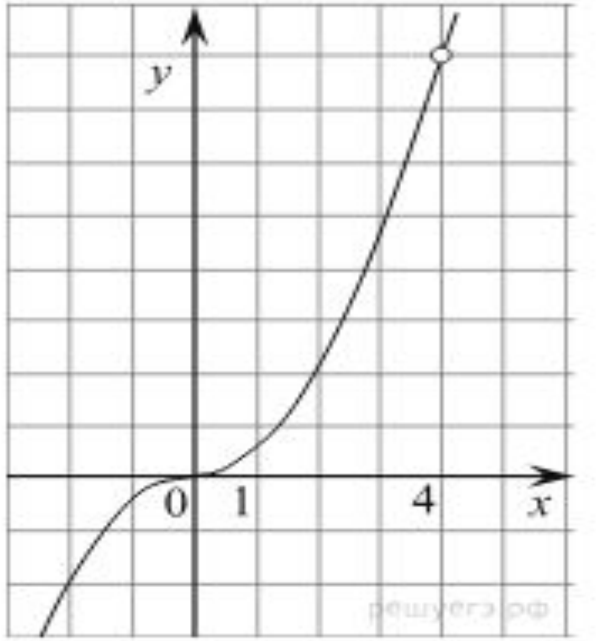
Вопрос 21
Приведите примеры графиков уравнения, содержащих модули.

23 (С3). Функции и их свойства. Графики функций

- ✓ Параболы просмотреть (22 шт.)
- ✓ Гиперболы просмотреть (6 шт.)
- ✓ Кусочно-непрерывные функции просмотреть (29 шт.)
- ✓ Разные задачи просмотреть (10 шт.)

Задание 23 № 341342

Постройте график функции $y = \frac{(0,5x^2 - 2x)|x|}{x-4}$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ не имеет с графиком ни одной общей точки.

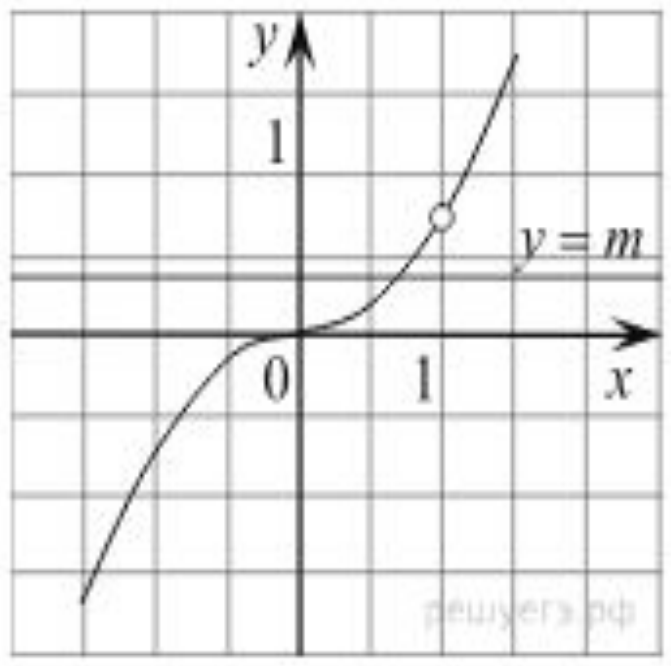


Преобразуем выражение $\frac{(0,5x^2 - 2x)|x|}{x-4} = 0,5x|x|$ при условии, что $x \neq 4$. Построим график функции $y = -0,5x^2$ при $x < 0$ и график функции $y = 0,5x^2$ при $0 \le x < 4$ и $x > 4$.

Прямая $y = m$ не имеет с графиком ни одной общей точки при $m = 8$.

Ответ: 8.

Постройте график функции $y = \dfrac{(0,75x^2 - 0,75x)|x|}{x-1}$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ не имеет с графиком ни одной общей точки.



Решение.

Раскрывая модуль и упрощая, получим, что функцию можно представить следующим образом:

$$y = \begin{cases} 0,75x^2, \text{ при } x \geq 0 \\ -0,75x^2, \text{при } x < 0 \end{cases}$$

При этом на графике функции нужно выколоть точку $(1;0,75)$, поскольку при упрощении мы сокращали выражение $x-1$, стоящее в знаменателе.

Этот график изображён на рисунке:

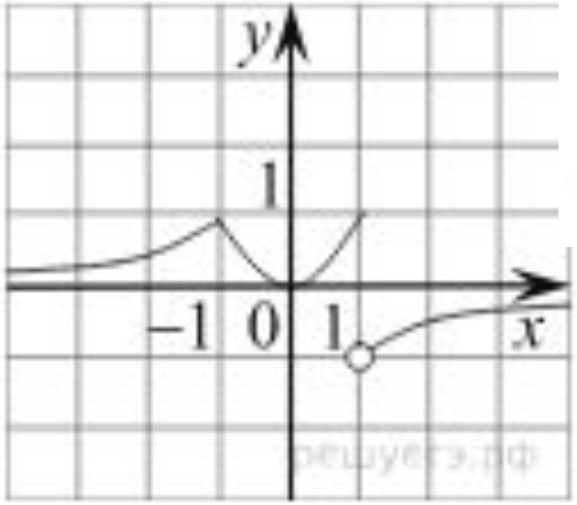
Постройте график функции $y = \begin{cases} x^2, \text{ если } |x| \leq 1, \\ -\dfrac{1}{x}, \text{ если } |x| > 1 \end{cases}$ и определите, при каких значениях параметра c прямая $y = c$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

Решение.

График функции изображён на рисунке.

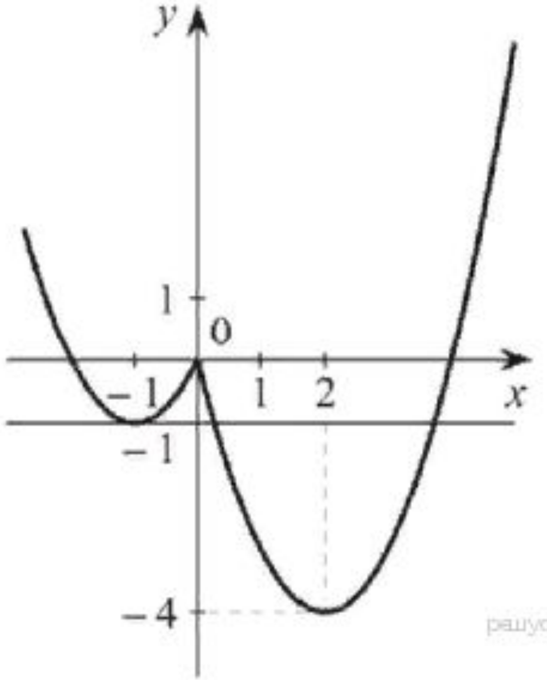
Прямая $y = c$ будет иметь с графиком единственную общую точку при $-1 < c \leq 0$

Ответ: $(-1;0]$.



.2

Постройте график функции $y = x^2 - 3|x| - x$ и определите, при каких значениях c прямая $y = c$ имеет с графиком три общие точки.



Решение.

Имеем:

$$y = x^2 - 3|x| - x; \quad y = \begin{cases} x^2 - 4x, & x \geq 0, \\ x^2 + 2x, & x < 0. \end{cases}$$

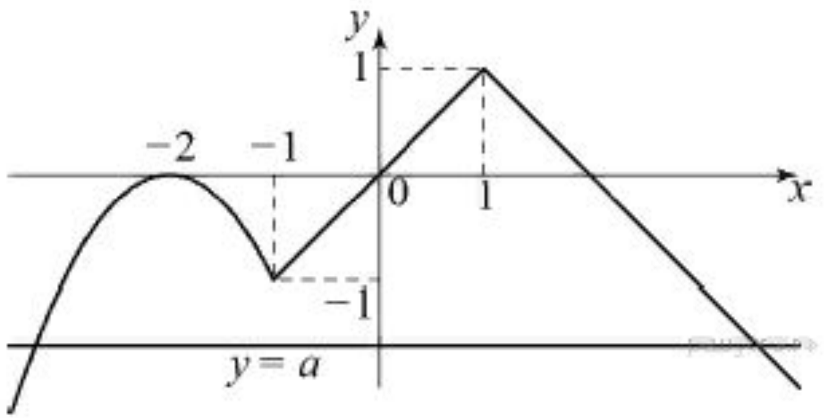
Для построения искомого графика построим график функции $y = x^2 - 4x$ на промежутке $[0; +\infty)$ и график функции $y = x^2 + 2x$ на промежутке $(-\infty; 0)$. Графиком функции $y = x^2 - 4x$ является парабола, ветви которой направлены вверх, вершина имеет координаты $(2; -4)$, точки пересечения с осями координат: $(0; 0)$, $(4; 0)$. Графиком функции $y = x^2 + 2x$ является парабола, ветви которой направлены вверх, вершина имеет координаты $(-1; -1)$, точки пересечения с осями координат: $(0; 0)$, $(-2; 0)$. График данной функции изображен на рисунке. Прямая $y = c$ имеет с построенным графиком ровно три общие точки при $c = 0$ и при $c = -1$.

Ответ: график функции изображён на рисунке; прямая $y = c$ имеет с графиком ровно три общие точки при $c = 0$ и при $c = -1$.

Постройте график функции $\begin{cases} -x^2-4x-4, & \text{если } x<-1, \\ 1-|x-1|, & \text{если } x\geq -1. \end{cases}$ и определите, при каких значениях параметра a он имеет ровно две общие точки с прямой $y=a$.

Решение.

Построим график функции $y=-x^2-4x-4$ на промежутке $(-\infty;-1)$, график функции $y=x$ на промежутке $[-1;1]$ и график функции $y=2-x$ на промежутке $(1;+\infty)$.



Прямая $y=a$ имеет с построенным графиком ровно две общие точки при $a<-1$ и при $0<a<1$.

Ответ: $a<-1$, $0<a<1$.