ПРЕОБРАЗОВАНИЯ СИСТЕМ КООРДИНАТ

ЛИТЕРАТУРА
Краснопевцев Б.В. Фотограмметрия. М.: МИИГАиК, 2008.
Запрос в интернете: фотограмметрия краснопевцев.

ПРЕОБРАЗОВАНИЯ СИСТЕМ КООРДИНАТ

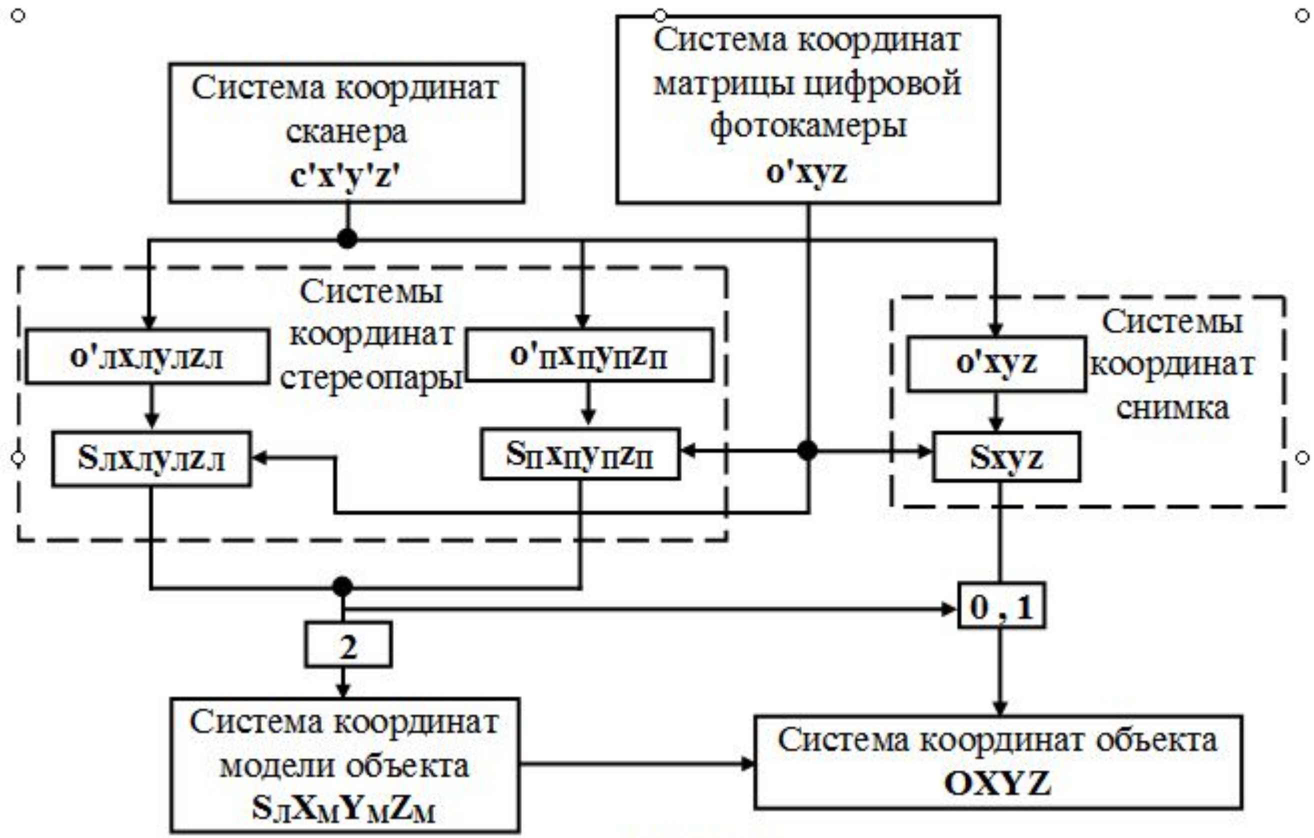


Рис.7.1

Технологическая схема преобразования систем координат

Фотограмметрическая обработка снимков состоит из последовательных преобразований координат. На рис приведена цепочка таких преобразований координат при обработке стереопары и одиночного снимка.

Координаты точек **стереопары** вначале переводят из **системы координат c'x'y'z' сканера** в **системы координат левого** $o'_л x_л y_л z_л$ **и правого** $o'_п x_п y_п z_п$ **снимков**, а затем в **системы координат** $S_л x_л y_л z_л$ и $S_п x_п y_п z_п$, соответственно.

Для **снимка** преобразование выполняется аналогично: сначала из **системы координат c'x'y'z' сканера** в **систему координат o'xyz**, а затем в **систему координат Sxyz**.

Если **снимок получен с помощью цифровой фотокамеры**, то **сразу выполняется переход** из системы координат **c'x'y'z'** матрицы ПЗС в системы координат $S_л x_л y_л z_л$ и $S_п x_п y_п z_п$ для **пары снимков** и в систему координат **Sxyz** для **одиночного снимка** (указано пунктирной линией).

Координаты точек **стереопары** и **снимка** можно преобразовать сразу в систему координат **OXYZ объекта**, если известны с достаточной точностью элементы внешнего ориентирования снимков, определяющие их положения в пространстве координат объекта (преобразование обозначено цифрой **0**).

Если элементы внешнего ориентирования **одиночного снимка** неизвестны или известны с недостаточной точностью, то с помощью опорных точек, координаты которых известны в системе координат объекта, вычисляют элементы внешнего ориентирования снимка, а затем осуществляют переход в систему координат **OXYZ** объекта (этот вариант обозначен цифрой **1**).

Для **стереопары** при таких же условиях координаты точек пересчитывают из систем координат $S_л x_л y_л z_л$ и $S_п x_п y_п z_п$ в систему координат $S_л X_М Y_М Z_М$ **модели объекта**. Затем, используя опорные точки, вычисляют элементы внешнего ориентирования модели и пересчитывают координаты из системы координат $S_л X_М Y_М Z_М$ **модели** в систему координат **OXYZ объекта** (этот вариант обозначен цифрой 2

Преобразование координат из системы координат сканера в систему координат снимка с началом в его центре проекции

Преобразование координат точек снимка из системы координат c'x'y'z' сканера в систему координат Sxyz снимка выполняют в два этапа. На **первом этапе** координаты преобразуют в систему координат o'xyz снимка с началом в его плоскости. Т.к. у обеих систем координат z' = z = 0, используют формулы для плоских систем координат. На **втором этапе** координаты преобразуют в систему координат Sxyz снимка с началом в его центре проекции.

Первый этап можно выполнить двумя способами. При **первом способе** взаимный угол разворота **κ'** (рис. 4.2) двух систем координат и величины $\mathbf{x'_{o'}}$, $\mathbf{y'_{o'}}$ переноса начала отсчёта координат определяются раздельно. **Второй способ** называется **аффинным** и заключается в том, что указанные величины определяются без их разделения.

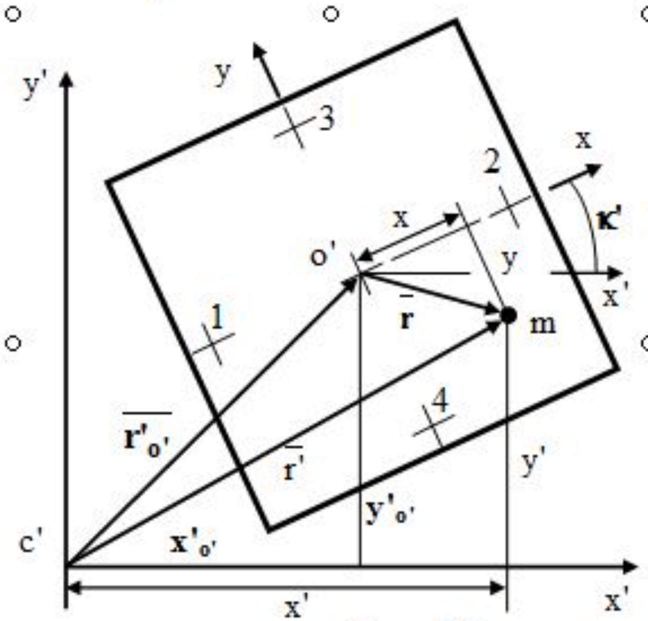


Рис. 4.2

Первый способ. Положение начала **o'** системы координат o'xy снимка в системе координат c'x'y' определяется вектором $\overline{\mathbf{r'_{o'}}}$, а положение точки **m** снимка - вектором $\overline{\mathbf{r'}}$. Положение точки **m** в системе координат o'xy определяется вектором $\overline{\mathbf{r}}$. Величина вектора $\overline{\mathbf{r}}$ из треугольника векторов равна $\overline{\mathbf{r}} = \overline{\mathbf{r'}} - \overline{\mathbf{r'_{o'}}}$. Спроектировав векторы $\overline{\mathbf{r'}}$ и $\overline{\mathbf{r'_{o'}}}$ на координатные оси x' и y', а вектор $\overline{\mathbf{r}}$ на координатные оси x и y, получим координаты векторов: $\overline{\mathbf{r'}} \Rightarrow x', y'$, $\overline{\mathbf{r'_{o'}}} \Rightarrow x'_{o'}, y'_{o'}$, $\overline{\mathbf{r}} \Rightarrow x, y$.

С учётом того, что систему координат c'x'y' нужно повернуть на угол **κ'** до положения, когда она встанет параллельно системе координат o'xy, **формулы преобразования координат точек снимка из системы координат c'x'y' в систему координат o'xy** имеют вид:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = A_{\kappa'} \begin{bmatrix} x' - \mathbf{x'_{o'}} \\ y' - \mathbf{y'_{o'}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \boldsymbol{\kappa'} & \sin \boldsymbol{\kappa'} \\ -\sin \boldsymbol{\kappa'} & \cos \boldsymbol{\kappa'} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x' - \mathbf{x'_{o'}} \\ y' - \mathbf{y'_{o'}} \end{bmatrix}. \qquad (4.1)$$

В (4.1) неизвестны угол разворота **κ'** и координаты $\mathbf{x'_{o'}}$, $\mathbf{y'_{o'}}$. Их значения можно определить по измеренным координатам x'_i, y'_i координатных меток, где i - номер метки. Т.к. ось x фиксируется координатными метками 1 и 2, угол **κ'** можно вычислить по формуле

$$\boldsymbol{\kappa'} = \operatorname{arctg} \frac{y'_2 - y'_1}{x'_2 - x'_1}. \qquad (4.2)$$

Т.к. началом системы координат o'xy является точка пересечения линий 1-2 и 3-4, для каждой линии составим уравнение прямой, проходящей через две координатные метки и точку o'.

$$\begin{vmatrix} x'_2 - x'_1 & y'_2 - y'_1 \\ \mathbf{x'_{o'}} - x'_1 & \mathbf{y'_{o'}} - y'_1 \end{vmatrix} = 0, \quad \begin{vmatrix} x'_3 - x'_4 & y'_3 - y'_4 \\ \mathbf{x'_{o'}} - x'_4 & \mathbf{y'_{o'}} - y'_4 \end{vmatrix} = 0. \qquad (4.3)$$

Из совместного решения этих уравнений находим

$$\mathbf{x'_{o'}} = \frac{\Delta_x}{\Delta}, \quad \mathbf{y'_{o'}} = \frac{\Delta_y}{\Delta},$$

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} x'_1 y'_2 - x'_2 y'_1 & x'_1 - x'_2 \\ x'_4 y'_3 - x'_3 y'_4 & x'_4 - x'_3 \end{vmatrix}, \quad \Delta_y = \begin{vmatrix} y'_2 - y'_1 & x'_1 y'_2 - x'_2 y'_1 \\ y'_3 - y'_4 & x'_4 y'_3 - x'_3 y'_4 \end{vmatrix},$$

где

$$\Delta = \begin{vmatrix} y'_2 - y'_1 & x'_1 - x'_2 \\ y'_3 - y'_4 & x'_4 - x'_3 \end{vmatrix}.$$

Вычисленные по (4.2) и (4.3) значения **κ'** и $\mathbf{x'_{o'}}$, $\mathbf{y'_{o'}}$ подставляют в (4.1) и рассчитывают координаты **x**, **y** точек снимка в его системе координат o'xyz. На этом завершается первый этап преобразования координат.

В **аффинном способе** уравнения (4.1) записывается в следующем виде:

$$x = a_o + a_1x' + a_2y',$$
$$y = b_o + b_1x' + b_2y',$$

где a_o и b_o выполняют функцию переноса начала отсчёта координат в точку o', а коэффициенты a_1, a_2, b_1 и b_2 - выполняют функции разворота системы координат сканера до параллельности системе координат снимка, масштаб и разномасштабность вдоль осей координат (деформацию), а также неперпендикулярность координатных осей.

Одна координатная метка позволяет составить два записанных выше уравнения. После измерения четырёх координатных меток составляется система из восьми уравнений с шестью неизвестными. Т.к. число уравнений превышает число неизвестных, решение производят методом наименьших квадратов, и определяют вероятнейшие значения неизвестных, которые подставляют в уравнения и выполняют пересчёт измеренных координат точек снимка в его систему координат o'xyz.

На **втором этапе** вычисленные координаты **x, y, z = 0** дополняют **элементами внутреннего ориентирования x0, y0, f** и получают координаты **x-x0**, **y-y0**, **z = -f** точек снимка в системе координат **Sxyz**.

Преобразование координат из систем координат стереопары
в систему координат объекта

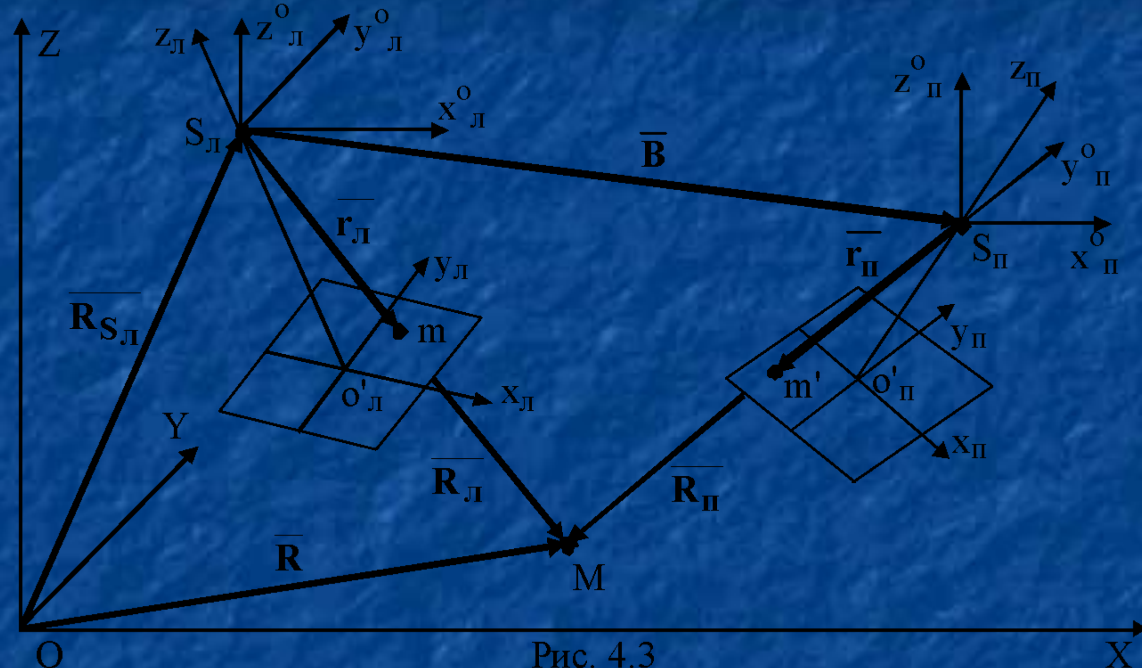


Рис. 4.3

При выполнении этого процесса исходными являются координаты $(x\text{-}x_o)_л$, $(y\text{-}y_o)_л$, $z_л$ = -f точки **m** левого снимка (рис. 4.3) в системе координат $S_лx_лy_лz_л$ и координаты $(x\text{-}x_o)_п$, $(y\text{-}y_o)_п$, $z_п$ = -f точки **m'** правого снимка в системе координат $S_пx_пy_пz_п$. Необходимо по этим координатам вычислить координаты **X, Y, Z** точки **M** объекта.

В системе координат **OXYZ** объекта положение точки **M** определяется вектором $\overline{\mathbf{R}}$, положение центра проекции $S_л$ левого снимка - вектором $\overline{\mathbf{R}_{S_л}}$. В то же время положение точки **M** относительно центра проекции $S_л$ левого снимка задаётся вектором $\overline{\mathbf{R}_л}$. Векторы $\overline{\mathbf{R}}$, $\overline{\mathbf{R}_{S_л}}$ и $\overline{\mathbf{R}_л}$ составляют треугольник, и связь между ними следующая:

$$\overline{\mathbf{R}} = \overline{R_{S_л}} + \overline{\mathbf{R}_л}\,. \tag{4.4}$$

Положение точки **m** на левом снимке определяется вектором $\overline{\mathbf{r_Л}}$, который является коллинеарным с вектором $\overline{\mathbf{R_Л}}$. Связь между этими векторами определяется зависимостью $\overline{\mathbf{R_Л}} = \mathbf{N}\,\overline{\mathbf{r_Л}}$, где **N** - скалярный множитель, представляющий собой с точки зрения фотограмметрии масштабный коэффициент. С учётом такого соотношения векторов формула (4.4) будет иметь следующий вид:

$$\overline{\mathbf{R}} = \overline{\mathbf{R_{S_Л}}} + \mathbf{N}\,\overline{\mathbf{r_Л}}. \qquad (4.5)$$

Формула (4.5) представляет собой формулу перехода от точек снимка к точкам объекта в векторном виде. Чтобы заменить вектора координатами, введем **системы координат $S_Л x^0_Л y^0_Л z^0_Л$ левого и $S_П x^0_П y^0_П z^0_П$ правого снимков**, которые параллельны системе координат OXYZ объекта и являются системами координат горизонтальных снимков (углы $\omega = \alpha = \kappa = 0$). Спроектируем векторы $\overline{\mathbf{R}}$ и $\overline{\mathbf{R_{S_Л}}}$ на оси координатной системы OXYZ, а вектор $\overline{\mathbf{r_Л}}$ на оси координатной системы $S_Л x^0_Л y^0_Л z^0_Л$. В результате векторное уравнение (4.5) запишем в координатной форме

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_S \\ Y_S \\ Z_S \end{bmatrix}_Л + N \begin{bmatrix} x^o \\ y^o \\ z^o \end{bmatrix}_Л. \qquad (4.6)$$

Координаты $x^0_Л$, $y^0_Л$, $z^0_Л$ точек на левом горизонтальном снимке неизвестны, но известны координаты $(x-x_0)_Л$, $(y-y_0)_Л$, $z_Л = -f$ точек, измеренные на левом наклонённом снимке в системе координат $S_Л x_Л y_Л z_Л$. Преобразование координат из этой системы координат в систему координат $S_Л x^0_Л y^0_Л z^0_Л$ выполняют с использованием угловых элементов внешнего ориентирования левого снимка.

$$\begin{bmatrix} x^o \\ y^o \\ z^o \end{bmatrix}_Л = A_{\omega_Л \alpha_Л \kappa_Л} \begin{bmatrix} x-x_o \\ y-y_o \\ -f \end{bmatrix}_Л = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x-x_o \\ y-y_o \\ -f \end{bmatrix}_Л , \qquad (4.7)$$

где $A_{\omega_Л \alpha_Л \kappa_Л}$ - **матрица поворота** системы координат $S_Л x_Л y_Л z_Л$ до положения системы координат $S_Л x^0_Л y^0_Л z^0_Л$.

c_{ij} - **направляющие косинусы**, величины которых зависят от угловых элементов внешнего ориентирования левого снимка: $\boldsymbol{\omega}_Л$, $\boldsymbol{\alpha}_Л$, $\boldsymbol{\kappa}_Л$.

Подставив (4.7) в (4.6), получим **формулы перехода из систем координат $S_Л x_Л y_Л z_Л$ и $S_П x_П y_П z_П$ в систему координат OXYZ объекта.**

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_S \\ Y_S \\ Z_S \end{bmatrix}_Л + N \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x-x_o \\ y-y_o \\ -f \end{bmatrix}_Л . \qquad (4.8)$$

!!

В системе координат $S_ЛXYZ$, параллельной системе координат **OXYZ**, $X_{S_Л} = Y_{S_Л} = Z_{S_Л} = 0$ и формулы (4.8) имеют вид:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = N \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x - x_0 \\ y - y_0 \\ -f \end{bmatrix}_Л . \qquad (4.9)$$

формула расчёта масштабного коэффициента в векторном виде.

$$\mathbf{N} = \frac{\overline{\mathbf{B}} \times \overline{\mathbf{r}}_{\mathbf{П}}}{\overline{\overline{\mathbf{r}}}_{\mathbf{Л}} \times \overline{\overline{\mathbf{r}}}_{\mathbf{П}}} . \qquad (4.10)$$

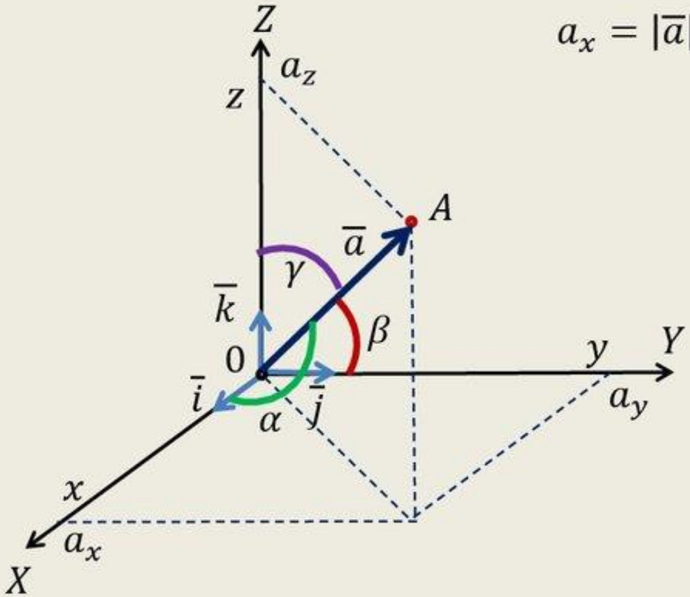
Направляющие косинусы вектора

Пусть вектор $\overline{a} = (x, y, z) = (a_x, a_y, a_z)$ составляет углы с осями координат:

с осью $0X$ угол α; с осью $0Y$ угол β; с осью $0Z$ угол γ .

По свойству проекции вектора на ось можно написать :

$$a_x = |\overline{a}| \cos\alpha \,;\; a_y = |\overline{a}| \cos\beta \,;\; a_z = |\overline{a}| \cos\gamma \,;$$



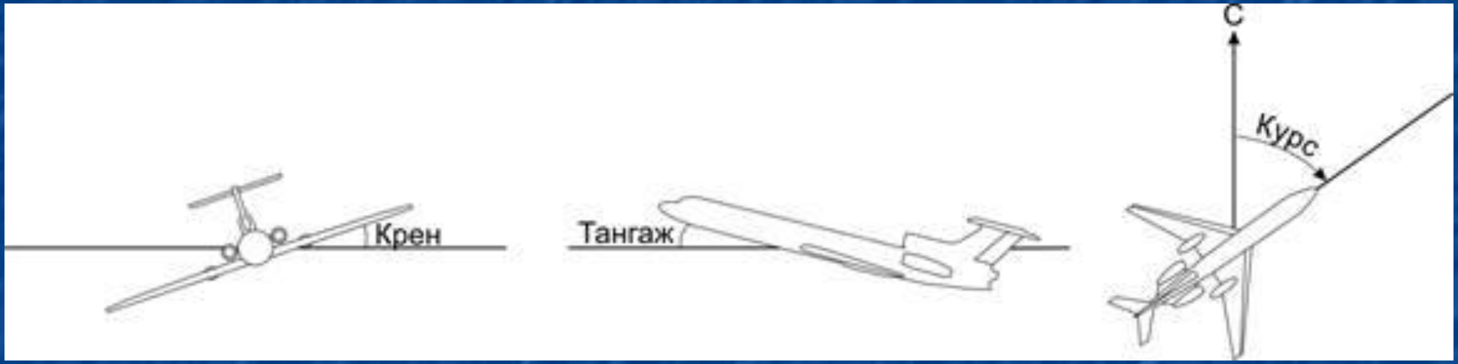
Выразим косинусы углов α, β, γ:

$$\cos\alpha = \frac{a_x}{|\overline{a}|};$$

$$\cos\beta = \frac{a_y}{|\overline{a}|};$$

$$\cos\gamma = \frac{a_z}{|\overline{a}|};$$

Числа $\cos\alpha$, $\cos\beta$, $\cos\gamma$ называются НАПРАВЛЯЮЩИМИ КОСИНУСАМИ вектора $\overline{a}$.



Угол поворота **ω** называется **поперечным** (тангаж для самолета) и определяет вращение вокруг оси **ox**, угол поворота **α** называется **продольным** (крен) и определяет вращение вокруг оси **oy**, угол **к**называется **разворотом** (снос) и определяет вращение вокруг оси **oz**

Формулы направляющих косинусов

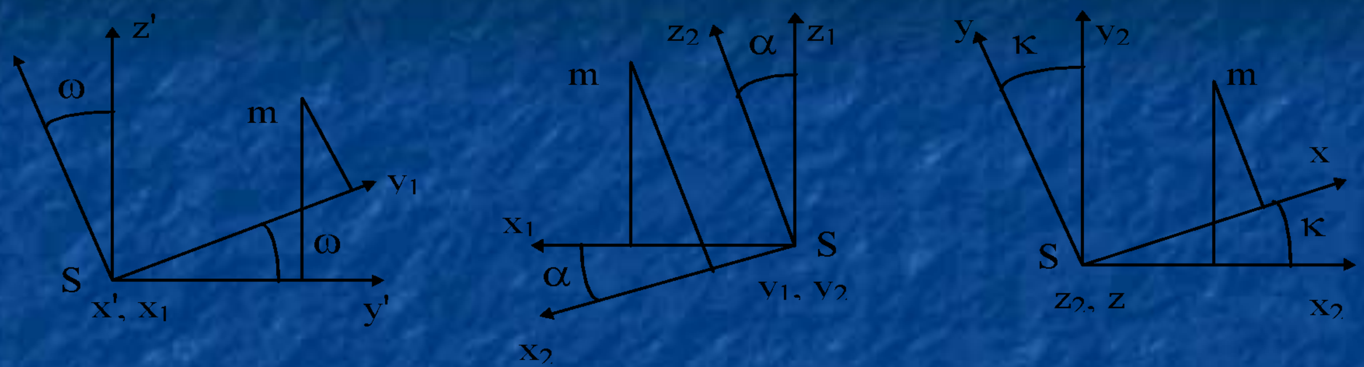


Рис. 1.9

Таблица 4.1

1-й поворот на угол ω				2-й поворот на угол α				3-й поворот на угол κ			
Ось	x^o	y^o	z^o	Ось	x_ω	y_ω	z_ω	Ось	$x_{\omega\alpha}$	$y_{\omega\alpha}$	$z_{\omega\alpha}$
x_ω	0	90°	90°	$x_{\omega\alpha}$	α	90°	90°+α	x	κ	90°-κ	90°
y_ω	90^0	ω	90°-ω	$y_{\omega\alpha}$	90°	0	90°	y	90°+κ	κ	90°
z_ω	90^0	90°+ω	ω	$z_{\omega\alpha}$	90°-α	90°	α	z	90°	90°	0

Используя таблицу, составим матрицы трёх поворотов.

$$A_\omega = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\omega & \sin\omega \\ 0 & -\sin\omega & \cos\omega \end{bmatrix},\ A_\alpha = \begin{bmatrix} \cos\alpha & 0 & -\sin\alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\alpha & 0 & \cos\alpha \end{bmatrix},\ A_\kappa = \begin{bmatrix} \cos\kappa & \sin\kappa & 0 \\ -\sin\kappa & \cos\kappa & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (4.14)$$

При фотограмметрической обработке снимков нужно выполнить повороты наклонённой системы координат снимка Sxyz на углы κ, α, ω до положения горизонтальной системы координат $Sx^0y^0z^0$. Это выполняется по формулам

$$\begin{bmatrix} x^0 \\ y^0 \\ z^0 \end{bmatrix} = A_\omega^{т} A_\alpha^{т} A_\kappa^{т} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = A_{\omega\alpha\kappa} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}, \qquad (4.15)$$

где $A_\omega^{т}$, $A_\alpha^{т}$, $A_\kappa^{т}$ - матрицы, транспонированные к матрицам (4.14). Следовательно, матрица $A_{\omega\alpha\kappa}$ будет равна следующему произведению матриц:

$$\begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\omega & -\sin\omega \\ 0 & \sin\omega & \cos\omega \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\alpha & 0 & \sin\alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\alpha & 0 & \cos\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\kappa & -\sin\kappa & 0 \\ \sin\kappa & \cos\kappa & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Перемножив матрицы, получим **формулы вычисления величин направляющих косинусов**:

$$\left.\begin{aligned}
c_{11} &= \cos\alpha\cos\kappa & c_{23} &= -\sin\omega\cos\alpha \\
c_{12} &= -\cos\alpha\sin\kappa & c_{31} &= \sin\omega\sin\kappa - \cos\omega\sin\alpha\cos\kappa \\
c_{13} &= \sin\alpha & c_{32} &= \sin\omega\cos\kappa + \cos\omega\sin\alpha\sin\kappa \\
c_{21} &= \cos\omega\sin\kappa + \sin\omega\sin\alpha\cos\kappa & c_{33} &= \cos\omega\cos\alpha \\
c_{22} &= \cos\omega\cos\kappa - \sin\omega\sin\alpha\sin\kappa & &
\end{aligned}\right\} \qquad (4.16)$$

Направляющие косинусы позволяют вычислить угловые элементы внешнего ориентирования снимка по формулам:

$$\boldsymbol{\omega} = -\mathrm{arctg}\,\frac{c_{23}}{c_{33}}, \quad \boldsymbol{\alpha} = \arcsin c_{13}, \quad \boldsymbol{\kappa} = -\mathrm{arctg}\,\frac{c_{12}}{c_{11}}. \qquad (4.17)$$

Направляющие косинусы связаны следующими независимыми уравнениями, которые используют для контроля определения их величин:

$$\left.\begin{aligned}
c_{11}^2 + c_{12}^2 + c_{13}^2 &= 1 & c_{11}c_{21} + c_{12}c_{22} + c_{13}c_{23} &= 0 \\
c_{21}^2 + c_{22}^2 + c_{23}^2 &= 1 & c_{11}c_{31} + c_{12}c_{32} + c_{13}c_{33} &= 0 \\
c_{31}^2 + c_{32}^2 + c_{33}^2 &= 1 & c_{21}c_{31} + c_{22}c_{32} + c_{23}c_{33} &= 0
\end{aligned}\right\} \qquad (4.18)$$

Преобразование координат из систем координат стереопары идеального случая аэросъёмки в систему координат объекта

Идеальный случай аэросъёмки подразумевает следующие условия.

1. **Базис фотографирования B параллелен координатной оси X**, поэтому его проекции на координатные оси $B_X = B$, $B_Y = B_Z = 0$.

2. **Снимки расположены горизонтально**, т.е. углы $\omega_Л = \alpha_Л = \kappa_Л = \omega_П = \alpha_П = \kappa_П = 0$, и системы координат левого $S_Л x^0_Л y^0_Л z^0_Л$ и правого $S_П x^0_П y^0_П z^0_П$ снимков параллельны системе координат OXYZ объекта.

После подстановки значений базиса и углов в (4.8) и (4.9) матрица $A_{\omega\alpha\kappa}$ превращается в единичную, а масштабный коэффициент рассчитывается по формуле:

$$N = \frac{B}{x^o{}_Л - x^o{}_П} = \frac{B}{p^o},$$

где $x^0_Л$, $x^0_П$ - координаты точек на левом и правом горизонтальных снимках, p^0 - продольный параллакс (см. 3.5).

Т.к. получить горизонтальные снимки в полёте практически невозможно, положения точек на них находят путём вычислений. При этом координаты главной точки $x_o = y_o = 0$. С учётом сказанного **формулы перехода из систем координат стереопары идеального случая фотосъёмки в систему координат объекта** будут иметь вид **в системе координат OXYZ объекта**

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_S \\ Y_S \\ Z_S \end{bmatrix}_л + \frac{B}{x^o{}_л - x^o{}_п} \begin{bmatrix} x^o \\ y^o \\ -f \end{bmatrix}_л = \begin{bmatrix} X_S \\ Y_S \\ Z_S \end{bmatrix}_л + \frac{B}{p^o} \begin{bmatrix} x^o \\ y^o \\ -f \end{bmatrix}_л ,$$

и **в системе координат $S_л XYZ$ снимка** ($X_{Sл} = Y_{Sл} = Z_{Sл} = 0$)

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \frac{B}{x^o{}_л - x^o{}_п} \begin{bmatrix} x^o \\ y^o \\ -f \end{bmatrix}_л = \frac{B}{p^o} \begin{bmatrix} x^o \\ y^o \\ -f \end{bmatrix}_л .$$

Учитывая, что расстояние вдоль отвесной линии между центром проекции S и определяемой точкой является высотой фотографирования H и значение её находится в отрицательной области координатной оси Z, заменим Z на -H. В результате получим

$$\frac{B}{p^o} = \frac{H}{f} = m, \tag{4.21}$$

где m - знаменатель масштаба съёмки. Таким образом, **масштаб съёмки** определяется формулой

$$\frac{1}{m} = \frac{f}{H} = \frac{1}{H/f}. \tag{4.22}$$

Т.к. **высота фотографирования H над точками**, изобразившимися на снимке, **меняется из-за рельефа местности**, можно сделать вывод, что **масштаб съёмки в пределах снимка величина переменная**. Только на горизонтальном снимке, на котором изобразилась плоская горизонтальная местность, масштаб будет одинаковым во всех точках.

Т.к. **высота фотографирования H над точками**, изобразившимися на снимке, **меняется из-за рельефа местности**, можно сделать вывод, что **масштаб съёмки в пределах снимка величина переменная**.

Только **на горизонтальном снимке**, на котором **изобразилась плоская горизонтальная местность, масштаб будет одинаковым во всех точках**.

$$\left.\begin{aligned} X &= \frac{B}{p^o}x^o{}_л = -\frac{Z}{f}x^o{}_л = \frac{H}{f}x^o{}_л; \\ Y &= \frac{B}{p^o}y^o{}_л = -\frac{Z}{f}y^o{}_л = \frac{H}{f}y^o{}_л; \\ Z &= -\frac{B}{p^o}f \end{aligned}\right\}$$

формула зависимости координаты точки объекта от измеренных координат на идеальной стереопаре

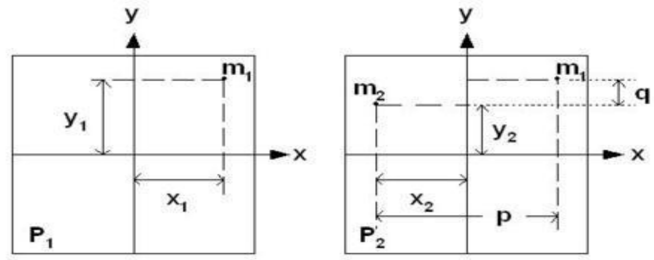
Причины появления продольного и поперечного параллаксов

Чтобы понять причины появления **продольного параллакса**, воспользуемся из (4.23) формулой координаты Z для вывода формулы расчёта продольного параллакса с учётом (4.21). В результате будем иметь.

$$p^{o} = -B\frac{f}{Z} = B\frac{f}{H} = \frac{B}{m} = b\,. \qquad (4.24)$$

Из (4.24) следует, что **продольный параллакс является базисом фотографирования в масштабе съёмки**. С увеличением (уменьшением) базиса фотографирования B увеличивается (уменьшается) продольный параллакс. С изменением рельефа местности высота фотографирования H изменяется и, следовательно, изменяется величина продольного параллакса. Когда на стереопаре идеального случая аэросъёмки сфотографирована **плоская горизонтальная местность**, высоты фотографирования для всех точек будут одинаковы, и **продольный параллакс будет постоянным**.

Координаты и параллаксы точек на стереопаре снимков



$p = x_1 - x_2$ - продольный параллакс

$q = y_1 - y_2$ - поперечный параллакс (вертикальный)

Что касается **поперечного параллакса $q = y_л - y_п$**, то он возникает из-за различия в величинах элементов внешнего ориентирования левого и правого снимков. $\mathbf{B_X} = X_{Sп} - X_{Sл}$ не изменяет координат $y_п$ по сравнению с координатами $y_л$ и, следовательно, не вызывает появления поперечного параллакса.

$\mathbf{B_Y} = Y_{Sп} - Y_{Sл}$ вызывает изменение ординаты на правом снимке на величину . $\mathbf{B_Z} = Z_{Sп} - Z_{Sл}$ вызывает изменение масштаба правого снимка относительно левого. Углы $\Delta\omega = w_л - w_п$, $\Delta\alpha = a_л - a_п$, $\Delta\kappa = k_л - k_п$ вызывают изменения координат на правом снимке относительно левого.

Определение превышений точек местности (высоты дерева) по паре снимков.

(точность – 7-10 %)

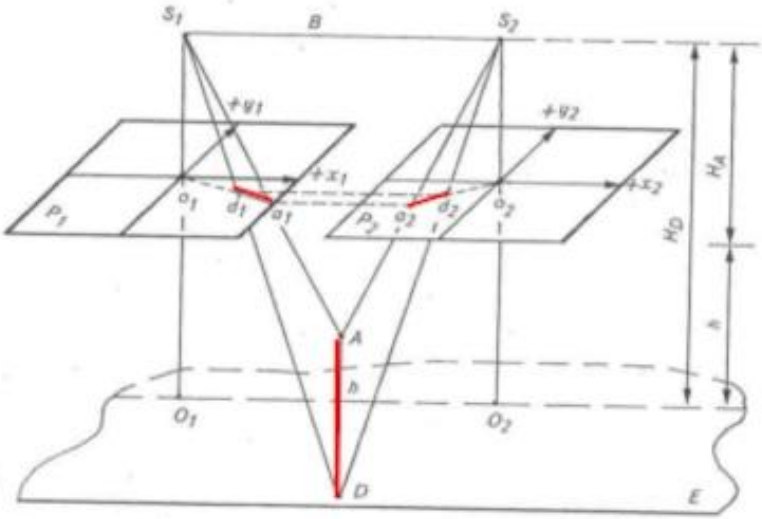
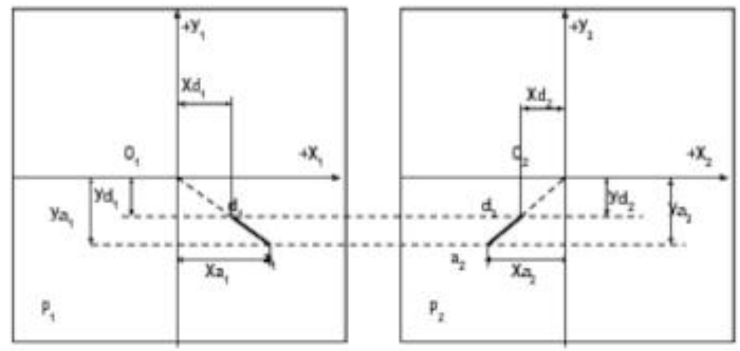


Рис. Изображение отвесной линии (AD) на паре снимков



Координаты концов отвесной линии (ad), изображаемой на паре снимков

поперечный параллакс точки $qi = Yi_1 - Yi_2$

продольный параллакс точки $Pi = xi_1 - xi_2$

Pa = ±Xa1 - (±Xa2)

Pd = ±Xd1 - (±Xd2)

$$\pm h = \frac{H_d \cdot \Delta P}{P_d + \Delta P}$$

$$\pm h = \frac{H \cdot \Delta P}{b}$$

ΔP=(P$_a$ – P$_d$) - разность продольных параллаксов между измеряемыми точками;

h – превышение точки "a" над точкой "d";

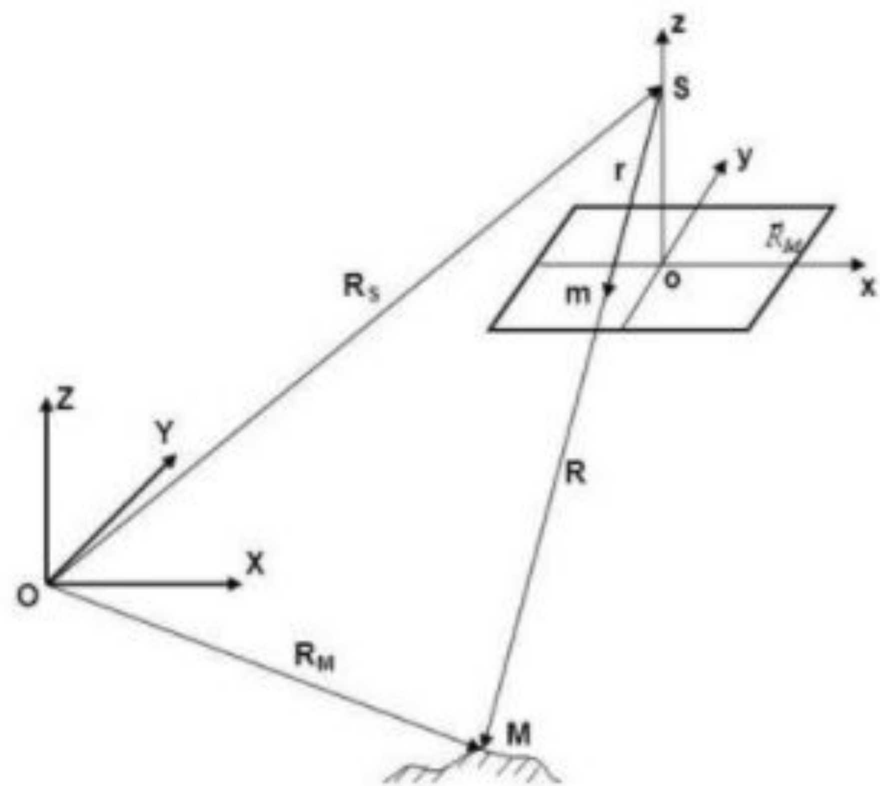
Hd – высота фотографирования над точкой d;

P$_d$ – продольный параллакс точки "d";

b – базис фотографирования в масштабе снимка,

H – средняя высота съемки

Формулы связи координат соответственных точек снимка и местности.



$$\vec{R}_M = \vec{R}_S + \vec{R} \qquad (1)$$

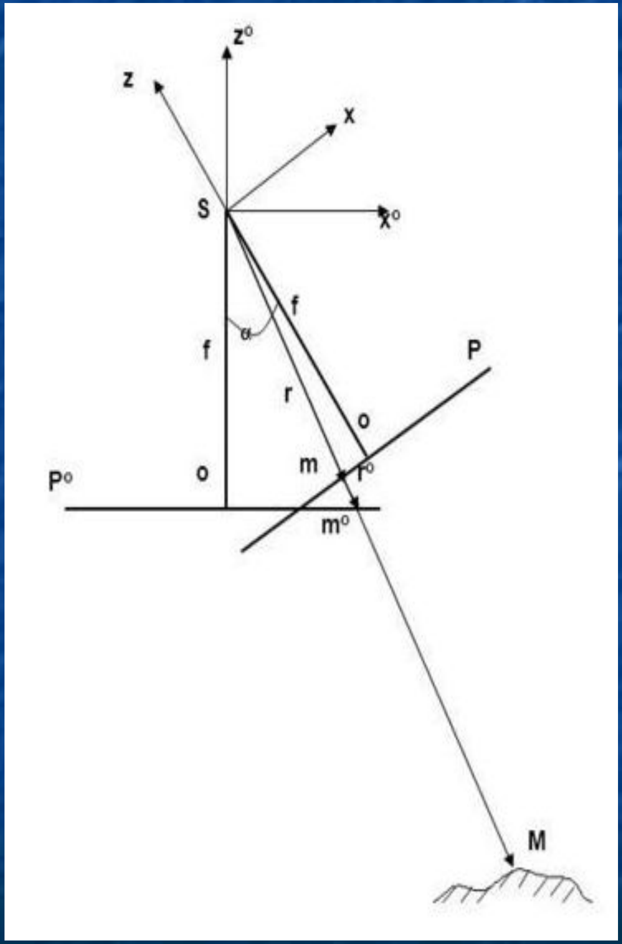
$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_S \\ Y_S \\ Z_S \end{pmatrix} + N \begin{pmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{pmatrix} \qquad (2)$$

$$\left.\begin{aligned} X &= X_S + (Z - Z_S)\frac{X'}{Z'} \\ Y &= Y_S + (Z - Z_S)\frac{Y'}{Z'} \end{aligned}\right\} \qquad (3)$$

$$\left.\begin{aligned} X &= X_S + (Z - Z_S)\frac{a_{11}(x - x_0) + a_{12}(y - y_0) - a_{13}f}{a_{31}(x - x_0) + a_{32}(y - y_0) - a_{33}f} \\ Y &= Y_S + (Z - Z_S)\frac{a_{21}(x - x_0) + a_{22}(y - y_0) - a_{23}f}{a_{31}(x - x_0) + a_{32}(y - y_0) - a_{33}f} \end{aligned}\right\} \qquad (4)$$

$$\left.\begin{aligned} x &= x_0 - f\,\frac{a_{11}(X - X_S) + a_{21}(Y - Y_S) + a_{31}(Z - Z_S)}{a_{13}(X - X_S) + a_{23}(Y - Y_S) + a_{33}(Z - Z_S)} \\ y &= y_0 - f\,\frac{a_{12}(X - X_S) + a_{22}(Y - Y_S) + a_{32}(Z - Z_S)}{a_{13}(X - X_S) + a_{23}(Y - Y_S) + a_{33}(Z - Z_S)} \end{aligned}\right\} \qquad (5)$$

формулы трансформирования координат точек снимка



$$
\left.
\begin{aligned}
x^{o} &= -f\,\frac{c_{11}(x-x_{o})+c_{12}(y-y_{o})-c_{13}f}{c_{31}(x-x_{o})+c_{32}(y-y_{o})-c_{33}f} \\
y^{o} &= -f\,\frac{c_{21}(x-x_{o})+c_{22}(y-y_{o})-c_{23}f}{c_{31}(x-x_{o})+c_{32}(y-y_{o})-c_{33}f}
\end{aligned}
\right\}. \qquad (4.36)
$$

Формулы (4.36) позволяют пересчитать координаты точек наклонного снимка на плоскость горизонтального снимка, на котором изображение точек будет получено с сохранением масштаба съёмки и без влияния угла наклона снимка. Формулы (4.36) называют **формулами трансформирования**.