

Модуль (абсолютная величина)

Выполнили: учитель МОУ СОШ №2
Собенина Л.А.

Цели:

Образовательная: Повторить понятие модуля, свойства модуля и решение простейших уравнений и неравенств, содержащих модуль.

Развивающая: Развить внимание, память, логическое мышление, пространственное воображение, математически правильную речь.

Воспитательная: Воспитание аккуратности, трудолюбия, ответственности за правильно выполненную работу.

Определение модуля

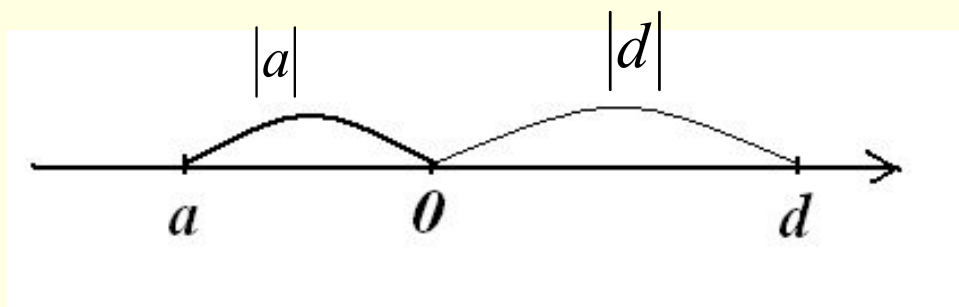
Определение

$$|a| = \begin{cases} a, & \text{если } a \geq 0, \\ -a, & \text{если } a < 0, a \in R \end{cases}$$

Аналогично для функции имеем:

$$|f(x)| = \begin{cases} f(x), & \text{если } f(x) \geq 0, \\ -f(x), & \text{если } f(x) < 0. \end{cases}$$

Графически (геометрически) модуль числа a есть расстояние на координатной прямой от точки a до начала отсчета.



Свойства:

1. $|a| \geq 0$

6. $|a + b| \leq |a| + |b|$

2. $|a| = |-a|$

7. $|a - b| \leq |a| + |b|$

3. $|a^2| = |a|^2 = a^2$

Внимание

4. $|ab| = |a| \cdot |b|$

$$\sqrt{a^2} = |a|$$

5. $\left| \frac{a}{b} \right| = \frac{|a|}{|b|}, b \neq 0$

$$\sqrt{f^2(x)} = |f(x)|$$

Уравнения, содержащие знак модуля

$$|f(x)| = b, b > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = b \\ f(x) = -b. \end{cases}$$

1. $|f(x)| = b, b < 0 \Leftrightarrow$ *решений нет*

$$|f(x)| = 0 \Leftrightarrow f(x) = 0$$

2. $|f(x)| = g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} g(x) \geq 0 \\ \begin{cases} f(x) = g(x) \\ f(x) = -g(x) \end{cases} \end{cases}$

3. $|f(x)| = |g(x)| \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = g(x) \\ f(x) = -g(x) \end{cases} \Leftrightarrow f^2(x) = g^2(x)$

Уравнения, содержащие знак модуля

4. В остальных случаях основным методом решения таких уравнений является метод интервалов:
 - 1) Определяем ОДЗ уравнения.
 - 2) Находим нули функции подмодульных выражений и разбиваем ими ОДЗ уравнения на интервалы.
 - 3) Решаем уравнение на любом из этих интервалов, предварительно раскрыв модуль.
 - 4) Решением уравнения является объединение всех найденных решений.

Решить уравнения (устно)

$$1) |x| = 7;$$

$$2) |-x| = 2;$$

$$3) |x + 5| = 0;$$

$$4) |x - 1| = -3;$$

$$5) |9 - x| = 4;$$

$$6) 2 + |-3x| = 1;$$

$$7) |x - 3| = x - 3;$$

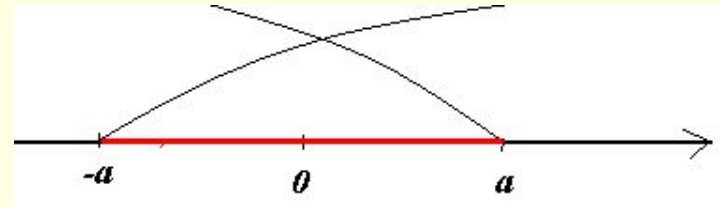
$$8) \frac{|4x|}{3} = 0;$$

$$9) |5 - x| = x - 5;$$

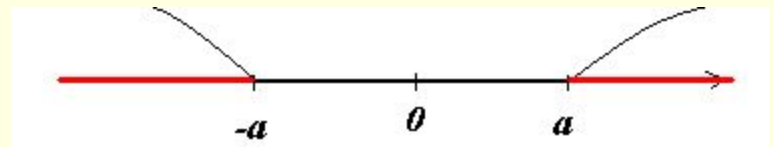
$$10) x|x| = -\frac{1}{x}.$$

Неравенства, содержащие знак модуля

1. $|x| < a \Leftrightarrow \begin{cases} x < a \\ x > -a \end{cases} \Leftrightarrow -a < x < a$



2. $|x| > a \Leftrightarrow \begin{cases} x > a \\ x < -a \end{cases}$



3. Аналогично: $|x| \leq a \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq a \\ x \geq -a \end{cases} \Leftrightarrow -a \leq x \leq a$

$$|x| \geq a \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq a \\ x \leq -a \end{cases}$$

4. В остальных случаях применяются те же методы, что и при решении уравнений.

Решите неравенства (устно)

$$1) |x| > -1;$$

$$2) |x| \geq 0;$$

$$3) |x| < 0;$$

$$4) |x| \leq 0;$$

$$5) |x| \leq -x;$$

$$6) |x - 1| < 1;$$

$$7) |2x + 1| \geq 1;$$

$$8) |2x - 1| < 3;$$

$$9) x \cdot |x - 1| > 0;$$

$$10) x \cdot |x + 1| \leq 0.$$

Проверочная работа

1. Решите уравнение:

$$a) x^2 + 3x + |x + 3| = 0;$$

$$б) |3x - 5| = |5 - 2x|;$$

$$в) |x - 1| + |x - 3| = 2;$$

$$г) (x + 1)^2 + |x + 1| - 2 = 0;$$

$$д) \frac{3}{|x + 3| - 1} = x + 3;$$

2. Решите неравенство:

$$a) |1 - 2x| < 0;$$

$$б) |x^2 - 2x - 3| < 4;$$

$$в) |x^2 - 2x| \geq x;$$

$$г) |x - 1| < x;$$

$$д) x|3x - 1| < 3;$$

$$е) |x + 1| - 3|x - 2| > x + 4.$$

Внимание. При решении уравнений, в которых под знаком модуля находится выражение, также содержащее модуль, следует сначала освободиться от внутреннего модуля, а затем в полученных уравнениях раскрыть оставшиеся модули.

$$|x - |4 - x|| - 2x = 4$$