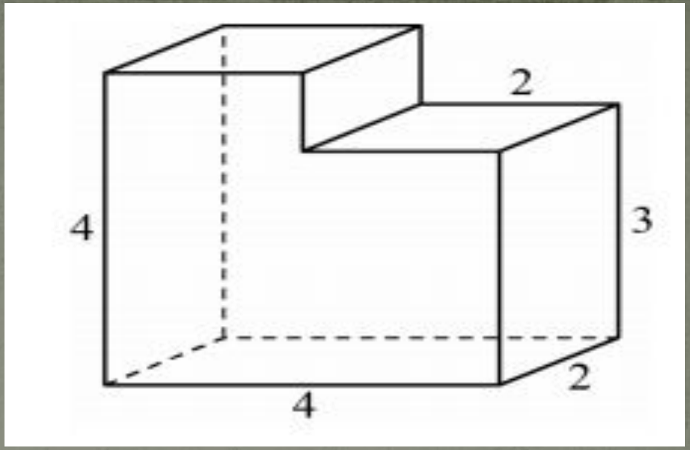
Решение задач на нахождение объемов и площадей поверхностей тел

Задачи B10 и B13

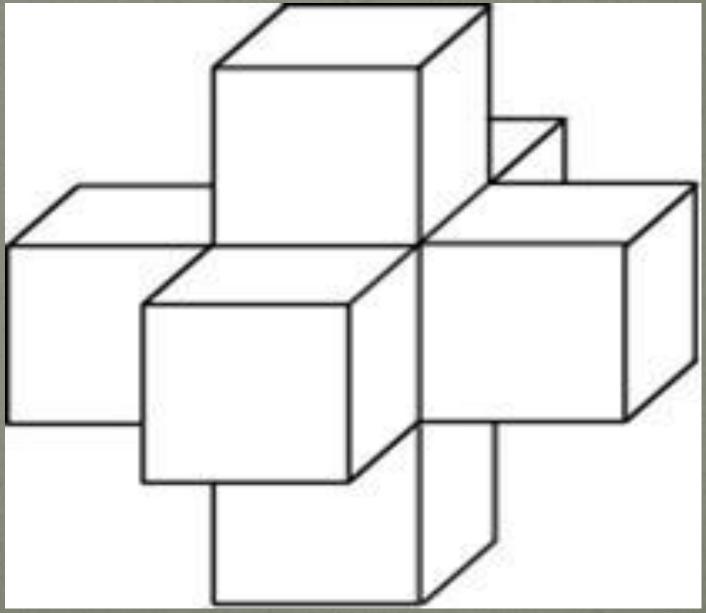
Домашнее задание

Найдите объём многогранника, изображённого на рисунке (все двугранные углы многогранника прямые).



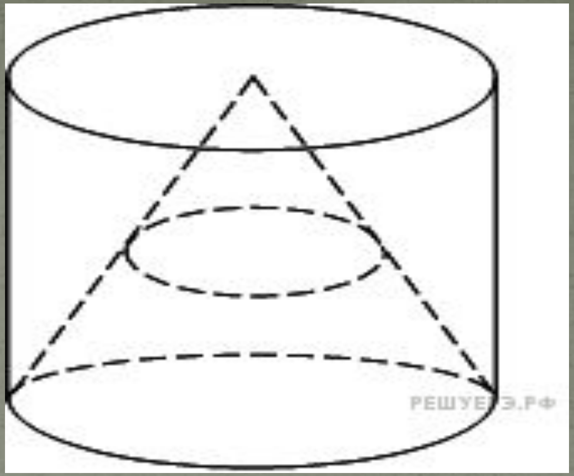
Ответ: 28

Найдите объем пространственного креста, изображенного на рисунке и составленного из единичных кубов.



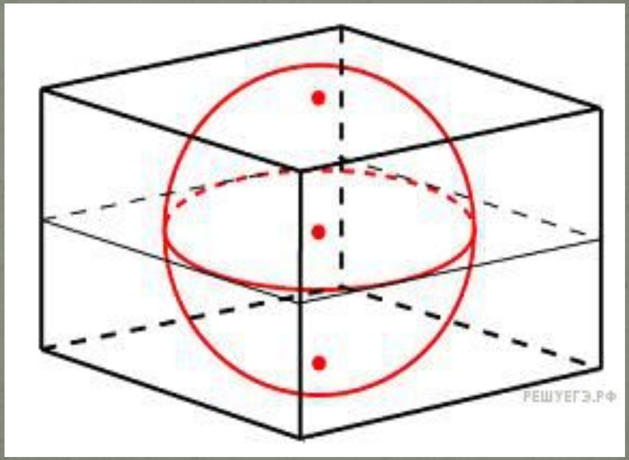
Ответ: 7

Конус вписан в цилиндр. Объем конуса равен 5. Найдите объем цилиндра.



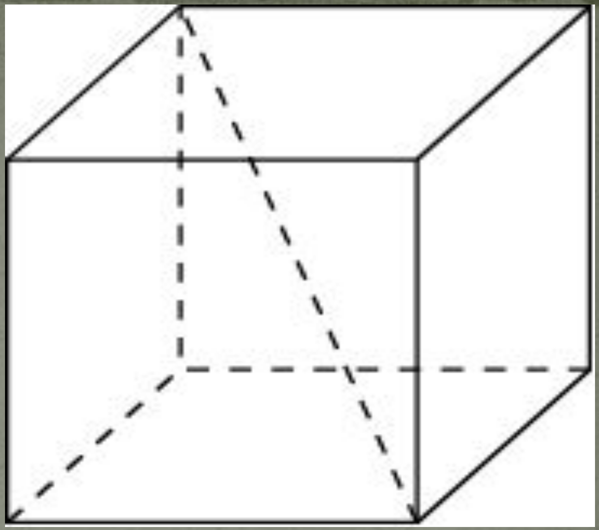
Ответ: 15

Объем прямоугольного параллелепипеда, описанного около сферы, равен 216. Найдите радиус сферы.

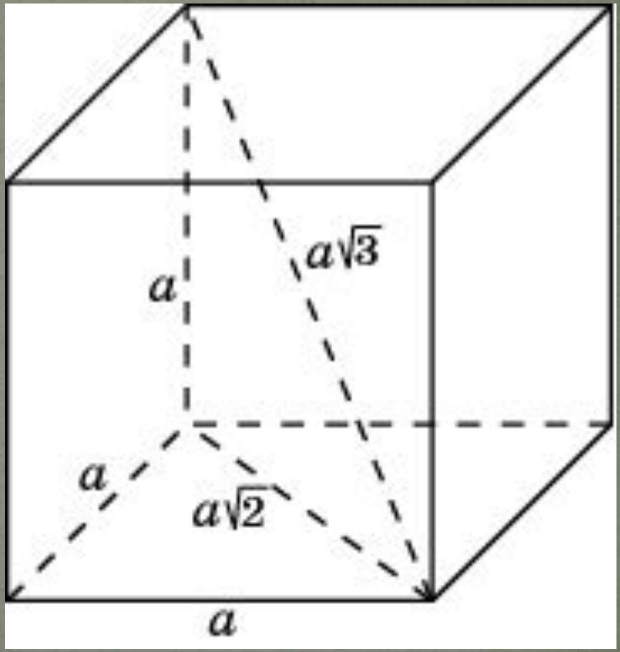


Ответ: 3

1. Диагональ куба равна $\sqrt{12}$. Найдите его объем

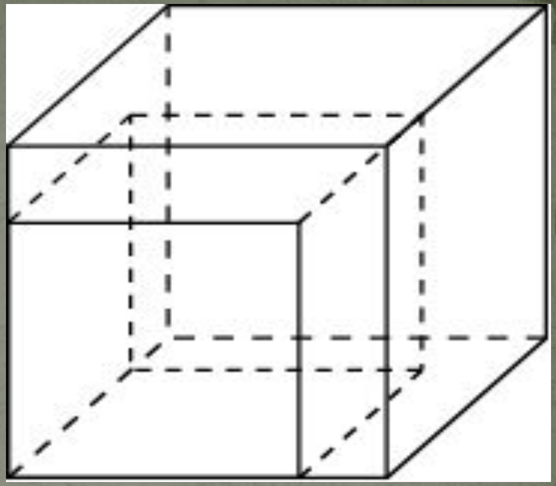


Решение: Если ребро куба равно a, то его диагональ равна $a\sqrt{3}$.Отсюда следует, что если диагональ куба равна $\sqrt{12}$, то его ребро равно 2 и, значит, объем этого куба равен 8

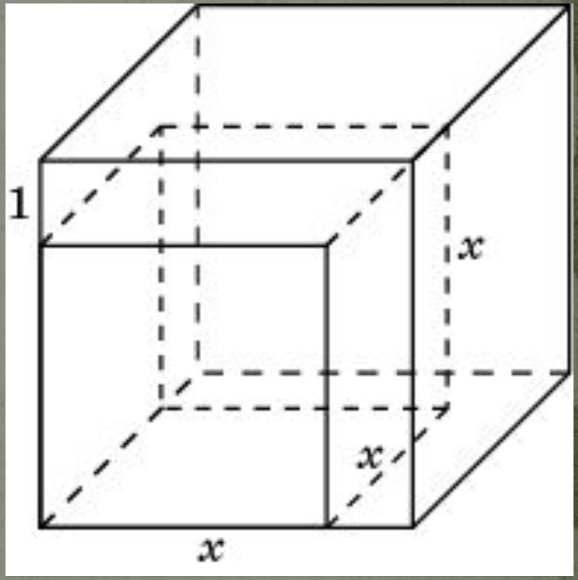


Ответ: 8

2. Если каждое ребро куба увеличить на 1, то его площадь поверхности увеличится на 30. Найдите ребро куба и его объем.

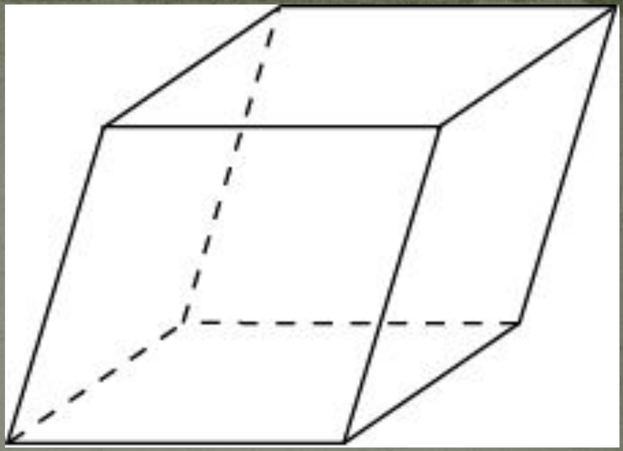


Решение: Если ребро куба равно x, то площадь его поверхности равна $6x^2$. Если ребро куба увеличить на 1, то его площадь поверхности будет равна $6(x+1)^2$. Учитывая, что площадь поверхности куба при этом увеличивается на 30, получаем уравнение $6(x+1)^2 = 6x^2 + 30$, решая которое, находим $x = 2$. $V = 8$.

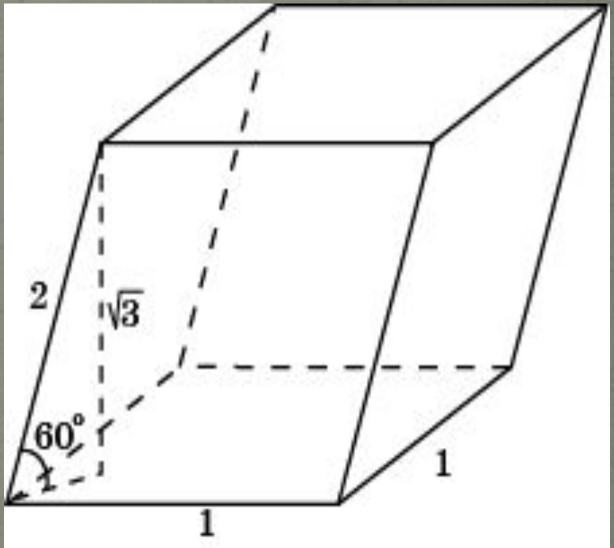


Ответ: 2; 8

3. Гранью параллелепипеда является ромб со стороной 1 и острым углом 60°. Одно из ребер параллелепипеда составляет с этой гранью угол в 60° и равно 2. Найдите объем параллелепипеда

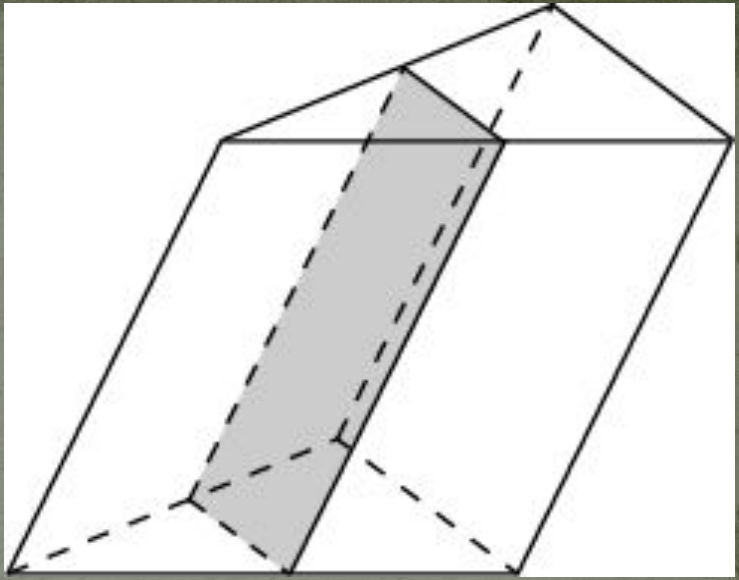


Решение: Площадь грани параллелепипеда, являющейся ромбом со стороной 1 и острым углом 60°, равна $\frac{\sqrt{3}}{2}$. Высота, опущенная на эту грань, равна $\sqrt{3}$. Объем параллелепипеда равен 1,5.



Ответ: 1,5

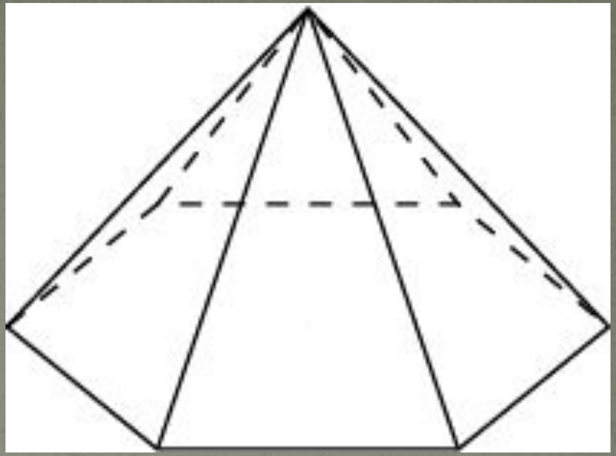
4. Через среднюю линию основания треугольной призмы, объем которой равен 32, проведена плоскость, параллельная боковому ребру. Найдите объем отсеченной треугольной призмы



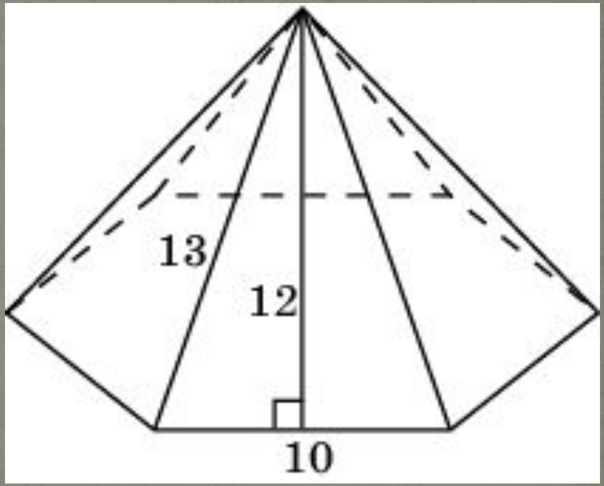
Решение: Площадь основания отсеченной призмы равна четверти площади основания исходной призмы. Высота отсеченной призмы равна высоте исходной призмы. Следовательно, объем отсеченной призмы равен четверти объема исходной призмы, т.е. равен 8

Ответ: 8

5. Стороны основания правильной шестиугольной пирамиды равны 10, боковые ребра равны 13. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды

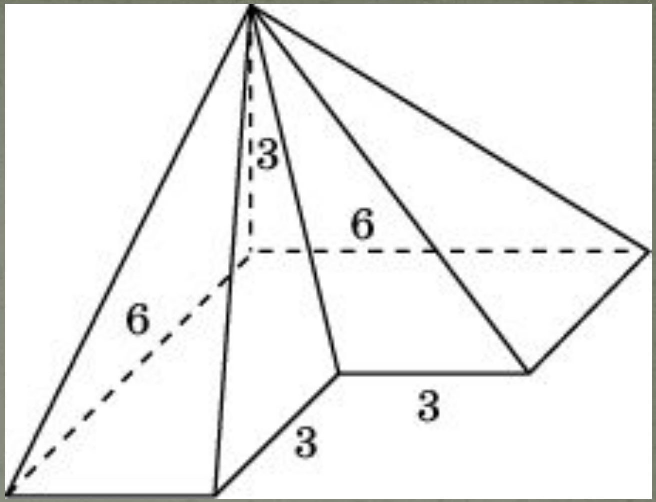


Решение: Высота боковой грани пирамиды равна 12. Площадь боковой грани равна 60. Площадь боковой поверхности этой пирамиды равна 360



Ответ: 360

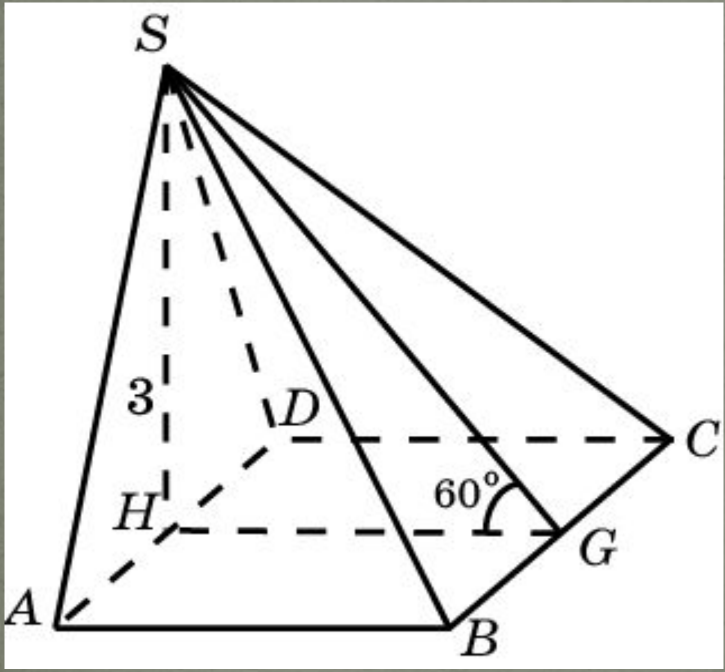
6. Найдите объем пирамиды, изображенной на рисунке. Ее основанием является многоугольник, соседние стороны которого перпендикулярны, а одно из боковых ребер перпендикулярно плоскости основания и равно 3



Решение: Площадь основания пирамиды равна 27, высота равна 3. Следовательно, объем пирамиды равен 27.

Ответ: 27

7. Основанием пирамиды служит прямоугольник, одна боковая грань перпендикулярна плоскости основания, а три другие боковые грани наклонены к плоскости основания под углом 60°. Высота пирамиды равна 3 см. Найдите объем пирамиды



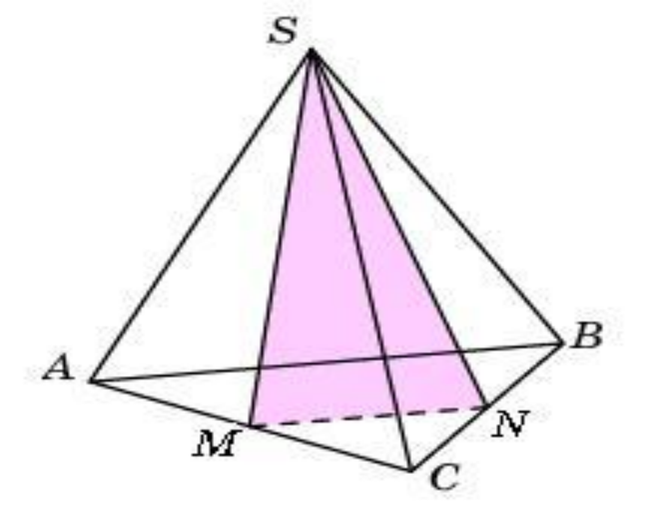
Решение: Треугольник SAD равносторонний со стороной $2\sqrt{3}$,

$AB = GH = \sqrt{3}$. Площадь прямоугольника $ABCD$ равна 6. Следовательно, объем

пирамиды равен 6

Ответ: 6

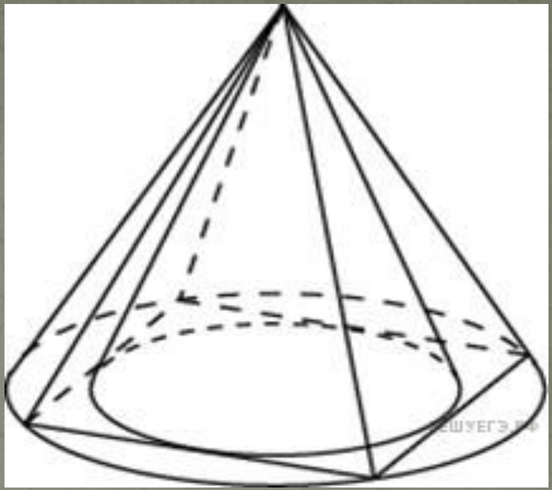
8. От треугольной пирамиды, объем которой равен 12, отсечена треугольная пирамида плоскостью, проходящей через вершину пирамиды и среднюю линию основания. Найдите объем отсеченной треугольной пирамиды.



Решение: $V_{SABC} = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot H$. $\Delta ABC \sim \Delta MNC$ с коэффициентом подобия, равным 2. Значит $S_{MNC} = \frac{1}{4} S_{ABC}$. Так как пирамиды имеют одинаковые высоты, а площадь основания отсеченной пирамиды в 4 раза меньше площади основания данной пирамиды, то и ее объем будет в 4 раза меньше объема данной. $V_{SMNC} = \frac{1}{4} V_{SABC} = 3$.

Ответ: 3

9. **Во сколько раз объем конуса, описанного около правильной четырехугольной пирамиды, больше объема конуса, вписанного в эту пирамиду?**



Решение: Радиус основания вписанного конуса будет равен половине стороны основания пирамиды, т.е. $R_{\text{вп}} = \frac{a}{2}$ **тогда** $V_{\text{вп}} = \frac{1}{3}\pi\frac{a^2}{4}h = \frac{1}{12}\pi a^2 h$. **Радиус основания описанного конуса будет равен половине диагонали пирамиды, т.е.** $R_{\text{оп}} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ **тогда** $V_{\text{оп}} = \frac{1}{3}\pi\frac{a^2}{2}h = \frac{1}{6}\pi a^2 h$.

Таким образом $\frac{V_{\text{оп}}}{V_{\text{вп}}} = \frac{\frac{1}{6}\pi a^2 h}{\frac{1}{12}\pi a^2 h} = 2$.

Ответ: 2