



ДИНАМИКА в задачах

Полын С.А.



Содержание

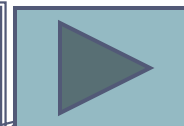
1. Немного теории



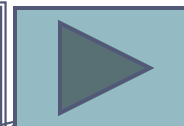
2. План решения задач



3. Движение по горизонтали



4. Движение по вертикали



5. Наклонная плоскость



6. Задачки «на десерт»



[переход к
содержанию](#)





Вспомним законы Ньютона

I закон: Существуют такие системы отсчета, относительно которых поступательно движущееся тело сохраняет свою скорость постоянной, если на него не действуют другие тела или действия других тел

скомпенсированы.

Комментарии: если тело движется равномерно, это значит,

II закон: Сила, действующая на тело, равна нулю произведению массы тела на сообщаемое этой силой ускорение.

Комментарии: \vec{F} – это равнодействующая сил, приложенных к телу

III закон: Тела действуют друг на друга с силами, равными по

модулю и противоположными по направлению $F_1 = -F_2$

Комментарии: силы возникают

парами



Вспомним, какие силы нам

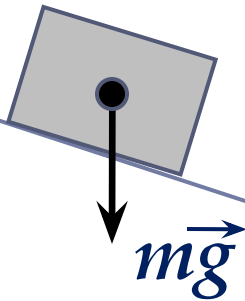
ИЗВЕСТНЫ

Сила тяжести

приложена к телу, направлена вертикально вниз (к центру



$$\vec{F}_T = m\vec{g}$$

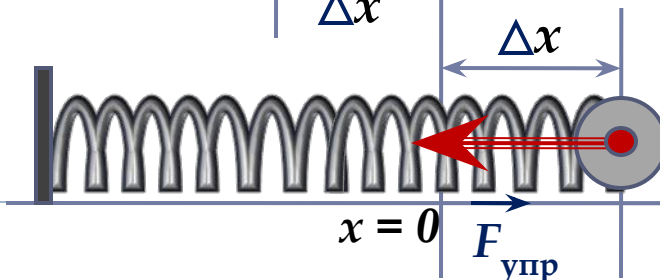
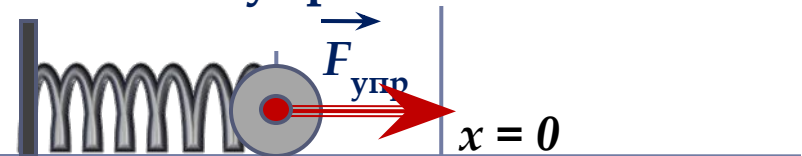


Сила упругости

возникает при деформации тела.

При малых деформациях она пропорциональна удлинению тела и направлена противоположно направлению смещения частиц тела при деформации. Для модуля силы выполняется закон Гука:

$$F_{\text{упр}} = k |\Delta x|$$

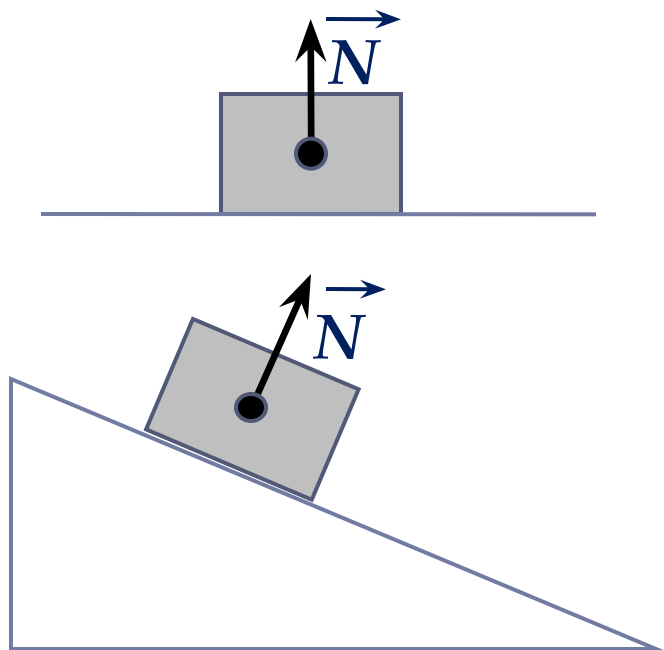


« Разновидности » силы

упругости

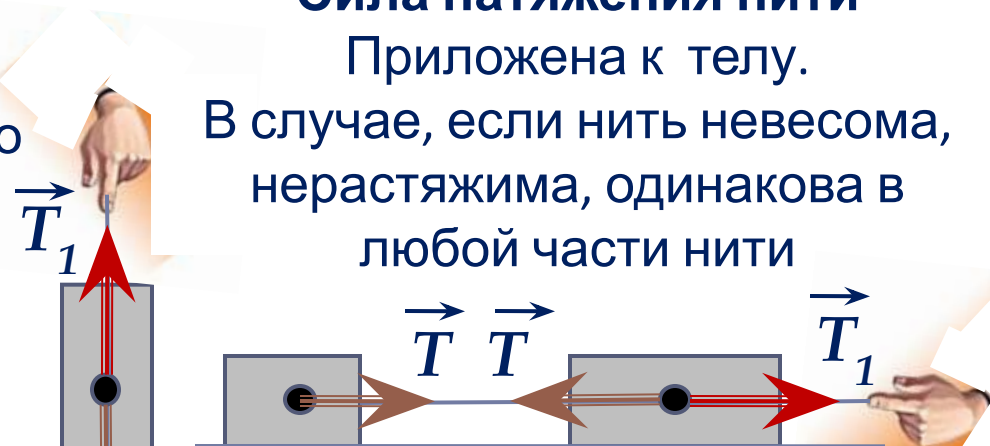
Сила реакции опоры

Приложена к телу, всегда направлена перпендикулярно поверхности, на которой находится тело



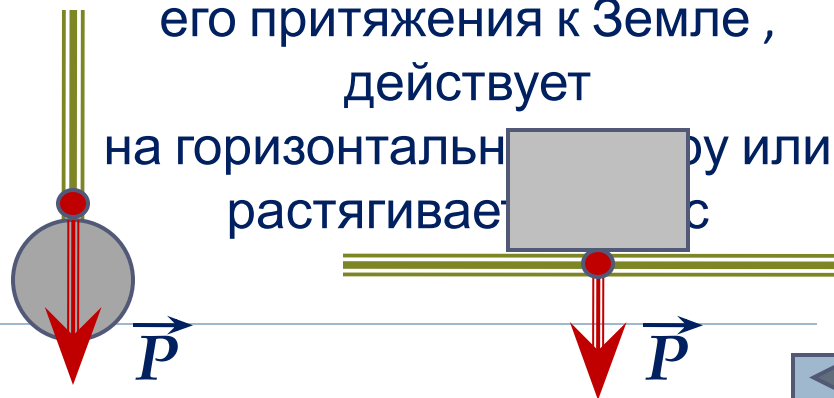
Сила натяжения нити

Приложена к телу. В случае, если нить невесома, нерастяжима, одинакова в любой части нити



Вес тела

Это сила, с которой тело, вследствие его притяжения к Земле, действует на горизонтальную опору или растягивает пружину



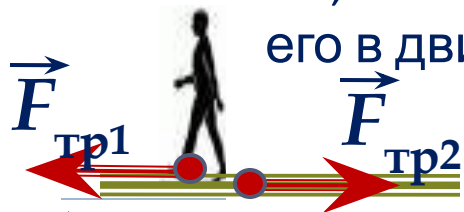


Силы трения

Сила трения возникает, если одно тело покоится на поверхности другого или движется по поверхности другого. Виды трения: покоя, скольжения, качения. Сила трения приложена к телу и направлена вдоль поверхности соприкасающихся тел в сторону, противоположную направлению движения тела, предполагаемого движения (когда мы пытаемся сдвинуть тело с места)

- ▶ Исключением является случай, когда одно тело начинает движение по поверхности другого тела.

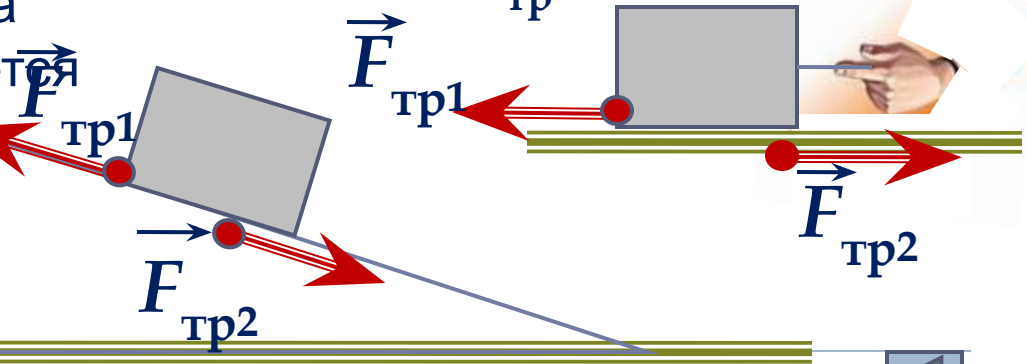
Здесь сила трения направлена в сторону движения тела и является той силой, которая приводит его в движение



- ▶ Максимальная сила трения покоя (скольжения) пропорциональна силе

нормального давлё

$$F_{\text{тр}} = \mu N$$



- ▶ Для удобства можно изображать силу трения от центра тела





Алгоритм решения задач по динамике

- ▶ 1. Сделать рисунок, на котором обозначить направление координатных осей, ускорения и всех сил, приложенных к телу
- ▶ 2. Для каждого тела записать в векторном виде уравнение второго закона Ньютона, перечислив в его правой части в любом порядке все силы, приложенные к телу (обязательно проверить, чтобы количество сил на рисунке и в уравнении совпадало)
- ▶ 3. Записать полученные в п. 2 уравнения в проекции на оси координат
- ▶ 4. Из полученного уравнения (системы уравнений) выразить неизвестную величину
- ▶ 5. Найти численное значение неизвестной величины, если этого требует условие задачи

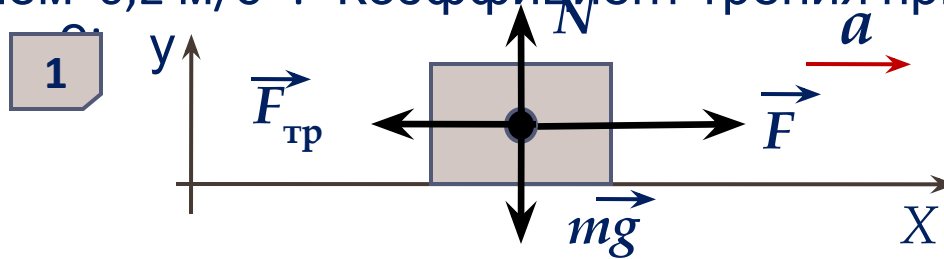


Движение тел в горизонтальном направлении

Какая горизонтальная сила потребуется, чтобы тело массой 2 кг, лежащее на горизонтальной поверхности, начало скользить по ней

Дано: с ускорением $0,2 \text{ м/с}^2$? Коэффициент трения принять равным

$\mu = 0,02$
 $m = 2 \text{ кг}$
 $\mu = 0,02$
 $a = 0,2$
м/с² ?



2 $\vec{m}a = \vec{m}g + \vec{F}_{\text{тр}} + \vec{N} + \vec{F}$ Откуда $F = ma + \mu mg$

3 $0X : ma = 0 - F_{\text{тр}} + 0 + F$ (1)

5 Вычислим $F = 0,79$
Н

$0Y : 0 = -mg + 0 + N + 0$ (2)

4 из (2) : $mg = N$, т. к. $F_{\text{тр}} = \mu N$,

получим уравнение (1) в виде:

Ответ: $F = 0,79$

$ma = -\mu mg + F$

Н

Два тела массами 50 г и 100 г связаны нитью и лежат на гладкой ($\mu = 0$) горизонтальной поверхности. С какой силой можно тянуть

первое тело, чтобы нить, выдерживающая максимальную

Дано

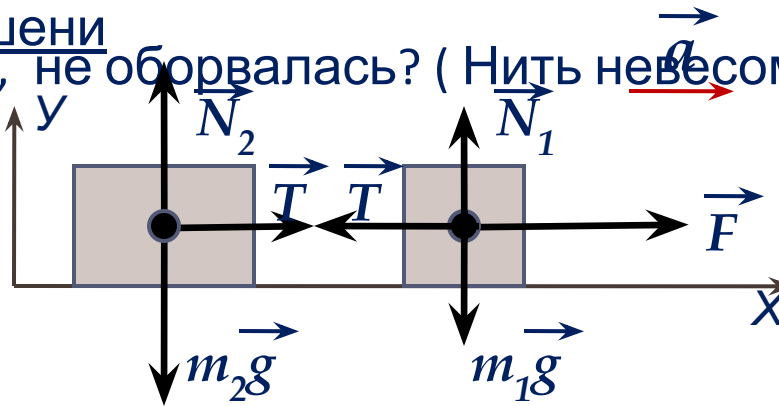
$m_1 = 50 \text{ г}$
 $m_2 = 100 \text{ г} = 0,1 \text{ кг}$
 $T = 5 \text{ Н}$
 $\mu = 0$

$F - ?$

силу натяжения

Решени

5 Н, не оборвалась? (Нить невесома,



$$a_1 = a_2 = a,$$

$$T_1 = T_2 = T$$

2 $m_1 \vec{a} = m_1 \vec{g} + \vec{T} + \vec{N}_1 + \vec{F}$

$$m_2 \vec{a} = m_2 \vec{g} + \vec{T} + \vec{N}_2$$

3 $0X \quad m_1 a = -T + F \quad (1)$

$$: \quad m_2 a = T \quad (2)$$

4 Выражая из (2) : $a = T/m_2$,
и подставляя в (1),

▶ получим

$$m_1 T/m_2 = -T + F$$

$$F = m_1 T/m_2 + T$$

5 $F = 0,05 \text{ кг} \cdot 5 \text{ Н} / 0,1 \text{ кг} + 5 \text{ Н} = 7,5 \text{ Н}$

Ответ: $F = 7,5$

Н

Автодрезина ведет равноускоренно две платформы массами 12 т и 8 т.

Сила тяги, развиваемая дрезиной, равна 1,78 кН. Коэффициент трения

равен 0,06. С какой силой натянута сцепка между платформами?

Дано (Сцепку считать жесткой и нерастяжимой)

$$m_1 = 12 \text{ т} = 12\,000 \text{ кг}$$

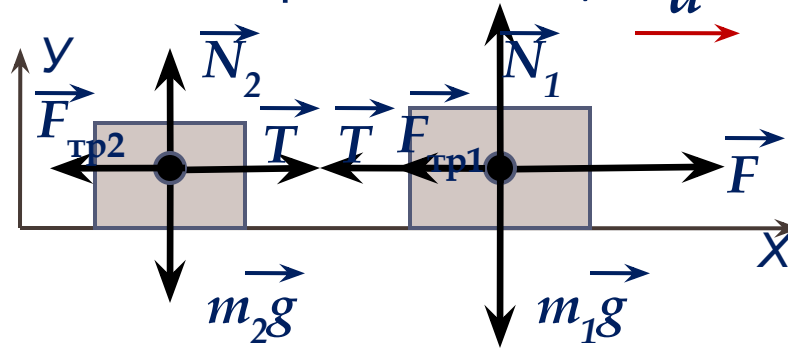
$$m_2 = 8 \text{ т} = 8\,000 \text{ кг}$$

$$F = 1,78 \text{ кН} = 1780 \text{ Н}$$

$$\mu = 0,06$$

$T - ?$

1



$$a_1 = a_2 = a, \\ T_1 = T_2 = T$$

2

$$m_1 \vec{a} = m_1 \vec{g} + \vec{T} + \vec{N}_1 + \vec{F} + \vec{F}_{\text{тр1}}$$

$$m_2 \vec{a} = m_2 \vec{g} + \vec{T} + \vec{N}_2 + \vec{F}_{\text{тр2}}$$

3

$$0x: m_1 a = -T + F - F_{\text{тр1}} \quad (1)$$

$$m_2 a = T - F_{\text{тр2}} \quad (2)$$

$$0y: 0 = -m_1 g + N_1, \text{ откуда } N_1 = m_1 g \quad (3)$$

$$0 = -m_2 g + N_2, \text{ откуда } N_2 = m_2 g \quad (4)$$

С учетом (3) и (4) для сил трения

4

$$F_{\text{тр1}} = \mu N_1 = \mu m_1 g, \quad F_{\text{тр2}} = \mu N_2 = \mu m_2 g$$

Подставив эти выражения в (1) и (2),

получим: $T + F - \mu m_1 g$ (5)

$$m_2 a = T - \mu m_2 g, \quad a = \frac{T - \mu m_2 g}{m_2} \quad (6)$$

После подстановки (6) в (5)

остается

$$T = m_2 F / (m_1 + m_2) = 712 \text{ Н}$$

Ответ: $T = 712 \text{ Н}$



Движение по вертикали.

Блоки

Два тела, связанные друг с другом, поднимают на нити вертикально вверх, прикладывая силу 5 Н. Масса первого тела 100 г, второго

200 г. Определите ускорение, с которым движутся тела и силу натяжения нити. (Нить невесома, нерастяжима).

Дано

$$m_1 = 100 \text{ г} = 0,1 \text{ кг}$$

$$m_2 = 200 \text{ г} = 0,2 \text{ кг}$$

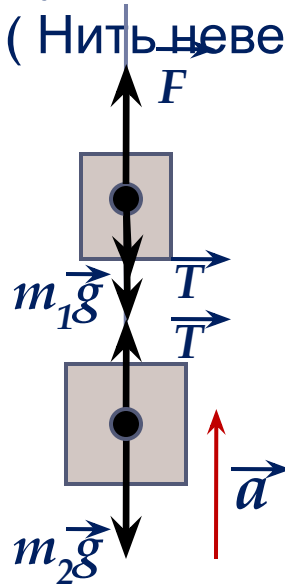
$$F = 6 \text{ Н}$$

$$a - ? \quad T - ?$$

1

y

0



3

$$0y: m_1 a = -m_1 g - T + F \quad (1)$$

$$m_2 a = -m_2 g + T \quad (2)$$

4

Сложим (1) и (2)

$$m_1 a + m_2 a = -m_1 g + F - m_2 g$$

$$a = \frac{F - m_2 g - m_1 g}{m_1 + m_2}, \quad T = m_2 (g + a)$$

5

$$a = 10 \text{ м/с}^2 \quad T = 4 \text{ Н}$$

2

$$m_1 \vec{a} = m_1 \vec{g} + \vec{T} + \vec{F}$$

$$m_2 \vec{a} = m_2 \vec{g} + \vec{T}$$

Ответ: $a = 10 \text{ м/с}^2, T = 4 \text{ Н}$



Тело массой 50 кг придавлено к вертикальной стене силой 4 Н.
 Какая сила необходима для того, чтобы перемещать его вертикально вверх с ускорением $0,2 \text{ м/с}^2$, если коэффициент трения $0,5$?

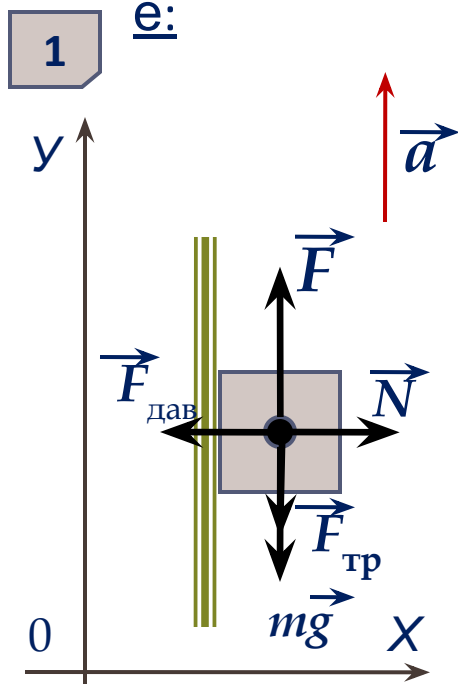
Дано

$\mu = 0,5$
 $a = 0,2$
 $m = 50 \text{ кг}$
 $F_{\text{дав}} = 4 \text{ Н}$

$F - ?$

Решени

е:



2
$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{F}_{\text{дав}} + \vec{N} + \vec{F} + \vec{F}_{\text{тр}}$$

3
$$0y: ma = -mg - F_{\text{тр}} + F \quad (1)$$

3
$$0x: 0 = -F_{\text{дав}} + N \quad (2)$$

4 Из (2): $N = F_{\text{дав}}$
 Имеем, $F_{\text{тр}} = \mu N = \mu F_{\text{дав}}$

Подставим это выражение в

(1):
$$ma = -mg - \mu F_{\text{дав}} + F$$

$$F = mg + \mu F_{\text{дав}} + ma$$

$$F = m(a + g) + \mu F_{\text{дав}}$$

5
$$F = 50 \text{ кг} (0,2 \text{ м/с}^2 + 9,8 \text{ м/с}^2) + 0,5 \cdot 4 \text{ Н} = 502 \text{ Н.}$$

Ответ: $F = 502 \text{ Н}$

К концам легкой нерастяжимой нити, перекинутой через невесомый блок, подвешены грузы массами 2 кг и 1 кг. Определите ускорение грузов.

Дано

$$m_1 = 2 \text{ кг}$$

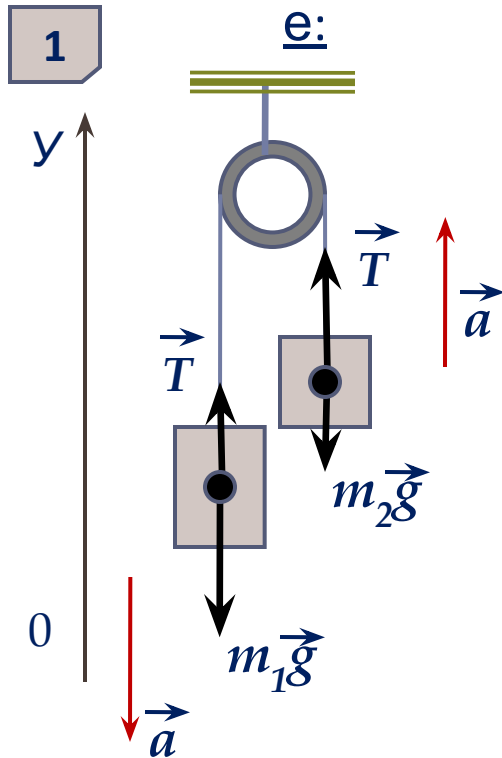
$$m_2 = 1 \text{ кг}$$

$a - ?$

$$a_1 = a_2 = a,$$

$$T_1 = T_2 = T$$

Решени



2

$$m_1 \vec{a} = m_1 \vec{g} + \vec{T}$$

$$m_2 \vec{a} = m_2 \vec{g} + \vec{T}$$

3

$$0y: -m_1 a = -m_1 g + T \quad (1)$$

$$m_2 a = -m_2 g + T \quad (2)$$

4

Вычтем из (2) (1) и выразим a

$$m_2 a + m_1 a = m_1 g - m_2 g$$

$$a = \frac{m_1 g - m_2 g}{m_2 + m_1}$$

5

$$a = \frac{9,8 \text{ м/с}^2 (2 \text{ кг} - 1 \text{ кг})}{1 \text{ кг} + 2 \text{ кг}} = 3,3 \text{ м/с}^2$$

Ответ: $a = 3,3 \text{ м/с}^2$

К концам легкой нерастяжимой нити, перекинутой через невесомый блок, подвешены грузы массами 2 кг и 1 кг. Систему грузов вместе с блоком поднимают вертикально вверх с ускорением 1 м/с^2 . Определите ускорения грузов.

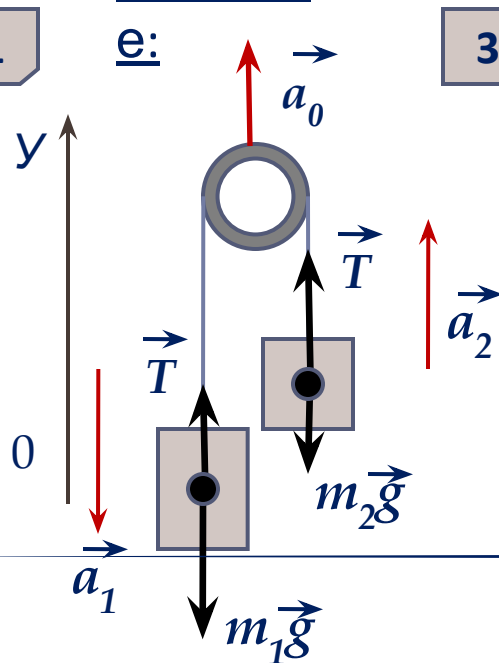
Дано

$$\begin{aligned} m_1 &= 2 \text{ кг} \\ m_2 &= 1 \text{ кг} \\ a_0 &= 1 \text{ м/с}^2 \\ a_1 &= ? \\ a_2 &= ? \end{aligned}$$

$$T_1 = T_2 = T$$

Решени

е:



3

Каждый груз участвует в двух движениях:

- перемещается относительно блока с ускорением a
- вместе с блоком перемещается относительно земли с ускорением a_0

Предположим, что $a > a_0$, тогда относительно земли, в проекции на Oy :

$$\begin{cases} a_2 = 2a_0 + a_1 \\ -m_1 a_1 = -m_1 g + T \\ m_2 a_2 = -m_2 g + T \end{cases}$$

2

$$\begin{aligned} m_1 \vec{a} &= m_1 \vec{g} + \vec{T} \\ m_2 \vec{a} &= m_2 \vec{g} + \vec{T} \end{aligned}$$

4

Решая систему, получим формулу для

$$a_1 = \frac{g(m_1 m_2) - 2m_2 a_0}{m_1 - m_2} = 2,6 \text{ м/с}^2 \quad a_2 = 4,6 \text{ м/с}^2$$

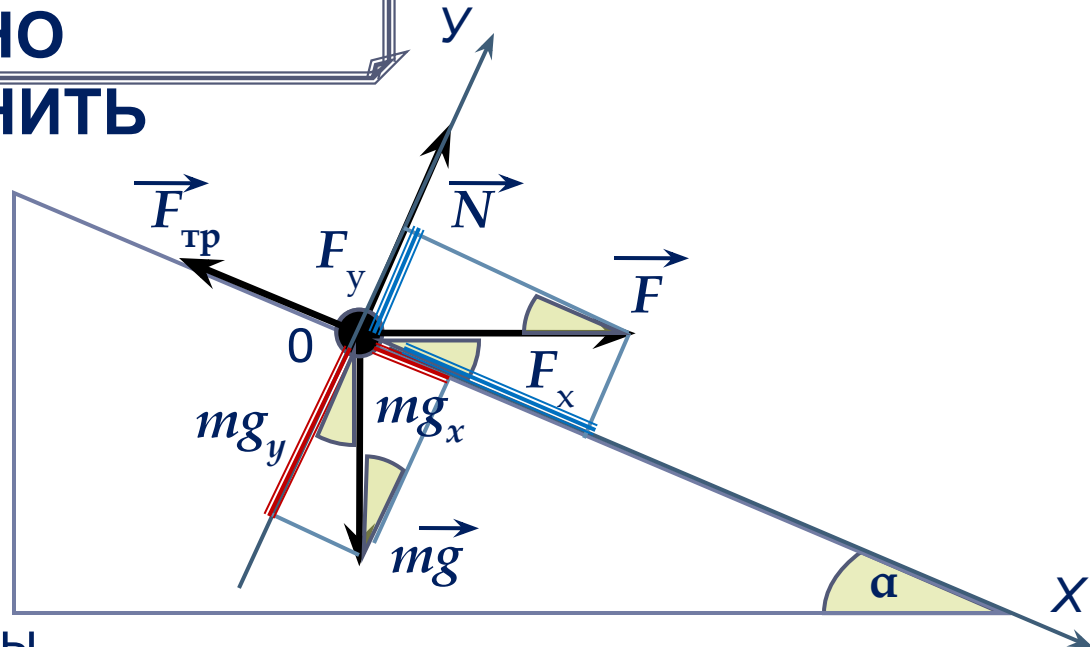
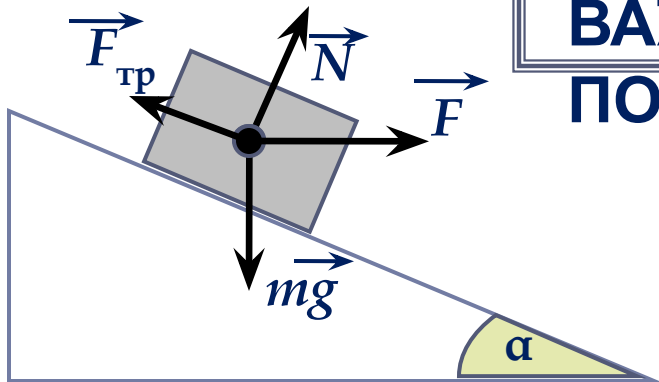
Случай с другим соотношением ускорений

Ответ: $a_1 = 2,6 \text{ м/с}^2$, $a_2 = 4,6 \text{ м/с}^2$

Движение по наклонной

ПЛОСКОСТИ

**ВАЖНО
ПОМНИТЬ**



- Для тела, расположенного на наклонной плоскости, целесообразно выбирать оси координат таким образом, чтобы ось Ox располагалась вдоль, а ось Oy – перпендикулярно наклонной плоскости (не нужно путать целесообразность с обязательностью)

Тогда для проекции сил на оси координат получим следующие выражения:

$$F_x = F \cos \alpha, \quad F_y = F \sin \alpha$$
$$mg_x = mg \sin \alpha, \quad mg_y = - mg \cos \alpha$$
$$N_x = 0, \quad N_y = N$$
$$F_{\text{тр}x} = - F_{\text{тр}}, \quad F_{\text{тр}y} = 0$$


На брусок массой m действует горизонтальная сила F , параллельная основанию наклонной плоскости с углом при основании α . С каким ускорением движется брусок к вершине, если коэффициент трения μ ?

Дано

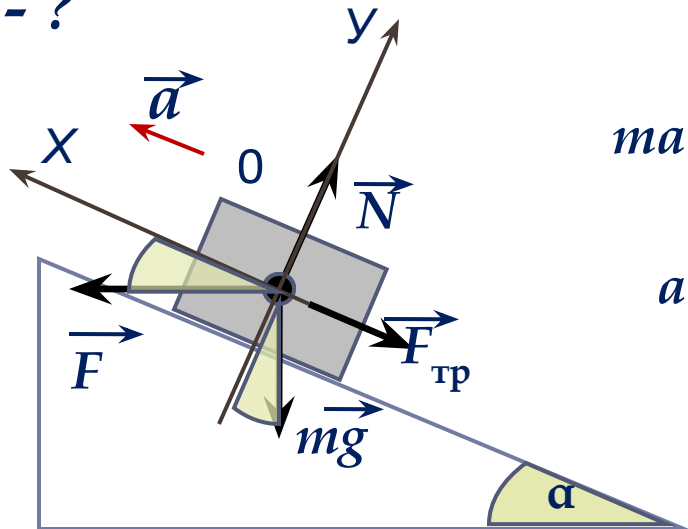
Решени

F ;
 m ;
 α ;
 μ

е:

$a - ?$

1



2

$$\vec{m}\vec{a} = m\vec{g} + \vec{F}_{\text{тр}} + \vec{N} + \vec{F}$$

3

$$0X: ma = -F_{\text{тр}} - mg\sin\alpha + F\cos\alpha \quad (1)$$

$$0Y: 0 = -mg\cos\alpha + N - F\sin\alpha \quad (2)$$

4

$$\text{из (2): } N = mg\cos\alpha + F\sin\alpha,$$

$$F_{\text{тр}} = N\mu = \mu(mg\cos\alpha + F\sin\alpha)$$

$$ma = -\mu(mg\cos\alpha + F\sin\alpha) - mg\sin\alpha + F\cos\alpha$$

$$a = \frac{-\mu(mg\cos\alpha + F\sin\alpha) - mg\sin\alpha + F\cos\alpha}{m}$$

ОТВЕТ

$$a = \frac{-\mu(mg\cos\alpha + F\sin\alpha) - mg\sin\alpha + F\cos\alpha}{m}$$

С каким ускорением будут двигаться грузы массами 2 кг и 4 кг, если $\alpha = 30^\circ$, $\beta = 60^\circ$. Найти натяжение нити. Блоки и нить невесомы, трением пренебречь.

Дано

$$\begin{aligned} m_1 &= 2 \text{ кг} \\ m_2 &= 4 \text{ кг} \\ \alpha &= 30^\circ \\ \beta &= 60^\circ \\ a &= ? \end{aligned}$$

Решени

е:

1 $a_1 = a_2 = a, T_1 = T_2 = T$

2

Удобно выбрать для каждого тела СВОЮ

систему координат (как на рисунке)

$$\begin{aligned} m_1 a &= m_1 g + T + N_1 \\ m_2 a &= m_2 g + T + N_2 \end{aligned}$$

3

$$0X: m_1 a = -m_1 g \sin \alpha + T \quad (1)$$

$$0Y: 0 = -m_1 g \cos \alpha + N_1 \quad (2)$$

$$0X: m_2 a = m_2 g \sin \beta - T \quad (3)$$

$$0Y: 0 = -m_2 g \cos \beta + N_2 \quad (4)$$

4

Складывая (1) и (3), и выражая

ускорение (получим)

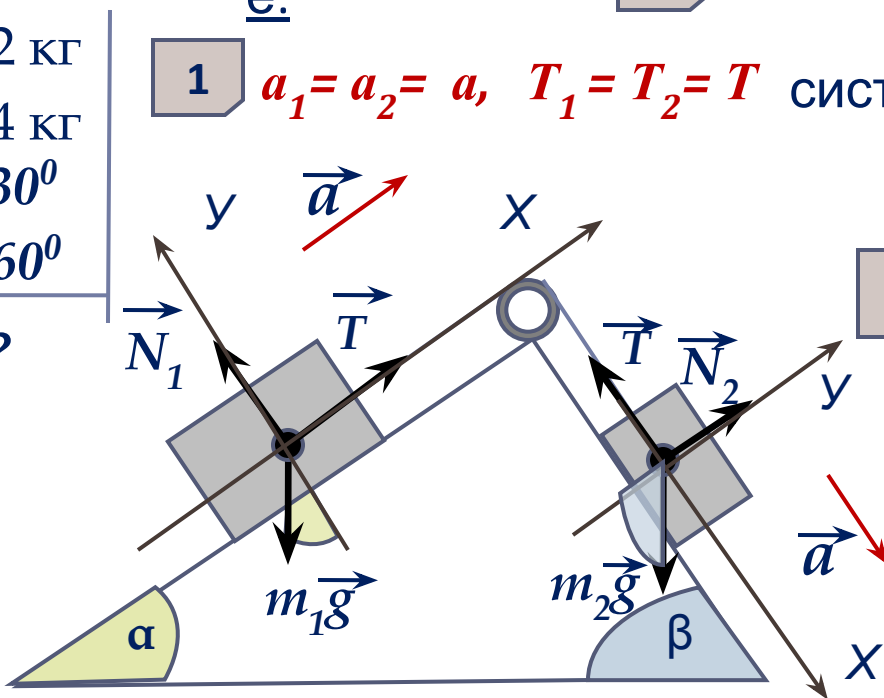
$$a = \frac{m_2 g \sin \beta - m_1 g \sin \alpha}{m_1 + m_2}$$

$$T = m_1 a + m_1 g \sin \alpha$$

5

$$a = 4 \text{ м/с}^2 \quad T = 17,8 \text{ Н}$$

Ответ: $a = 4 \text{ м/с}^2, T = 17,8 \text{ Н}$



« На

десерт»

Человек массой m_1 , упиравшись ногами в ящик массой m_2 подтягивает его с помощью каната, перекинутого через блок, по наклонной плоскости с углом наклона α . С какой минимальной силой нужно тянуть канат, чтобы подтянуть ящик к блоку? Коэффициент трения между ящиком и наклонной плоскостью

Дано

- m_1 ;
- m_2 ;
- μ ;
- α ;
- T - ?

2 Сила будет минимальной при равномерном

движении

$$0 = m_1 g + \vec{T} + \vec{N}_1 + \vec{F}_{тр1}$$

$$0 = m_2 g + \vec{T} + \vec{N}_2 + \vec{F}'_{тр1} + \vec{F}_{тр} + \vec{F}_{N1}$$

3 $0X: 0 = -m_1 g \sin \alpha + T - F_{тр1}$ (1)

$$0 = -m_2 g \sin \alpha + T + F'_{тр1} - F_{тр}$$
 (2)

$$0Y: 0 = -m_1 g \cos \alpha + N_1$$
 (3)

$$0 = -m_2 g \cos \alpha + N_2 - F_{N1}$$
 (4)

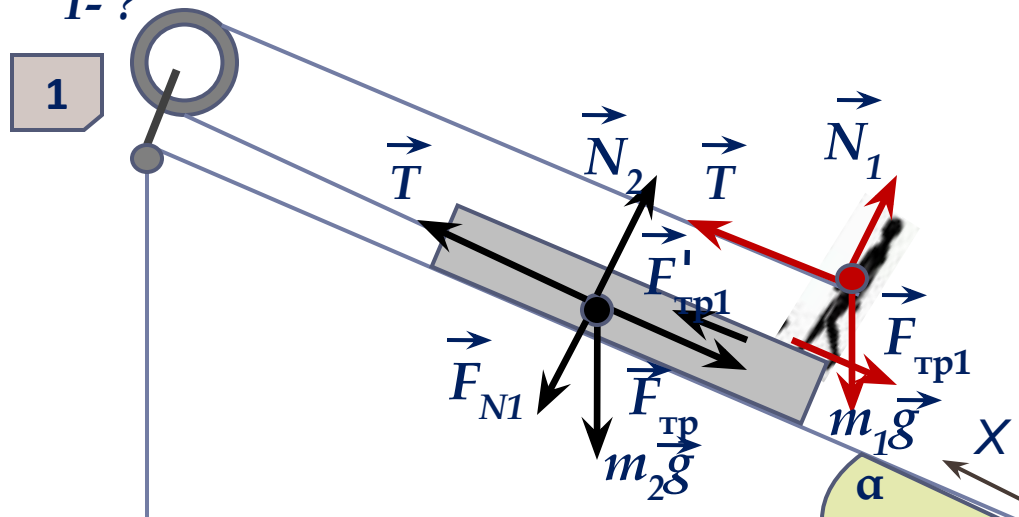
Складывая (1) и (2),

получим $2T = g \sin \alpha (m_1 + m_2) + F_{тр}$

$$F_{N1} = N_1 = m_1 g \cos \alpha$$

$$F_{тр} = \mu N_2 = \mu (m_2 g \cos \alpha + F_{N1}) = \mu g \cos \alpha (m_1 + m_2)$$

$$T = g (m_1 + m_2) (\sin \alpha + \mu \cos \alpha) / 2$$



1



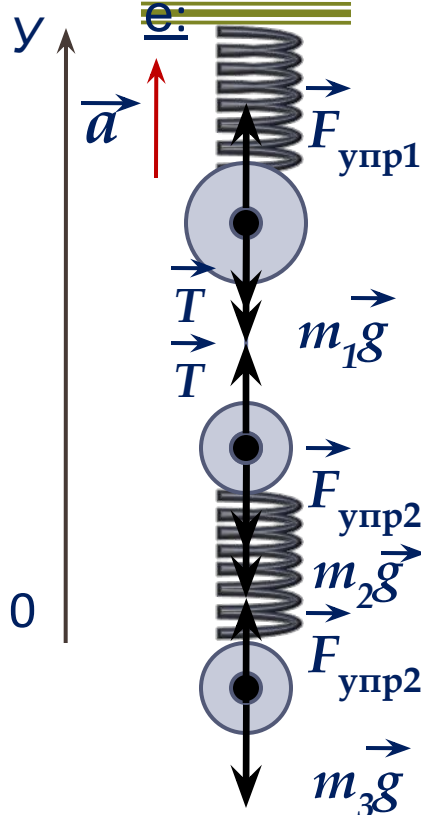
Шары массами m_1, m_2, m_3 подвешены к потолку с помощью двух невесомых пружин и легкой нити. Система покоится. Определите силу натяжения нити. Определите направление и модуль ускорения шара массой m_1 сразу после пережигания нити.

Дано

$m_1;$
 $m_2;$
 $m_3;$

$T-?$
 $a-?$

Решени



1. Для ясности можно провести «мысленный эксперимент» – представить, что в середине нити находится динамометр. Получается, что к нему прикрепили грузы массами m_2 и m_3 . Естественно, его показания будут равны:

$$T = g(m_2 + m_3)$$

2. В момент пережигания нити на верхний шар действуют только две силы: $\vec{F}_{\text{упр1}}$ и $\vec{m}_1\vec{g}$, которые и сообщают шару ускорение.

$$m_1\vec{a} = m_1\vec{g} + \vec{F}_{\text{упр1}}$$

$$F_{\text{упр1}} = g(m_1 + m_2 + m_3) \text{ (см. п.1)}$$

Окончательно после преобразований получим: $a = g(m_2 + m_3) / m_1$

К концам троса, перекинутого через блок, привязаны бруски с массами $m_1 = m$ и $m_2 = 4m$, находящиеся на гладкой наклонной плоскости с углом наклона 30° . При каком минимальном значении

коэффициента трения между брусками они будут покоиться?

Дано

$$\begin{aligned} m_1 &= m \\ m_2 &= 4m \\ \alpha &= 30^\circ \\ \mu &= ? \end{aligned}$$

Решени

$$\begin{aligned} \text{2} \quad m_1 \vec{a} &= m_1 \vec{g} + \vec{T} + \vec{N}_1 + \vec{F}_{\text{тр}} \\ m_2 \vec{a} &= m_2 \vec{g} + \vec{T} + \vec{N}_2 + \vec{F}'_{\text{тр}} + \vec{F}_{N1} \end{aligned}$$

$$\text{3} \quad 0X: 0 = -m_1 g \sin \alpha + T - F_{\text{тр}} \quad (1)$$

$$0 = -m_2 g \sin \alpha + T + F'_{\text{тр}} \quad (2)$$

$$\text{0Y: } 0 = -m_1 g \cos \alpha + N_1 \quad (3)$$

$$0 = -m_2 g \cos \alpha + N_2 - F_{N1} \quad (4)$$

$$\text{4} \quad \text{Из (3): } N_1 = m_1 g \cos \alpha$$

$$\text{Из (4): } N_2 = m_2 g \cos \alpha + F_{N1}$$

$$N_1 = F_{N1}, \text{ ПОЭТОМУ}$$

$$N_2 = m_2 g \cos \alpha - m_1 g \cos \alpha$$

Вычтем из (1) (2) и учитывая,

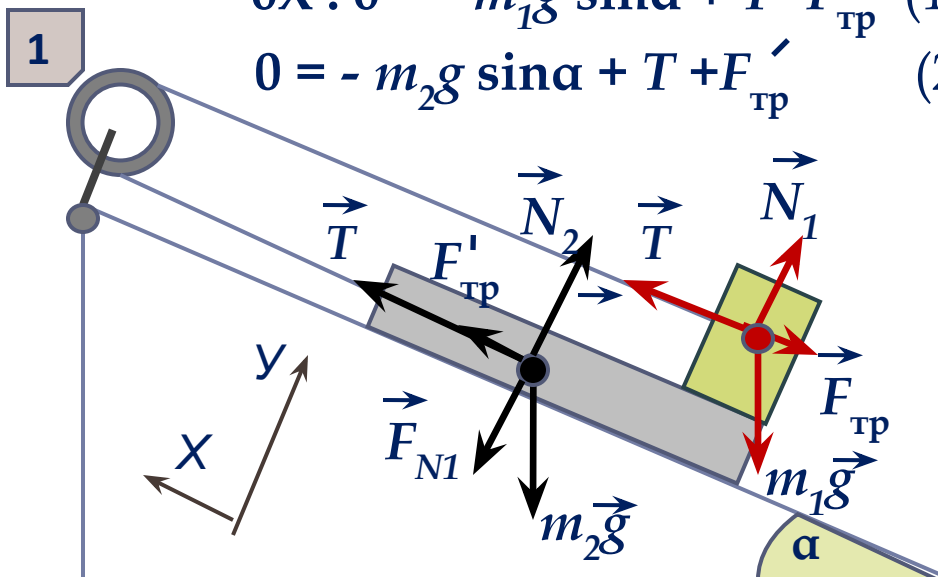
$$\text{что } F_{\text{тр}} = F'_{\text{тр}}$$

$$2 F_{\text{тр}} = m_2 g \sin \alpha - m_1 g \sin \alpha$$

$$F_{\text{тр}} = \mu N_1 = \mu m_1 g \cos \alpha$$

$$\text{5} \quad \mu = \frac{m_2 g \sin \alpha - m_1 g \sin \alpha}{2 m_1 g \cos \alpha} = 3 \operatorname{tg} \alpha$$

$$2 m_1 g \cos \alpha$$



Список литературы

1. Г. Я. Мякишев. Физика: Учебник для 10 кл. общеобразовательных учреждений / Г. Я. Мякишев, Б. Б. Буховцев, Н. Н. Сотский. – М. : Просвещение, 2008.
2. Кирик Л. А. Физика – 9. Разноуровневые самостоятельные и контрольные работы. – М.: Илекса, 2003.
3. Задачи вступительных экзаменов в МФТИ («на десерт»)

