Объём наклонной призмы

VIDEOUROKI.NET

Сегодня на уроке:

- ✔ Формула для вычисления объёма наклонной призмы

VIDEOUROKI.NET

Основная формула для вычисления объёма тел:

$$V = \int_a^b S(x)dx$$

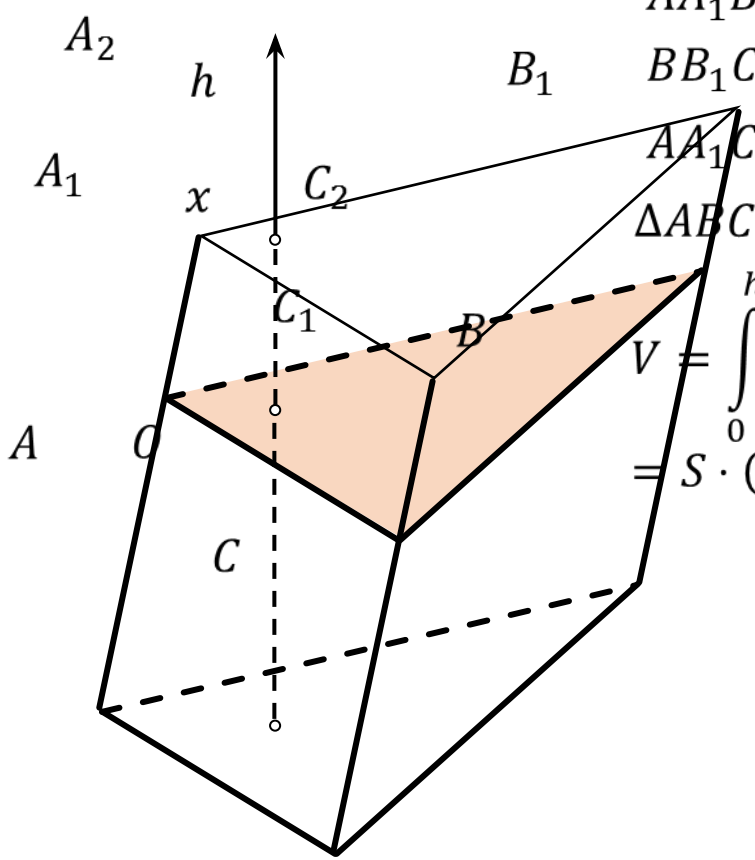
$$V = S_{\text{осн}} \cdot h$$

Объём прямой призмы равен произведению площади основания на высоту.

VIDEOUROKI.NET

Теорема. Объём наклонной призмы равен произведению площади основания на высоту.

Доказательство:



$S_{\Delta ABC} = S$

$S(x) = S_{\Delta A_1B_1C_1}$

$V = \int_a^b S(x)dx$

AA_1B_1B – параллелограмм $\Rightarrow AB \parallel A_1B_1$

BB_1C_1C – параллелограмм $\Rightarrow BC \parallel B_1C_1$,

AA_1C_1C – параллелограмм $\Rightarrow AC \parallel A_1C_1, AC = A_1C_1$

$\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1 \Rightarrow S_{\Delta ABC} = S_{\Delta A_1B_1C_1} \Leftrightarrow S = S(x)$

$$V = \int_0^h S(x)dx = \int_0^h Sdx = S\int_0^h dx = S \cdot x\Big|_0^h =$$

$$= S \cdot (h - 0) = S \cdot h$$

VIDEOUROKI.NET

Теорема. Объём наклонной призмы равен произведению площади основания на высоту.

Доказательство:

$h_{\text{призмы}} = h$

$S_{\text{осн}} = S$

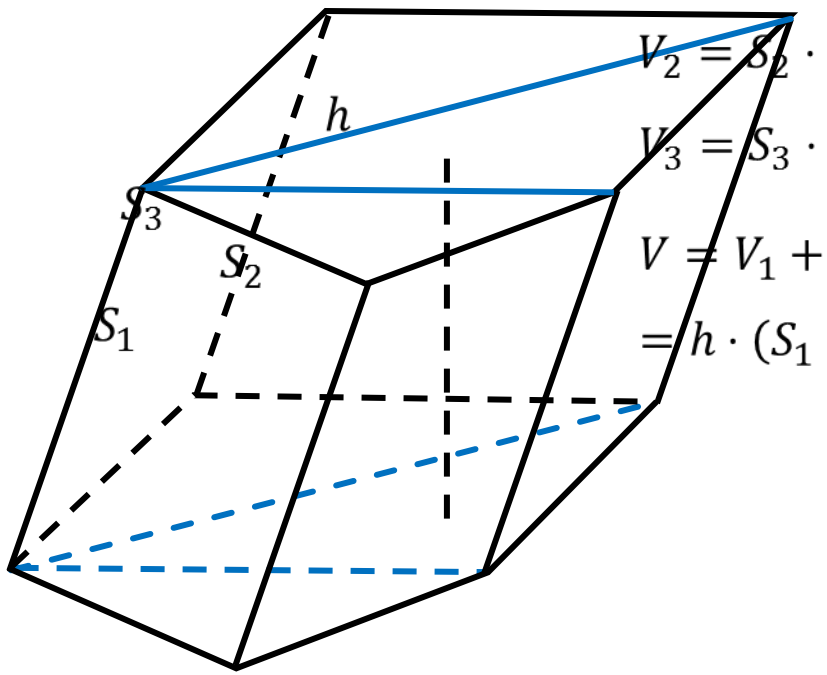
$V_1 = S_1 \cdot h$

$V_2 = S_2 \cdot h$

$V_3 = S_3 \cdot h$

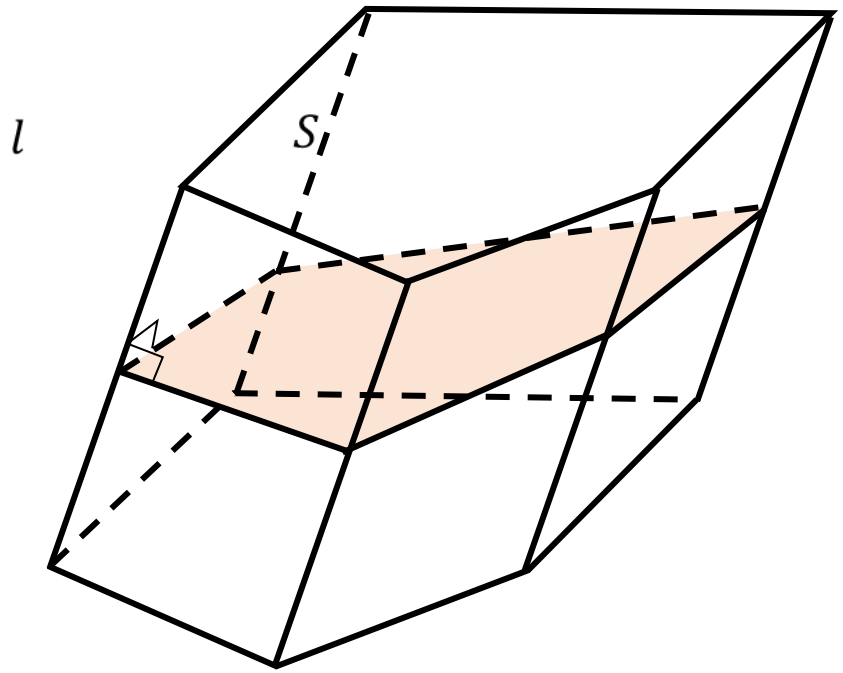
$V = V_1 + V_2 + V_3 = S_1 \cdot h + S_2 \cdot h + S_3 \cdot h =$

$= h \cdot (S_1 + S_2 + S_3) = h \cdot S$



VIDEOUROKI.NET

Объём наклонной призмы равен произведению длины бокового ребра на площадь перпендикулярного ему сечения.



$$V = S_{\text{сеч}} \cdot l$$

VIDEOUROKI.NET

Задача. Найти объем наклонной призмы, у которой основанием является треугольник со сторонами 10 см, 10 см, 12 см, а боковое ребро, равное 8 см, составляет с плоскостью основания угол в 60°.

$$V = S \cdot h$$

Решение:

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

$$p = \frac{a+b+c}{2}$$

$$p = \frac{10+10+12}{2} = 16 \text{ (см)}$$

$$S = \sqrt{16(16-10)(16-10)(16-12)} = 48 \text{ (см}^2\text{)}$$

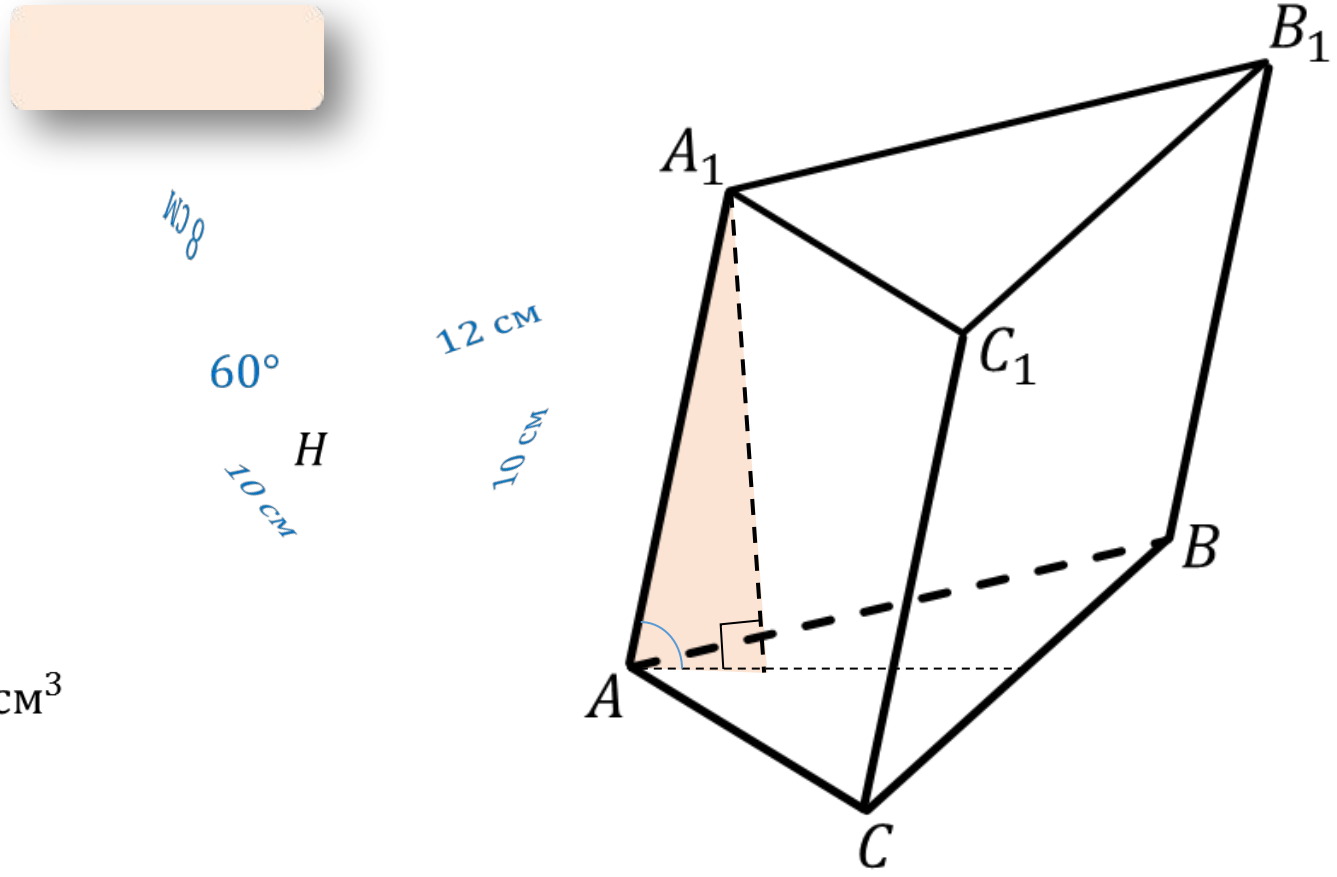
ΔAA_1H – прямоугольный $\Rightarrow \angle AA_1H = 30°$

$$AH = \frac{AA_1}{2} = \frac{8}{2} = 4 \text{ (см)}$$

$$A_1H = \sqrt{{AA_1}^2 - AH^2} = \sqrt{8^2 - 4^2} = 4\sqrt{3} \text{ (см)}$$

$$V = 48 \cdot 4\sqrt{3} = 192\sqrt{3} \text{ (см}^3\text{)}$$

Ответ: $192\sqrt{3}$ см^3



VIDEOUROKI.NET

Задача. Найти объём наклонной призмы, основанием которой является параллелограмм $ABCD$. Сторона $AB = 3$ см, сторона $AD = 5$ см, $\angle A = 45°$. Высота призмы равна 8 см.

$$V = S \cdot h$$

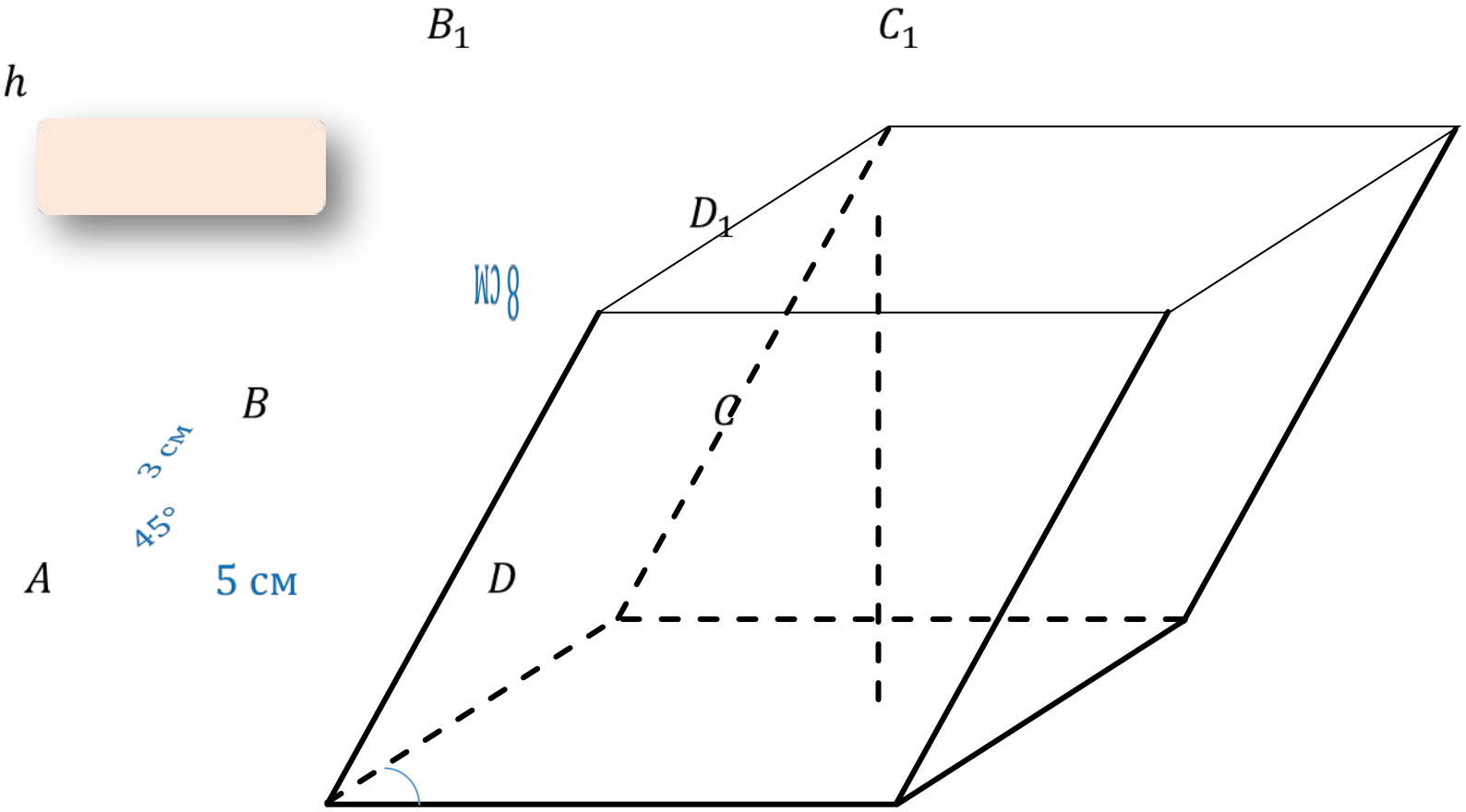
Решение:

$$S = AB \cdot AD \cdot \sin \angle A$$

$$S = 3 \cdot 5 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{15\sqrt{2}}{2} \text{ (см}^2\text{)}$$

$$V = \frac{15\sqrt{2}}{2} \cdot 8 = 60\sqrt{2} \text{ (см}^3\text{)}$$

Ответ: $60\sqrt{2}$ см^3



VIDEOUROKI.NET

Задача. Найти объем наклонной треугольной призмы, если расстояния между ее боковыми ребрами равны 37 см, 13 см и 30 см, а площадь боковой поверхности равна 480 см^2.

$$V = S_{\text{сеч}} \cdot l \qquad S_{\text{бок}} = P_{\text{сеч}} \cdot l$$

Решение:

$P_{\text{сеч}} = 37 + 13 + 30 = 80$ (см)

$$l = \frac{S_{\text{бок}}}{P_{\text{сеч}}} = \frac{480}{80} = 6 \text{ (см)}$$

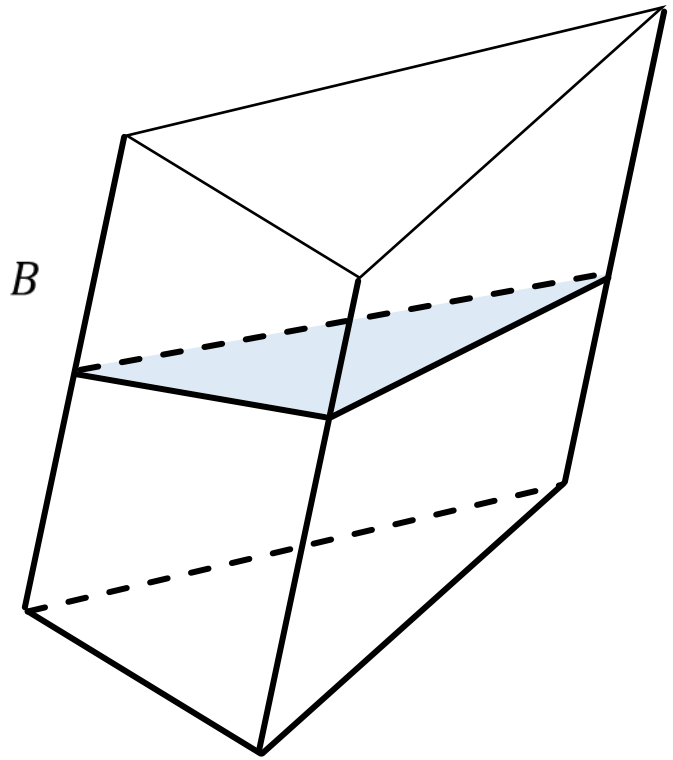
$$S_{\text{сеч}} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

$$p = \frac{P_{\text{сеч}}}{2} = \frac{80}{2} = 40 \text{ (см)}$$

$$S_{\text{сеч}} = \sqrt{40(40-37)(40-13)(40-30)} = 180 \text{ (см}^2\text{)}$$

$$V = 180 \cdot 6 = 1080 \text{ (см}^3\text{)}$$

Ответ: 1080 см^3



VIDEOUROKI.NET

Объём наклонной призмы

Задача. Найти объем наклонной призмы, у которой основанием является треугольник со сторонами 10 см, 10 см, 12 см, а боковое ребро, равное 8 см, составляет с плоскостью основания угол в 60°.

Решение:

$V = S \cdot h$

$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$

$p = \frac{a+b+c}{2}$

$p = \frac{10+10+12}{2} = 16$ (см)

$S = \sqrt{16(16-10)(16-10)(16-12)} = 48$ (см^2)

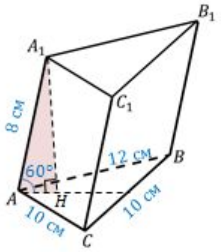
ΔAA_1H – прямоугольный$\Rightarrow \angle AA_1H = 30°$

$AH = \frac{AA_1}{2} = \frac{8}{2} = 4$ (см)

$A_1H = \sqrt{AA_1{}^2 - AH^2} = \sqrt{8^2 - 4^2} = 4\sqrt{3}$ (см)

$V = 48 \cdot 4\sqrt{3} = 192\sqrt{3}$ (см^3)

Ответ: $192\sqrt{3}$ см^3



VIDEOUROKI.NET

Задача. Найти объём наклонной призмы, основанием которой является параллелограмм $ABCD$. Сторона $AB = 3$ см, сторона $AD = 5$ см, $\angle A = 45°$. Высота призмы равна 8 см.

Решение:

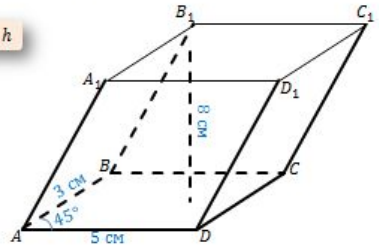
$V = S \cdot h$

$S = AB \cdot AD \cdot sin\angle A$

$S = 3 \cdot 5 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{15\sqrt{2}}{2}$ (см^2)

$V = \frac{15\sqrt{2}}{2} \cdot 8 = 60\sqrt{2}$ (см^3)

Ответ: $60\sqrt{2}$ см^3



VIDEOUROKI.NET

Задача. Найти объем наклонной треугольной призмы, если расстояния между ее боковыми ребрами равны 37 см, 13 см и 30 см, а площадь боковой поверхности равна 480 см^2.

Решение:

$V = S_{сеч} \cdot l$ $\quad S_{бок} = P_{сеч} \cdot l$

$P_{сеч} = 37 + 13 + 30 = 80$ (см)

$l = \frac{S_{бок}}{P_{сеч}} = \frac{480}{80} = 6$ (см)

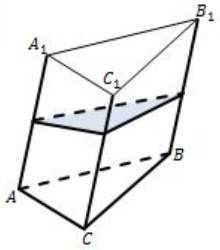
$S_{сеч} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$

$p = \frac{P_{сеч}}{2} = \frac{80}{2} = 40$ (см)

$S_{сеч} = \sqrt{40(40-37)(40-13)(40-30)} = 180$ (см^2)

$V = 180 \cdot 6 = 1080$ (см^3)

Ответ: 1080 см^3



VIDEOUROKI.NET

VIDEOUROKI.NET