

# Простейшие тригонометрические уравнения

При  $0 < a < 1$  удобно пользоваться формулами

$$\sin x = -a \Rightarrow x = (-1)^{n+1} \arcsin a + \pi n, n \in \mathbb{Z} \text{ и}$$
$$\cos x = -a \Rightarrow x = \pm(\pi - \arccos a) + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

**Пример 1.** Решим уравнение  $2 \sin x = \sqrt{3}$ .

▲ Разделив обе части данного уравнения на 2, получим уравнение  $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ . Решение этого уравнения находится по формуле (1):

$x = (-1)^k \arcsin \frac{\sqrt{3}}{2} + \pi k, k \in Z$ . Так как  $\arcsin \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\pi}{3}$ , то это решение записывается в виде  $x = (-1)^k \frac{\pi}{3} + \pi k, k \in Z$ . ■

**Пример 2.** Решим уравнение  $\sqrt{2} \cos x = 1$ .

▲ Умножим данное уравнение на число  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ :  $\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cos x = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ . По формуле (3)  $x = \pm \arccos \frac{\sqrt{2}}{2} + 2\pi k, k \in Z$  или  $x = \pm \frac{\pi}{4} + 2\pi k, k \in Z$ . ■

**Пример 3.** Решим уравнение  $3 \operatorname{ctg} x = \sqrt{3}$ .

▲ Данное уравнение запишем так:  $\operatorname{ctg} x = \frac{\sqrt{3}}{3}$ , т.к.  $\operatorname{arccotg} \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{\pi}{3}$ , то по формуле (6)  $x = \frac{\pi}{3} + \pi k, k \in Z$ . ■

**Пример 4.** Решим уравнение  $2 \operatorname{tg} x = 1$ .

▲ Данное уравнение запишем так:  $\operatorname{tg} x = \frac{1}{2}$ . Отсюда по формуле (5)  $x = \operatorname{arctg} \frac{1}{2} + \pi k, k \in Z$ . Не каждый угол можно выразить через  $\pi$ . Поэтому во многих случаях ответы записываются в указанном виде. ■

## Упражнения

### А

В упражнениях 3.1–3.6, 3.8–3.11 решите уравнения.

- 3.1. 1)  $\cos 2x = \frac{1}{2}$ ;                      2)  $\sin \frac{x}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$   
3)  $\operatorname{tg} \frac{x}{2} = \sqrt{3}$ ;                      4)  $\operatorname{ctg} 3x = \frac{\sqrt{3}}{3}$ .
- 3.2. 1)  $\sin 2x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ ;                      2)  $\cos \frac{x}{2} = -\frac{1}{2}$ ;                      4)  $\operatorname{ctg} \frac{x}{2} = -\sqrt{3}$ .
- 3.3. 1)  $2\sin x - 1 = 0$ ;                      2)  $2\cos x + \sqrt{3} = 0$ ;                      4)  $\sqrt{3}\operatorname{ctg} x + 1 = 0$ .
- 3.4. 1)  $\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = 0,5$ ;                      2)  $\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ ;                      4)  $\operatorname{ctg}\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{8}\right) = \sqrt{3}$ .
- 3.5. 1)  $4\sin x + 3 = 0$ ;                      2)  $7\cos x - 2 = 0$ ;                      4)  $12\operatorname{ctg} 2x = 5$ .
- 3.6. 1)  $\sqrt{2}\sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = 1$ ;                      2)  $2\cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3}$ ;                      4)  $\operatorname{ctg}\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3}$ .

В

Выполните №№3.1-3.6 (2,4)