Модуль(абсолютная величина)

Выполнили: учитель МОУ СОШ №2
Собенина Л.А.

Цели:

Образовательная: Повторить понятие модуля, свойства модуля и решение простейших уравнений и неравенств, содержащих модуль.

Развивающая: Развить внимание, память, логическое мышление, пространственное воображение, математически правильную речь.

Воспитательная: Воспитание аккуратности, трудолюбия, ответственности за правильно выполненную работу.

Определение модуля

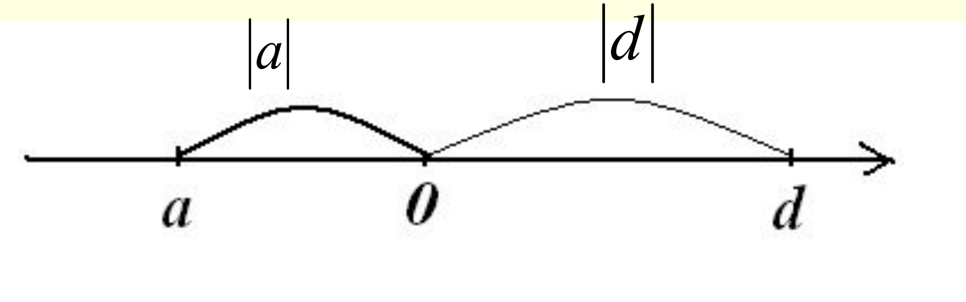
Определение

$$|a| = \begin{cases} a, \text{если} \ a \geq 0, \\ -a, \text{если} \ a < 0, a \in R \end{cases}$$

Аналогично для функции имеем:

$$|f(x)| = \begin{cases} f(x), \text{если} \ f(x) \geq 0, \\ -f(x), \text{если} \ f(x) < 0. \end{cases}$$

Графически (геометрически) модуль числа a есть расстояние на координатной прямой от точки a до начала отсчета.



Свойства:

1. $|a| \geq 0$

2. $|a| = |-a|$

3. $|a^2| = |a|^2 = a^2$

4. $|ab| = |a| \cdot |b|$

5. $\left|\dfrac{a}{b}\right| = \dfrac{|a|}{|b|}, b \neq 0$

6. $|a + b| \leq |a| + |b|$

7. $|a - b| \leq |a| + |b|$

Внимание

$$\sqrt{a^2} = |a|$$

$$\sqrt{f^2(x)} = |f(x)|$$

Уравнения, содержащие знак модуля

1. $$|f(x)| = b, b\rangle 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x) = b \\ f(x) = -b. \end{array}\right.$$

$$|f(x)| = b, b\langle 0 \Leftrightarrow \textit{решенийнет}$$

$$|f(x)| = 0 \Leftrightarrow f(x) = 0$$

2. $$|f(x)| = g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} g(x) \geq 0 \\ \left[\begin{array}{l} f(x) = g(x) \\ f(x) = -g(x) \end{array}\right. \end{cases}$$

3. $$|f(x)| = |g(x)| \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x) = g(x) \\ f(x) = -g(x) \end{array}\right. \Leftrightarrow f^2(x) = g^2(x)$$

Уравнения, содержащие знак модуля

4. В остальных случаях основным методом решения таких уравнений является метод интервалов:

1) Определяем ОДЗ уравнения.
2) Находим нули функции подмодульных выражений и разбиваем ими ОДЗ уравнения на интервалы.
3) Решаем уравнение на любом из этих интервалов, предварительно раскрыв модуль.
4) Решением уравнения является объединение всех найденных решений.

Решить уравнения (устно)

$1)\ |x| = 7;$

$2)\ |-x| = 2;$

$3)\ |x+5| = 0;$

$4)\ |x-1| = -3;$

$5)\ |9-x| = 4;$

$6)\ 2+|-3x| = 1;$

$7)\ |x-3| = x-3;$

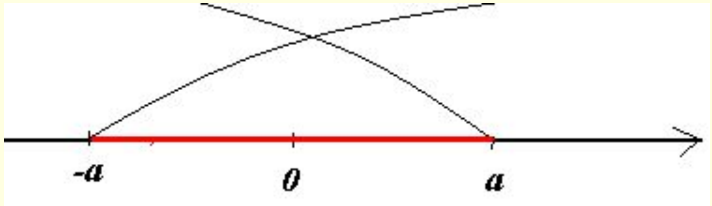
$8)\ \dfrac{|4x|}{3} = 0;$

$9)\ |5-x| = x-5;$

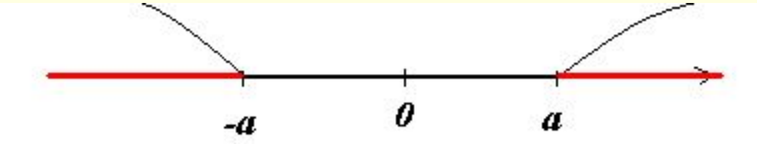
$10)\ x|x| = -\dfrac{1}{x}.$

Неравенства, содержащие знак модуля

1. $$|x|<a \Leftrightarrow \begin{cases} x<a \\ x>-a \end{cases} \Leftrightarrow -a<x<a$$



2. $$|x|>a \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x>a \\ x<-a \end{array}\right.$$



3. Аналогично: $$|x| \le a \Leftrightarrow \begin{cases} x \le a \\ x \ge -a \end{cases} \Leftrightarrow -a \le x \le a$$

$$|x| \ge a \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \ge a \\ x \le -a \end{array}\right.$$

4. В остальных случаях применяются те же методы, что и при решении уравнений.

Решите неравенства (устно)

$1)\left|x\right|\rangle -1;$

$2)\left|x\right| \geq 0;$

$3)\left|x\right|\langle 0;$

$4)\left|x\right| \leq 0;$

$5)\left|x\right| \leq -x;$

$6)\left|x-1\right|\langle 1;$

$7)\left|2x+1\right| \geq 1;$

$8)\left|2x-1\right|\langle 3;$

$9)x \cdot \left|x-1\right|\rangle 0;$

$10)x \cdot \left|x+1\right| \leq 0.$

Проверочная работа

1. Решите уравнение:

$a) x^2+3x+|x+3|=0;$

$б) |3x-5|=|5-2x|;$

$в) |x-1|+|x-3|=2;$

$г) (x+1)^2+|x+1|-2=0;$

$д) \dfrac{3}{|x+3|-1}=x+3;$

2. Решите неравенство:

$а) |1-2x|\langle 0;$

$б) |x^2-2x-3|\langle 4;$

$в) |x^2-2x|\geq x;$

$г) |x-1|\langle x;$

$д) x|3x-1|\langle 3;$

$е) |x+1|-3|x-2|\rangle x+4.$

Внимание. При решении уравнений, в которых под знаком модуля находится выражение, также содержащее модуль, следует сначала освободиться от внутреннего модуля, а затем в полученных уравнениях раскрыть оставшиеся модули.

$$\big|x-|4-x|\big|-2x=4$$