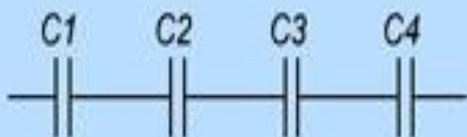


Решение задач «Соединения конденсаторов» 10 класс

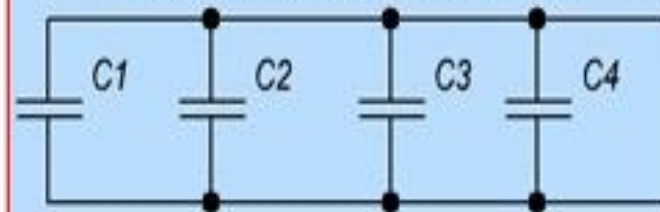
Смирнова С.Г.
учитель физики
МОУ «Луховский лицей»

Соединение конденсаторов

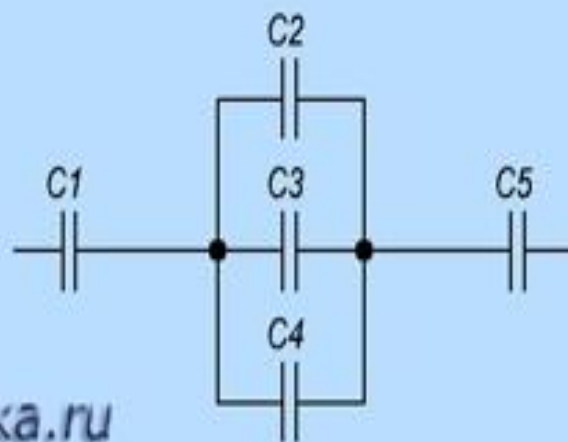
Последовательное соединение



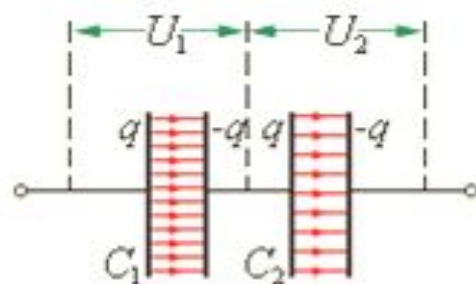
Параллельное соединение



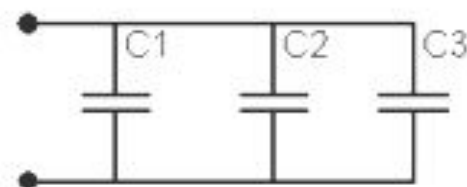
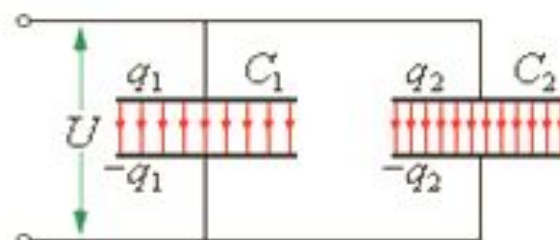
Смешанное соединение



Последовательное соединение



Параллельное соединение



$$U = U_1 + U_2 + \dots + U_i$$

$$U = U_1 = U_2 = \dots = U_i$$

$$q = q_1 = q_2 = \dots = q_i$$

$$q = q_1 + q_2 + \dots + q_i$$

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_i}$$

$$C = C_1 + C_2 + \dots + C_i$$

Соединение конденсаторов

Алгоритм решения задач

- 1) Делаем рисунок.
- 2) Определяем последовательно и параллельно соединенные конденсаторы. Напоминаем, что признаком последовательного соединения является равенство заряда, а параллельного одинаковая разность потенциалов.
- 3) Если соединения неочевидны, то находим точки схемы, потенциалы которых равны.
- 4) Соединяем эти точки или не учитываем наличие конденсатора, присоединенного к этим точкам, т.к. он не накапливает электрический заряд.
- 5) Рисуем эквивалентную схему, которую используем для расчета $C_{\text{ЭКВ}}$.

Задача 1. Четыре конденсатора емкостями $C_1 = 1$ мкФ, $C_2 = 1$ мкФ, $C_3 = 3$ мкФ, $C_4 = 2$ мкФ соединены, как показано на рисунке. К точкам A и B подводится напряжение $U = 140$ В. Найдите заряд и напряжение на каждом из конденсаторов.

Решение.

$$C_{2,3} = C_2 + C_3$$

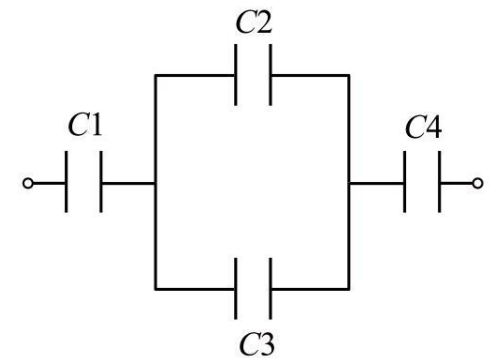
$$\frac{1}{C_{\text{экв}}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_{2,3}} + \frac{1}{C_4}$$

$$q_1 = q_{2,3} = q_4 = C_{\text{экв}} U$$

$$\frac{1}{C_{\text{экв}}} = \left[\frac{1}{1 \cdot 10^{-6}} + \frac{1}{(1+3) \cdot 10^{-6}} + \frac{1}{2 \cdot 10^{-6}} \right] \frac{1}{\Phi} = \frac{7}{4 \cdot 10^{-6}} \frac{1}{\Phi}$$

$$C_{\text{экв}} = (4/7) \cdot 10^{-6} \Phi$$

$$q_1 = q_{2,3} = q_4 = \cancel{Кл} (4/7) \cdot 10^{-6} \cdot 140 = 8 \cdot 10^{-5}$$



$$U_1 = \frac{q_1}{C_1} = \frac{8 \cdot 10^{-5}}{1 \cdot 10^{-6}} \text{ В} = 80 \text{ В}$$

$$q_4 = 8 \cdot 10^{-5} \quad U_4 = \frac{q_4}{C_4} = \frac{8 \cdot 10^{-5}}{2 \cdot 10^{-6}} \text{ В} = 40 \text{ В}$$

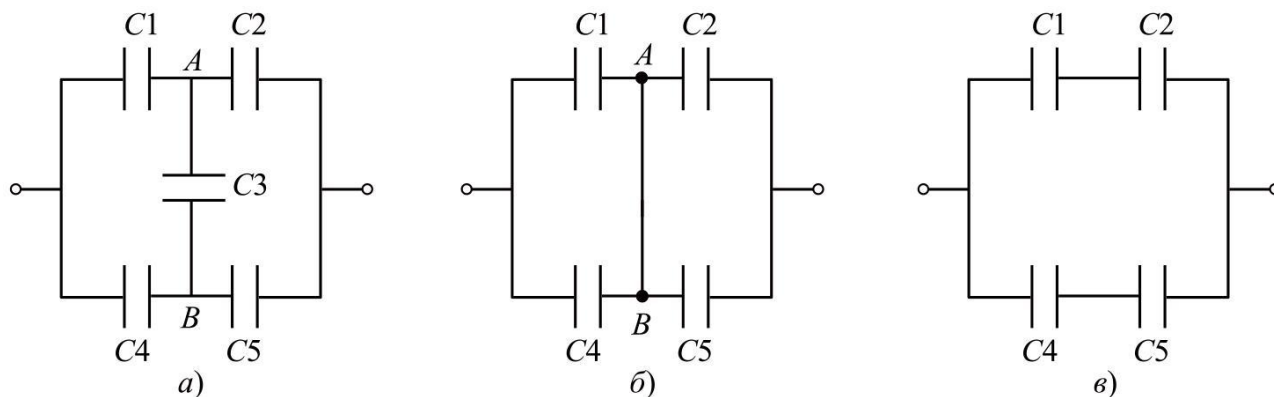
$$U_2 = U_3 = \frac{q_{2,3}}{C_{2,3}} = \frac{8 \cdot 10^{-5}}{4 \cdot 10^{-6}} \text{ В} = 20 \text{ В}$$

$$q_2 = C_2 U_2 = 1 \cdot 10^{-6} \cdot 20 = 2 \cdot 10^{-5} \text{ Кл}$$

$$q_3 = C_3 U_3 = 3 \cdot 10^{-6} \cdot 20 = 6 \cdot 10^{-5} \text{ Кл}$$

Задача 2. Определите эквивалентную электрическую емкость в цепи, изображенной на рисунке. Емкости всех конденсаторов одинаковы и равны C .

Решение.



$$\frac{1}{C_{\text{ЭКВ}}} = \frac{1}{2C_1} + \frac{1}{2C_2}$$

$$C_{\text{ЭКВ}} = \frac{2C_1C_2}{C_2 + C_2} = C$$

$$C'_{\text{ЭКВ}} = \frac{C_1C_2}{C_2 + C_2} = \frac{C}{2}$$

$$C_{\text{ЭКВ}} = 2C'_{\text{ЭКВ}} = \frac{2C_1C_2}{C_2 + C_2}$$

Задача 3. Определите емкость системы конденсаторов, изображенной на рисунке, если разность потенциалов подводится к точкам а) A, D ; б) B, D .

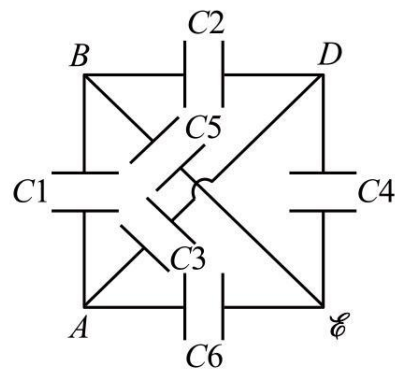
Решение.

$$\text{а) } \phi_B = \phi_E$$

$$C_{\text{экв1}} = \frac{C}{2} + \frac{C}{2} + C = 2C$$

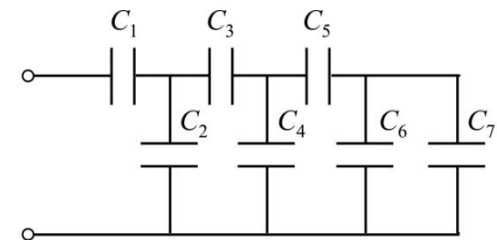
$$\text{б) } \phi_A = \phi_E$$

$$C_{\text{экв2}} = 2C$$



Задача 4. Определите емкость системы, изображенной на рисунке, если $C_1 = C_2 = C_3 = C_4 = C_5 = C_6 = C_7 = C$.

Решение.



$$C_{6,7} = 2C$$

$$\frac{1}{C_{5,6,7}} = \frac{1}{C} + \frac{1}{2C} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{3}{2} \quad C_{5,6,7} = \frac{2}{3}C$$

$$C_4 - C_7 :$$

$$C_{4,5,6,7} = 2\frac{C}{3} + C = \frac{5}{3}C$$

$$C_{\text{ЭКВ}} = (13/21)C$$

Задача 5. Конденсатор электроемкостью $C_1 = 1$ мкФ, заряженный до разности потенциалов $U_1 = 100$ В и отключенный от источника, соединили параллельно с конденсатором электроемкостью $C_2 = 3$ мкФ, заряженным до разности потенциалов $U_2 = 60$ В. Определите заряд каждого из конденсаторов и разность потенциалов между обкладками после их соединения, если

- 1) соединяются обкладки, имеющие одноименные заряды;
- 2) соединяются обкладки, имеющие разноименные заряды.

Решение.

$$1) C_{\text{экв}} = C_1 + C_2, \quad q = q_1 + q_2 = C_1 U_1 + C_2 U_2$$

$$U'_0 = \frac{q}{C_{\text{экв}}} = \frac{C_1 U_1 + C_2 U_2}{C_{\text{экв}}} = 70$$

$$q'_1 = C_1 U'_0 = 7 \cdot 10^{-5} \quad 21 \cdot 10^{-5} \quad q'_2 = C_2 U'_0 = \dots \quad -5$$

$$q = |q_1 - q_2| = |C_1 U_1 - C_2 U_2|$$

$$U_0'' = \frac{|C_1 U_1 - C_2 U_2|}{C_1 + C_2} = \mathbf{B0}$$

$$q_1'' = C_1 U_0'' = \mathbf{K2\pi 10^{-5}}$$

$$q_2'' = C_2 U_0'' = \mathbf{K6 \cdot 10^{-5}} \quad \text{л}$$

Задача 6. Энергия плоского воздушного конденсатора $W_1 = 2 \cdot 10^{-7}$ Дж. Определите энергию конденсатора после заполнения его диэлектриком с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = 2$, если:

- 1) конденсатор отключен от источника питания;
- 2) конденсатор подключен к источнику питания.

Решение.

$$1) W_2 = \frac{q_0^2}{2C_2}$$

$$C_2 = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d} = \varepsilon C_1 \quad C_1 = \frac{\varepsilon_0 S}{d}$$

$$W_2 = \frac{q_0^2}{2\varepsilon C_1} = \frac{W}{\varepsilon} = 10^{-7} \text{ Дж}$$

$$2) W_2 = \frac{C_2 U_0^2}{2} \quad C_2 = \varepsilon C_1$$

$$W_2 = \frac{\varepsilon C_1 U_0^2}{2} = \varepsilon W_1 = 4 \cdot 10^{-7} \text{ Дж}$$

Задача 7. Пластины плоского конденсатора подключены к источнику $U = 2$ В. Определите изменение емкости и энергии электрического поля конденсатора, если конденсатор наполовину заполнен диэлектриком с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = 2$. Расстояние между пластинами $d = 1$ см, площадь пластин $S = 50$ см².

Решение.

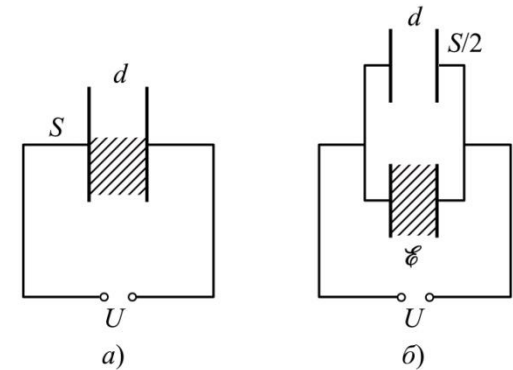
$$C_1 = \frac{\varepsilon_0 S'}{d} = \frac{\varepsilon_0 S}{2d} \quad C_2 = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 S}{2d}$$

$$C = C_1 + C_2 = \frac{\varepsilon_0 S}{2d} (\varepsilon + 1)$$

$$\Delta C = C - C_0 = \frac{\varepsilon_0 S}{2d} (\varepsilon + 1) - \frac{\varepsilon_0 S}{d} = \frac{\varepsilon_0 S}{2d} (\varepsilon - 1) = 2,21 \cdot 10^{-12}$$

$$\Delta W = \frac{CU^2}{2} - \frac{C_0 U^2}{2} = \frac{\Delta C U^2}{2}$$

$$\Delta W = \frac{\varepsilon_0 S (\varepsilon - 1)^2 U^2}{2d} = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Дж}$$



Задача 8. В плоский воздушный конденсатор вставляется металлическая пластина толщиной d_0 . Заряд на обкладках конденсатора q . Конденсатор отключен от источника. Расстояние между пластинами d , площадь пластин S . Определите изменение емкости конденсатора и энергии его электрического поля, если конденсатор не подключен к источнику.

Решение.

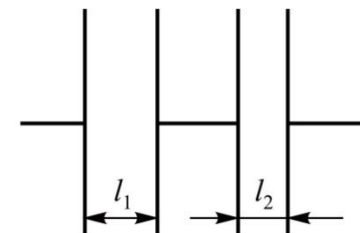
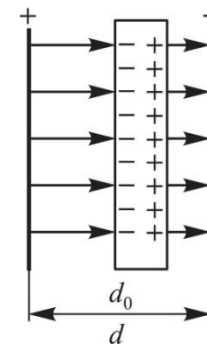
$$C_1 = \frac{\epsilon_0 S}{l_1}, C_2 = \frac{\epsilon_0 S}{l_2}$$

$$\frac{1}{C_{\text{ЭКВ}}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{l_1}{\epsilon_0 S} + \frac{l_2}{\epsilon_0 S} = \frac{l_1 + l_2}{\epsilon_0 S}$$

$$l_1 + l_2 = d - d_0, C_{\text{ЭКВ}} = \frac{\epsilon_0 S}{d - d_0}$$

$$\Delta C = C_{\text{ЭКВ}} - C_0 = \frac{\epsilon_0 S}{d - d_0} - \frac{\epsilon_0 S}{d} = \frac{\epsilon_0 S d_0}{(d - d_0) d} > 0$$

$$\Delta W = \frac{q^2}{2C_{\text{ЭКВ}}} - \frac{q^2}{2C_0} = \frac{q^2}{2} \left(\frac{d - d_0}{\epsilon_0 S} - \frac{d}{\epsilon_0 S} \right) = \frac{-q^2 d_0}{2\epsilon_0 S} < 0$$



Задача 9. Определите изменение заряда проводящей сферы радиуса 10 см, первоначально заряженной до потенциала 10^4 В, если с течением времени она частично потеряла заряд и ее энергия уменьшилась на $1,5 \cdot 10^{-4}$ Дж.

Решение.

$$W_{\text{э}} = \frac{C\varphi^2}{2} = 4\pi\epsilon_0 r^2 \epsilon_0 \frac{\varphi^2}{2}$$

$$\Delta W_{\text{э}} = W_{\text{э}2} - W_{\text{э}1} = \frac{C}{2} (\varphi_2^2 - \varphi_1^2)$$

$$\varphi_2 = \sqrt{\frac{2\Delta W_{\text{э}}}{C} + \varphi_1^2} = \sqrt{\frac{\Delta W_{\text{э}}}{4\pi\epsilon_0 r^2 \epsilon_0} + \varphi_1^2}$$

$$\Delta q = C(\varphi_2 - \varphi_1) = 4\pi\epsilon_0 r^2 \epsilon_0 \left(\sqrt{\frac{\Delta W_{\text{э}}}{4\pi\epsilon_0 r^2 \epsilon_0} + \varphi_1^2} - \varphi_1 \right) = 1,67 \cdot 10^{-8} \text{ Кл}$$