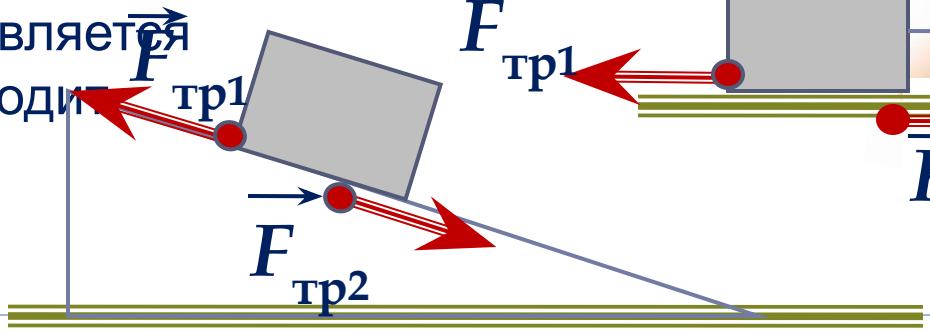
Сила трения возникает, если одно тело покоится на поверхности другого или движется по поверхности другого. Виды трения: покоя, скольжения, качения. Сила трения приложена к телу и направлена вдоль поверхности соприкасающихся тел в сторону, противоположную направлению движения тела, предполагаемого движения (когда мы пытаемся сдвинуть тело с места)

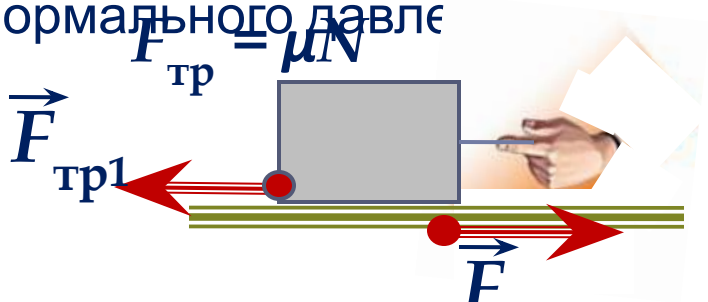
- Исключением является случай, когда одно тело начинает движение по поверхности другого тела. Здесь сила трения направлена в сторону движения тела и является той силой, которая приводит его в движение



- Максимальная сила трения покоя (скольжения) пропорциональна силе нормального давле

$F_{тр} = \mu N$





- **Для удобства можно изображать силу трения от центра тела**

Алгоритм решения задач по динамике

1. **Сделать рисунок, на котором обозначить направление координатных осей, ускорения и всех сил, приложенных к телу**
2. **Для каждого тела записать в векторном виде уравнение второго закона Ньютона, перечислив в его правой части в любом порядке все силы, приложенные к телу** (обязательно проверить, чтобы количество сил на рисунке и в уравнении совпадало)
3. **Записать полученные в п. 2 уравнения в проекции на оси координат**
4. **Из полученного уравнения (системы уравнений) выразить неизвестную величину**
5. **Найти численное значение неизвестной величины, если этого требует условие задачи**

Движение тел в горизонтальном направлении

Какая горизонтальная сила потребуется, чтобы тело массой 2 кг,
лежащее на горизонтальной поверхности, начало скользить по ней
с ускорением 0,2 м/с^2 ? Коэффициент трения принять равным 0,02.

Дано:

$m = 2$ кг

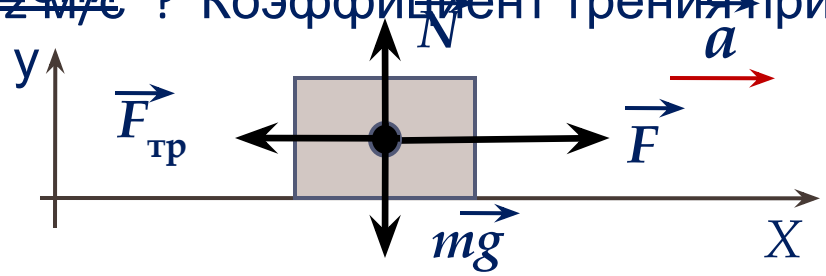
$\mu = 0{,}02$

$a = 0{,}2$ м/с^2

F - ?

Решение:

1



2 $\vec{ma} = \vec{mg} + \vec{F}_{тр} + \vec{N} + \vec{F}$ Откуда $F = ma + \mu mg$

3 0X : $ma = 0 - F_{тр} + 0 + F$ (1)

0Y : $0 = -mg + 0 + N + 0$ (2)

4 из (2) : $mg = N$, т. к. $F_{тр} = \mu N$,

получим уравнение (1) в виде:

$$ma = -\mu mg + F$$

5 Вычислим $F = 0{,}79$ Н

Ответ: $F = 0{,}79$ Н

Два тела массами 50 г и 100 г связаны нитью и лежат на гладкой
(μ = 0) горизонтальной поверхности. С какой силой можно тянуть
первое тело, чтобы нить, выдерживающая максимальную силу
натяжения 5 Н, не оборвалась? (Нить невесома, нерастяжима).

Дано:

m_1 = 50 г = 0,05 кг

m_2 = 100 г = 0,1 кг

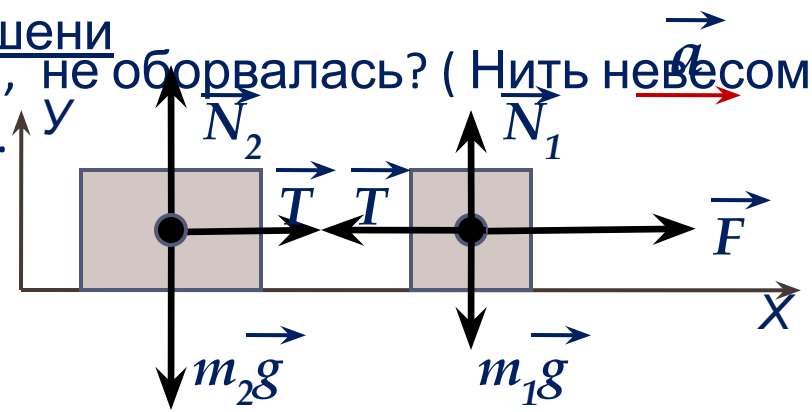
T = 5 Н

μ = 0

F - ?

Решение:

1



$a_1 = a_2 = a$,
$T_1 = T_2 = T$

2

$m_1\vec{a} = m_1\vec{g} + \vec{T} + \vec{N}_1 + \vec{F}$

$m_2\vec{a} = m_2\vec{g} + \vec{T} + \vec{N}_2$

3

0X: $m_1 a = -T + F$ (1)

$m_2 a = T$ (2)

4

Выражая из (2) : $a = T/m_2$,
и подставляя в (1),
получим

$m_1 T/m_2 = -T + F$

$F = m_1 T/m_2 + T$

5

F = 0,05 кг · 5Н/ 0,1 кг + 5 Н = 7,5 Н

Ответ: F= 7,5 Н

Автодрезина ведет равноускоренно две платформы массами 12 т и 8 т.
Сила тяги, развиваемая дрезиной , равна 1,78 кН. Коэффициент трения
равен 0,06. С какой слой натянута сцепка между платформами?

Дано: (Сцепку считать невесомой и нерастяжимой)

m_1 = 12 т = 12 000 кг

m_2 = 8 т = 8 000 кг

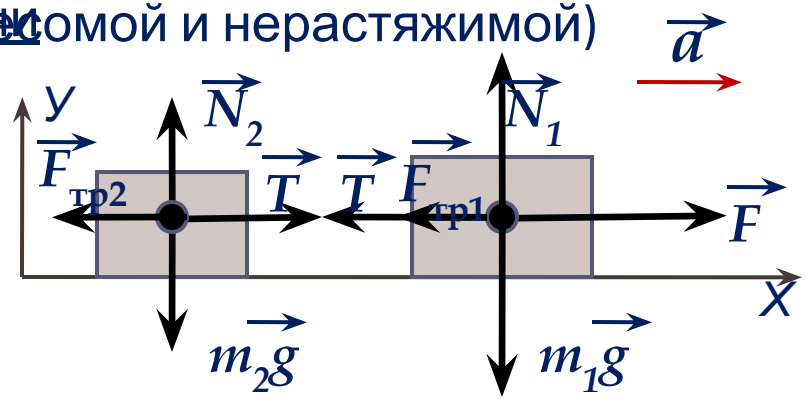
F = 1,78 кН = 1780 Н

μ = 0,06

T - ?

Решение:

1



$a_1 = a_2 = a$,
$T_1 = T_2 = T$

2

$$m_1\vec{a} = m_1\vec{g} + \vec{T} + \vec{N}_1 + \vec{F} + \vec{F}_{тр1}$$

$$m_2\vec{a} = m_2\vec{g} + \vec{T} + \vec{N}_2 + \vec{F}_{тр2}$$

3

0X: $m_1 a = -T + F - F_{тр1}$ (1)

$m_2 a = T - F_{тр2}$ (2)

0У: $0 = -m_1 g + N_1$, откуда $N_1 = m_1 g$ (3)

$0 = -m_2 g + N_2$, откуда $N_2 = m_2 g$ (4)

С учетом (3) и (4) для сил трения имеем:

4

$F_{тр1} = \mu N_1 = \mu m_1 g$, $F_{тр2} = \mu N_2 = \mu m_2 g$

Подставив эти выражения в (1) и (2), получим:

$m_1 a = -T + F - \mu m_1 g$ (5)

$m_2 a = T - \mu m_2 g$, $a = \dfrac{T - \mu m_2 g}{m_2}$ (6)

После подстановки (6) в (5) остается выразить T:

$T = m_2 F / (m_1 + m_2) = 712$ Н

Ответ: T = 712 Н

Движение по вертикали. Блоки

Два тела, связанные друг с другом, поднимают на нити вертикально
вверх, прикладывая силу 5 Н. Масса первого тела 100 г , второго
200 г. Определите ускорение, с которым движутся тела и силу натяжения нити. (Нить невесомая, нерастяжима).

Дано:

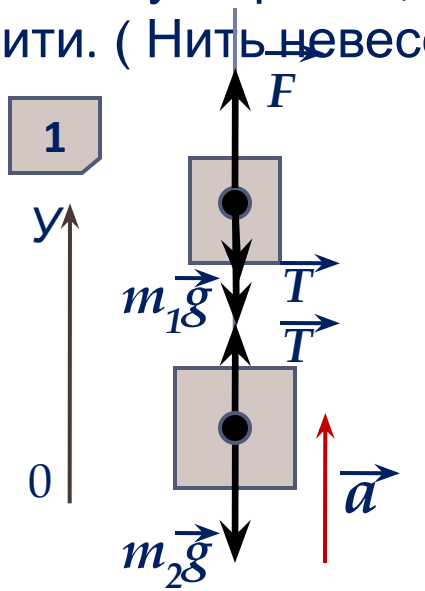
$m_1 = 100$ г $= 0{,}1$ кг

$m_2 = 200$ г $= 0{,}2$ кг

$F = 6$ Н

a - ? T - ?

1



$a_1 = a_2 = a$, $T_1 = T_2 = T$

2

$$m_1\vec{a} = m_1\vec{g} + \vec{T} + \vec{F}$$

$$m_2\vec{a} = m_2\vec{g} + \vec{T}$$

Решение:

3

0У: $m_1 a = -m_1 g - T + F$ (1)

$m_2 a = -m_2 g + T$ (2)

4

Сложим (1) и (2)

$$m_1 a + m_2 a = -m_1 g + F - m_2 g$$

$$a = \frac{F - m_2 g - m_1 g}{m_1 + m_2}, \quad T = m_2 (g + a)$$

5

$a = 10$ м/с^2 $T = 4$ Н

Ответ: $a = 10$ м/с^2, $T = 4$ Н

Тело массой 50 кг придавлено к вертикальной стене силой 4 Н. Какая
сила необходима для того, чтобы перемещать его вертикально вверх с ускорением 0,2 м/с^2, если коэффициент трения 0,5 ?

Дано

$\mu = 0,5$

$a = 0,2$ м/с^2

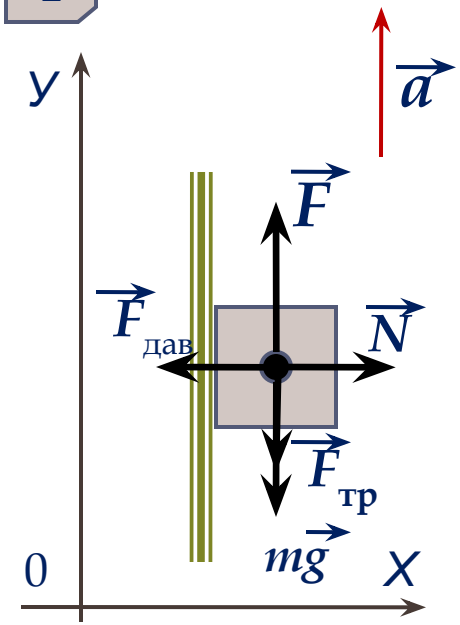
$m = 50$ кг

$F_{дав} = 4$ Н

F - ?

Решение:

1



2 $m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{F}_{дав} + \vec{N} + \vec{F} + \vec{F}_{тр}$

3 0У: $ma = - mg - F_{тр} + F$ (1)

0Х: $0 = - F_{дав} + N$ (2)

4 Из (2): $N = F_{дав}$

Имеем, $F_{тр} = \mu N = \mu F_{дав}$

Подставим это выражение в (1) : $ma = - mg - \mu F_{дав} + F$

$F = mg + \mu F_{дав} + ma$

$F = m (a + g) + \mu F_{дав}$

5 $F = 50$ кг $(0,2$ м/с$^2 + 9,8$ м/с$^2) + 0,5 \cdot 4$ Н $= 502$ Н.

Ответ: $F = 502$ Н

К концам легкой нерастяжимой нити, перекинутой через невесомый блок, подвешены грузы массами 2 кг и 1 кг. Определите ускорение грузов.

Дано:

$m_1 = 2$ кг

$m_2 = 1$ кг

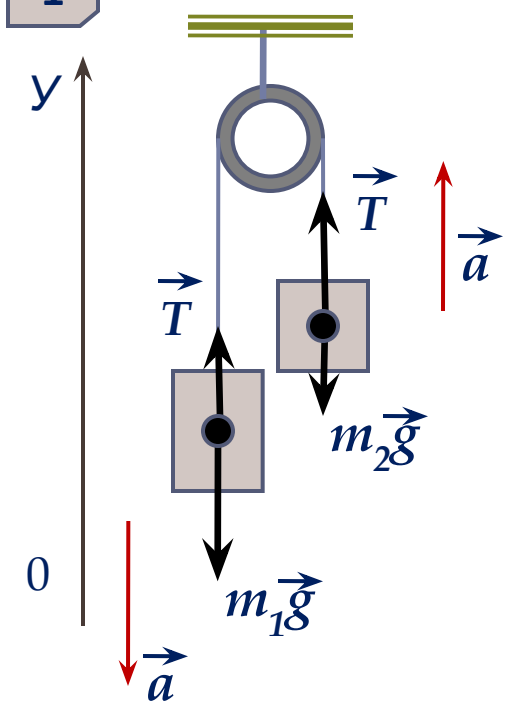
a - ?

$a_1 = a_2 = a$,

$T_1 = T_2 = T$

Решение:

1



2

$$m_1\vec{a} = m_1\vec{g} + \vec{T}$$

$$m_2\vec{a} = m_2\vec{g} + \vec{T}$$

3

0У: $-m_1a = -m_1g + T$ (1)

$m_2a = -m_2g + T$ (2)

4

Вычтем из (2) (1) и выразим a:

$$m_2a + m_1a = m_1g - m_2g$$

$$a = \frac{m_1g - m_2g}{m_2 + m_1}$$

5

$$a = \frac{9{,}8\ \text{м/с}^2\ (2\ \text{кг} - 1\ \text{кг})}{1\ \text{кг} + 2\ \text{кг}} = 3{,}3\ \text{м/с}^2$$

Ответ: $a = 3{,}3$ м/с^2

К концам легкой нерастяжимой нити, перекинутой через невесомый блок, подвешены грузы массами 2 кг и 1 кг. Систему грузов вместе с блоком поднимают вертикально вверх с ускорением 1 м/с^2. Определите ускорения грузов.

Дано:

$m_1 = 2$ кг

$m_2 = 1$ кг

$a_0 = 1$ м/с^2

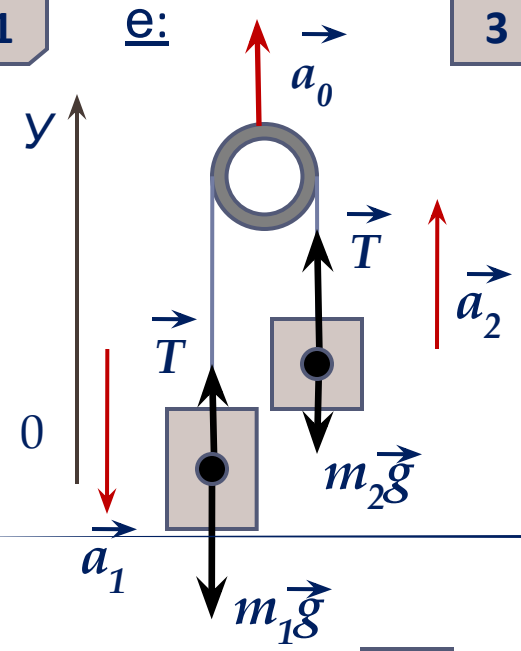
a_1 - ?

a_2 - ?

$T_1 = T_2 = T$

Решение:

1



2

$m_1\vec{a} = m_1\vec{g} + \vec{T}$

$m_2\vec{a} = m_2\vec{g} + \vec{T}$

3

Каждый груз участвует в двух движениях:

- перемещается относительно блока с ускорением a
- вместе с блоком перемещается относительно земли с ускорением a_0

Предположим, что $a > a_0$, тогда относительно земли $a_1 = a - a_0$, $a_2 = a + a_0$ => в проекции на 0У:

$$\begin{cases} a_2 = 2a_0 + a_1 \\ -m_1a_1 = -m_1g + T \\ m_2a_2 = -m_2g + T \end{cases}$$

4

Решая систему, получим формулу для a_1:

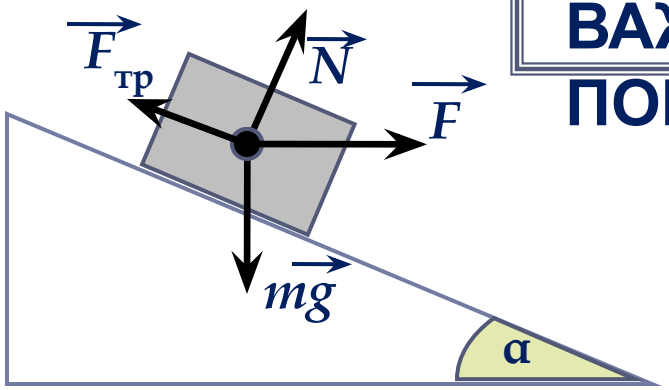
$$a_1 = \frac{g(m_1 - m_2) - 2m_2a_0}{m_1 - m_2} = 2{,}6 \text{ м/с}^2 \qquad a_2 = 4{,}6 \text{ м/с}^2$$

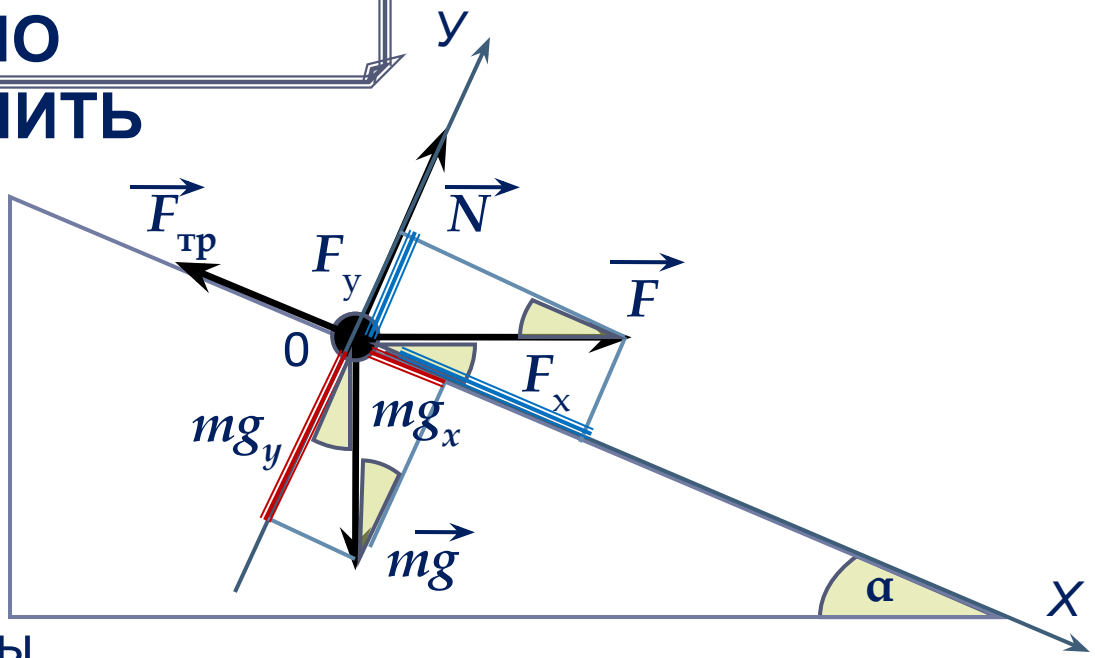
Случаи с другим соотношением ускорений рассмотреть самостоятельно

Ответ: $a_1 = 2{,}6$ м/с^2, $a_2 = 4{,}6$ м/с^2

Движение по наклонной плоскости

ВАЖНО ПОМНИТЬ





- Для тела, расположенного на наклонной плоскости , целесообразно выбирать оси координат таким образом, чтобы ось Ox располагалась вдоль, а ось Oy – перпендикулярно наклонной плоскости (не нужно путать целесообразность с обязательностью)

Тогда для проекции сил на оси координат получим следующие выражения:

$$F_x = F\cos\alpha, \quad F_y = -F\sin\alpha$$

$$mg_x = mg\sin\alpha, \quad mg_y = -mg\cos\alpha$$

$$N_x = 0, \quad N_y = N$$

$$F_{тр\,x} = -F_{тр}, \quad F_{тр\,y} = 0$$

На брусок массой m действует горизонтальная сила F, параллельная основанию наклонной плоскости с углом при основании α. С каким ускорением движется брусок к вершине, если коэффициент трения μ ?

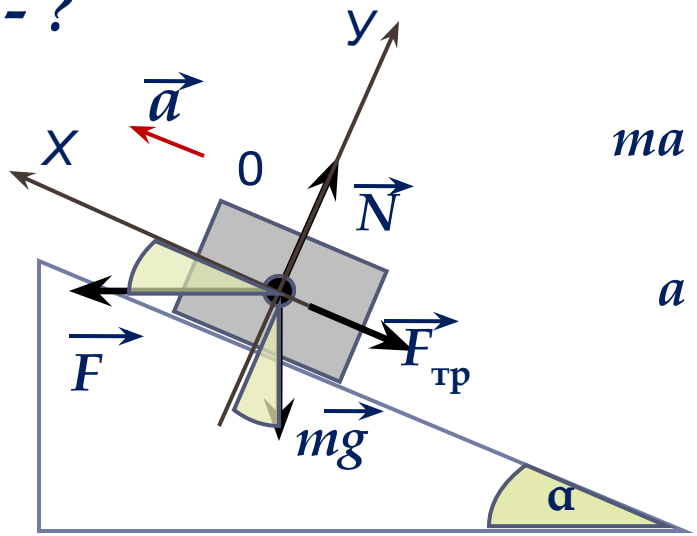
Дано:

F;
m;
α;
μ

a - ?

Решение:

1



2

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{F}_{тр} + \vec{N} + \vec{F}$$

3

$$0X:\ ma = -F_{тр} - mg\sin\alpha + F\cos\alpha \quad (1)$$

$$0У:\ 0 = -mg\cos\alpha + N - F\sin\alpha \quad (2)$$

4

из (2): $N = mg\cos\alpha + F\sin\alpha$,

$$F_{тр} = N\mu = \mu(mg\cos\alpha + F\sin\alpha)$$

$$ma = -\mu(mg\cos\alpha + F\sin\alpha) - mg\sin\alpha + F\cos\alpha$$

$$a = \frac{-\mu(mg\cos\alpha + F\sin\alpha) - mg\sin\alpha + F\cos\alpha}{m}$$

Ответ: $a = \dfrac{-\mu(mg\cos\alpha + F\sin\alpha) - mg\sin\alpha + F\cos\alpha}{m}$

С каким ускорением будут двигаться грузы массами 2 кг и 4 кг, если $\alpha = 30^0$, $\beta = 60^0$. Найти натяжение нити. Блоки и нить невесомы, трением пренебречь.

Дано:

$m_1 = 2$ кг

$m_2 = 4$ кг

$A = 30^0$

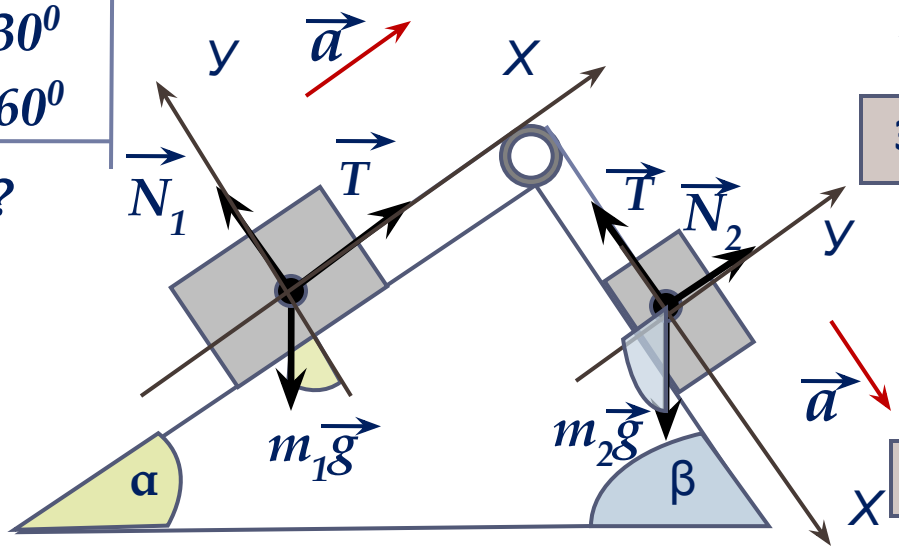
$\beta = 60^0$

a - ?

Решение:

1 $a_1 = a_2 = a$, $T_1 = T_2 = T$

2 Удобно выбрать для каждого тела свою систему координат (как на рисунке)



$$m_1\vec{a} = m_1\vec{g} + \vec{T} + \vec{N}_1$$

$$m_2\vec{a} = m_2\vec{g} + \vec{T} + \vec{N}_2$$

3

0X: $m_1 a = -m_1 g\sin\alpha + T$ (1)

0У: $0 = -m_1 g\cos\alpha + N_1$ (2)

0X: $m_2 a = m_2 g\sin\beta - T$ (3)

0У: $0 = -m_1 g\cos\beta + N_2$ (4)

4 Складывая (1) и (3), и выражая ускорение, получим:

$$a = \frac{g(m_2\sin\beta - m_1\sin\alpha)}{m_2 + m_1}$$

$$T = m_1 a + m_1 g\sin\alpha$$

5 $a = 4$ м/с^2 $T = 17{,}8$ Н

Ответ: $a = 4$ м/с^2, $T = 17{,}8$ Н

« На десерт»

Человек массой m_1, упираясь ногами в ящик массой m_2 подтягивает его с помощью каната, перекинутого через блок, по наклонной плоскости с углом
наклона a. С какой минимальной силой нужно тянуть канат, чтобы подтянуть ящик к блоку? Коэффициент трения между ящиком и наклонной плоскостью μ.

Дано:
m_1;
m_2;
μ;
a;

T- ?

2 Сила будет минимальной при равномерном движении

$$0 = m_1\vec{g} + \vec{T} + \vec{N}_1 + \vec{F}_{тр1}$$

$$0 = m_2\vec{g} + \vec{T} + \vec{N}_2 + \vec{F}'_{тр1} + \vec{F}_{тр} + \vec{F}_{N1}$$

3

0X: $0 = -m_1 g \sin\alpha + T - F_{тр1}$ (1)

$0 = -m_2 g \sin\alpha + T + F'_{тр1} - F_{тр}$ (2)

0У: $0 = -m_1 g \cos\alpha + N_1$ (3)

$0 = -m_2 g \cos\alpha + N_2 - F_{N1}$ (4)

Складывая (1) и (2), получим:

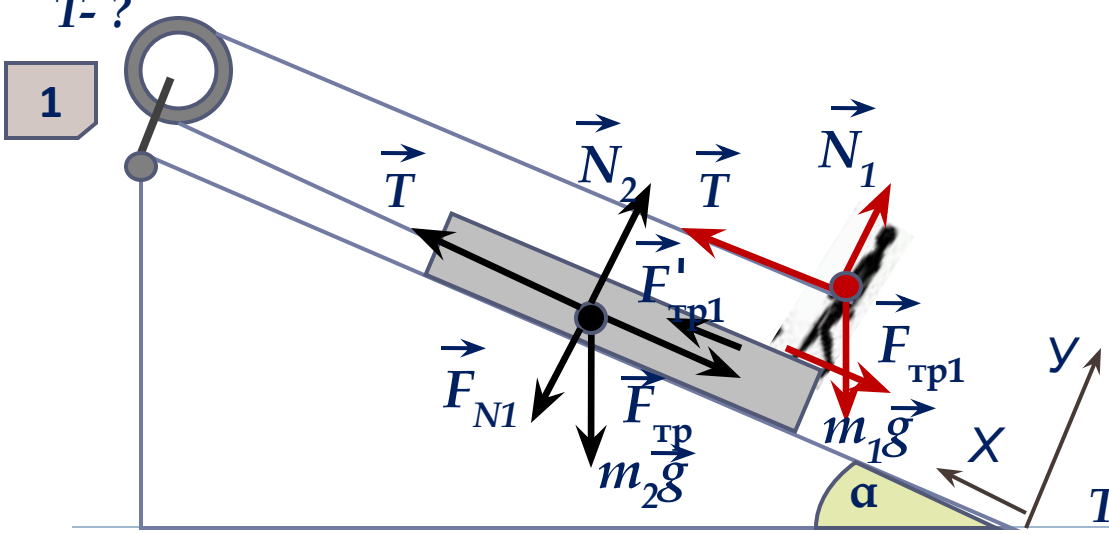
$$2T = g \sin\alpha(m_1 + m_2) + F_{тр}$$

$$F_{N1} = N_1 = m_1 g \cos\alpha$$

$$F_{тр} = \mu N_2 = \mu(m_2 g \cos\alpha + F_{N1}) =$$
$$= \mu g \cos\alpha (m_1 + m_2)$$

$$T = g(m_1 + m_2)(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)/2$$

1



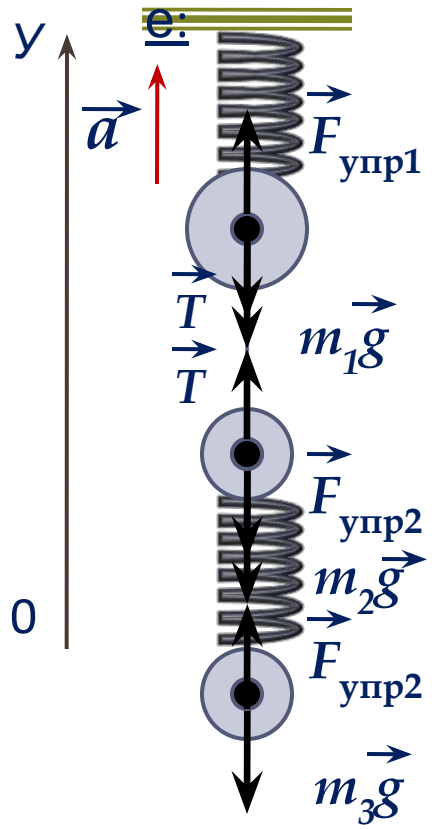
Шары массами m_1, m_2, m_3 подвешены к потолку с помощью двух невесомых пружин и легкой нити. Система покоится. Определите силу натяжения нити. Определите направление и модуль ускорения шара массой m_1 сразу после пережигания нити.

Дано:

m_1;
m_2;
m_3;

T-?
a-?

Решение:



1. Для ясности можно провести «мысленный эксперимент» – представить, что в середине нити находится динамометр. Получается, что к нему прикрепили грузы массами m_2 и m_3. Естественно, его показания будут равны:

$$T = g\,(m_2 + m_3)$$

2. В момент пережигания нити на верхний шар действуют только две силы: $\vec{F}_{упр1}$ и $m_1\vec{g}$, которы и сообщают шару ускорение.

$$m_1\vec{a} = m_1\vec{g} + \vec{F}_{упр1}$$

$$F_{упр1} = g\,(m_1 + m_2 + m_3) \quad \text{(см. п.1)}$$

Окончательно после преобразований получим: $a = g\,(m_2 + m_3)/m_1$

К концам троса, перекинутого через блок, привязаны бруски с массами $m_1 = m$ и $m_2 = 4m$, находящиеся на гладкой наклонной плоскости с углом наклона 30^0. При каком минимальном значении коэффициента трения между брусками они будут покоиться?

Дано

$m_1 = m$

$m_2 = 4m$

$a = 30^0$

μ - ?

Решение

2

$$m_1\vec{a} = m_1\vec{g} + \vec{T} + \vec{N}_1 + \vec{F}_{тр}$$

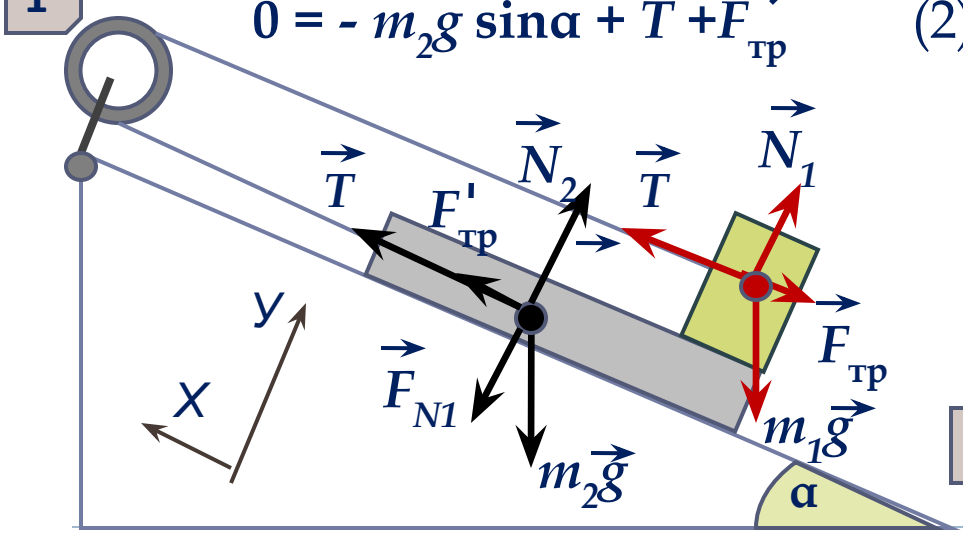
$$m_2\vec{a} = m_2\vec{g} + \vec{T} + \vec{N}_2 + \vec{F}'_{тр} + \vec{F}_{N1}$$

3

$$0X: 0 = -m_1 g \sin\alpha + T - F_{тр} \quad (1)$$

$$0 = -m_2 g \sin\alpha + T + F'_{тр} \quad (2)$$

1



0У: $0 = -m_1 g \cos\alpha + N_1 \quad (3)$

$$0 = -m_2 g \cos\alpha + N_2 - F_{N1} \quad (4)$$

4

Из (3): $N_1 = m_1 g \cos\alpha$

Из (4): $N_2 = m_2 g \cos\alpha + F_{N1}$

$N_1 = F_{N1}$, поэтому

$$N_2 = m_2 g \cos a - m_1 g \cos a$$

Вычтем из (1) (2) и учитывая, что $F_{тр} = F'_{тр}$

$$2F_{тр} = m_2 g \sin\alpha - m_1 g \sin\alpha$$

получим:

$$F_{тр} = \mu N_1 = \mu m_1 g \cos\alpha$$

5

$$\mu = \frac{m_2 g \sin\alpha - m_1 g \sin\alpha}{2 m_1 g \cos\alpha} = \frac{3\,\mathrm{tg}\,\alpha}{2}$$

Список литературы

1. Г. Я. Мякишев. Физика: Учебник для 10 кл. общеобразовательных учреждений / Г. Я. Мякишев, Б. Б. Буховцев, Н. Н.Сотский. – М. : Просвещение, 2008.
2. Кирик Л. А. Физика – 9. Разноуровненые самостоятельные и контрольные работы. – М.: Илекса, 2003.
3. Задачи вступительных экзаменов в МФТИ («на десерт»)