





Вопрос 21

Приведите примеры графиков уравнения, содержащих модули.

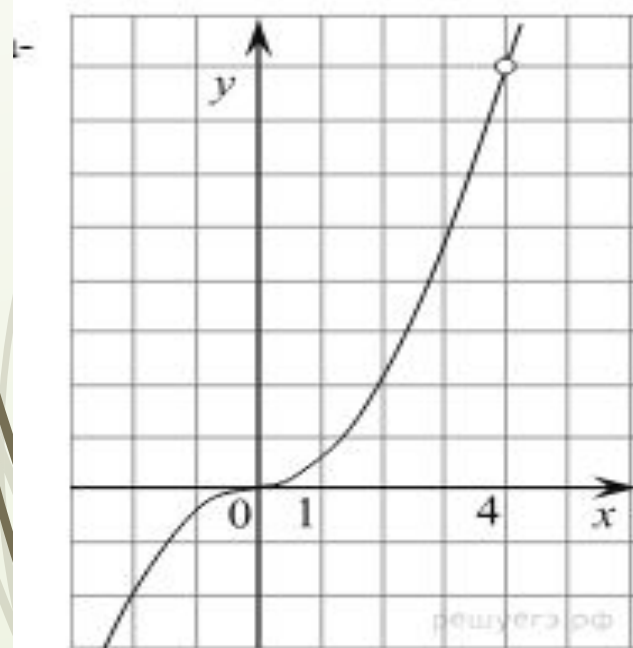


### 23 (СЗ). Функции и их свойства. Графики функций

- ✓ Параболы просмотреть (22 шт.)
- ✓ Гиперболы просмотреть (6 шт.)
- ✓ Кусочно-непрерывные функции просмотреть (29 шт.)
- ✓ Разные задачи просмотреть (10 шт.)

### Задание 23 № 341342

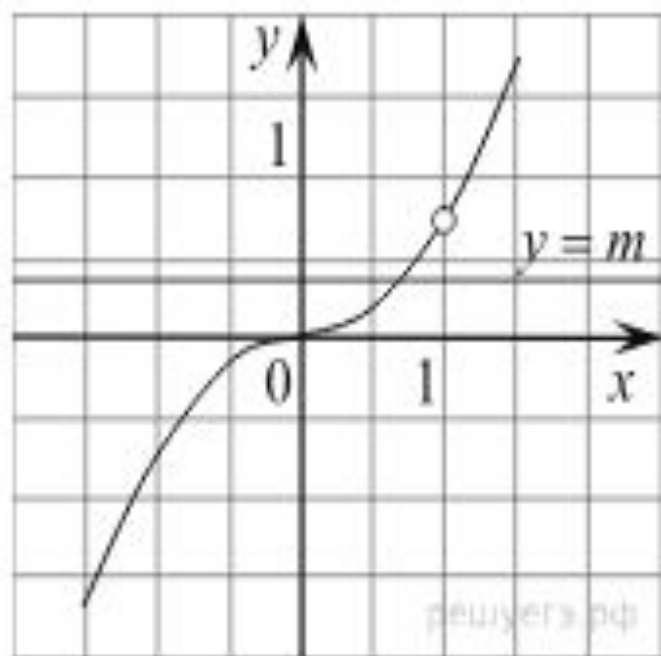
Постройте график функции  $y = \frac{(0,5x^2 - 2x)|x|}{x - 4}$  и определите, при каких значениях  $m$  прямая  $y = m$  не имеет с графиком ни одной общей точки.



Преобразуем выражение  $\frac{(0,5x^2 - 2x)|x|}{x - 4} = 0,5x|x|$  при условии, что  $x \neq 4$ . Построим график функции  $y = -0,5x^2$  при  $x < 0$  и график функции  $y = 0,5x^2$  при  $0 \leq x < 4$  и  $x > 4$ .  
Прямая  $y = m$  не имеет с графиком ни одной общей точки при  $m = 8$ .

Ответ: 8.

Постройте график функции  $y = \frac{(0,75x^2 - 0,75x)|x|}{x-1}$  и определите, при каких значениях  $m$  прямая  $y = m$  не имеет с графиком ни одной общей точки.



**Решение.**

Раскрывая модуль и упрощая, получим, что функцию можно представить следующим образом:

$$y = \begin{cases} 0,75x^2, & \text{при } x \geq 0 \\ -0,75x^2, & \text{при } x < 0 \end{cases}$$

При этом на графике функции нужно выколоть точку  $(1; 0,75)$ , поскольку при упрощении мы сокращали выражение  $x-1$ , стоящее в знаменателе.

Этот график изображён на рисунке:

Постройте график функции  $y = \begin{cases} x^2, & \text{если } |x| \leq 1, \\ -\frac{1}{x}, & \text{если } |x| > 1 \end{cases}$  и определите, при каких значениях параметра  $c$  прямая  $y = c$

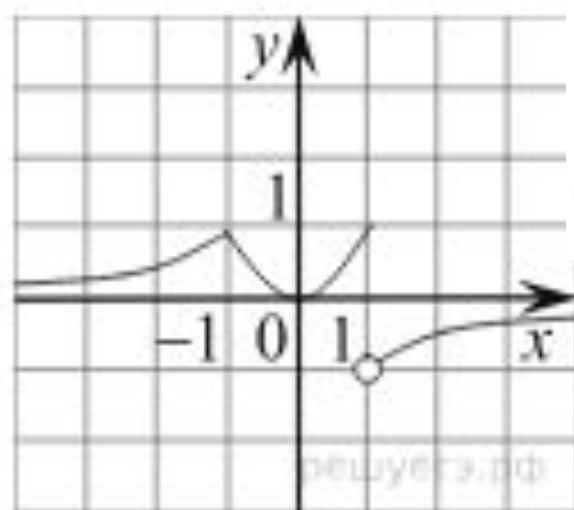
имеет с графиком ровно одну общую точку.

**Решение.**

График функции изображён на рисунке.

Прямая  $y = c$  будет иметь с графиком единственную общую точку при  $-1 < c \leq 0$ .

Ответ:  $(-1; 0]$ .



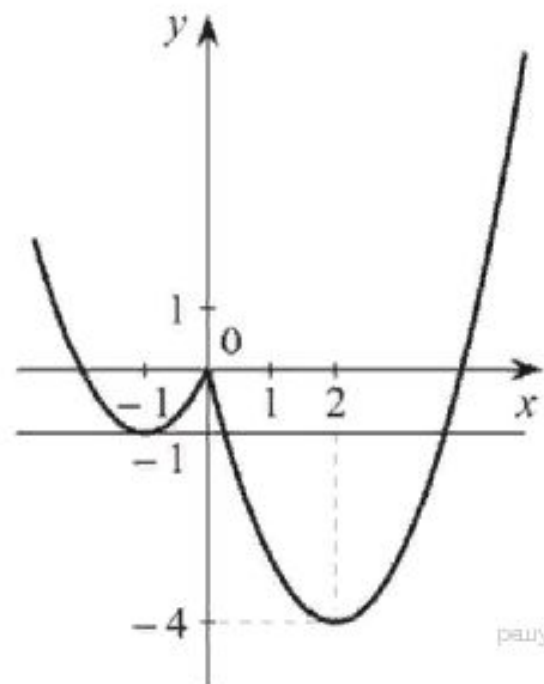


Постройте график функции  $y = x^2 - 3|x| - x$  и определите, при каких значениях  $c$  прямая  $y = c$  имеет с графиком три общие точки.

**Решение.**

Имеем:

$$y = x^2 - 3|x| - x; \quad y = \begin{cases} x^2 - 4x, & x \geq 0, \\ x^2 + 2x, & x < 0. \end{cases}$$



рисунок

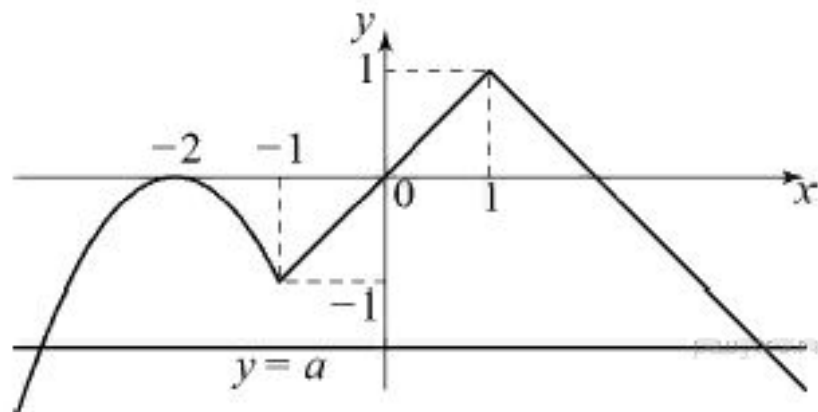
Для построения искомого графика построим график функции  $y = x^2 - 4x$  на промежутке  $[0; +\infty)$  и график функции  $y = x^2 + 2x$  на промежутке  $(-\infty; 0)$ . Графиком функции  $y = x^2 - 4x$  является парабола, ветви которой направлены вверх, вершина имеет координаты  $(2; -4)$ , точки пересечения с осями координат:  $(0; 0)$ ,  $(4; 0)$ . Графиком функции  $y = x^2 + 2x$  является парабола, ветви которой направлены вверх, вершина имеет координаты  $(-1; -1)$ , точки пересечения с осями координат:  $(0; 0)$ ,  $(-2; 0)$ . График данной функции изображен на рисунке. Прямая  $y = c$  имеет с построенным графиком ровно три общие точки при  $c = 0$  и при  $c = -1$ .

Ответ: график функции изображен на рисунке; прямая  $y = c$  имеет с графиком ровно три общие точки при  $c = 0$  и при  $c = -1$ .

Постройте график функции  $\begin{cases} -x^2 - 4x - 4, & \text{если } x < -1, \\ 1 - |x - 1|, & \text{если } x \geq -1. \end{cases}$  и определите, при каких значениях параметра  $a$  он имеет ровно две общие точки с прямой  $y = a$ .

**Решение.**

Построим график функции  $y = -x^2 - 4x - 4$  на промежутке  $(-\infty; -1)$ , график функции  $y = x$  на промежутке  $[-1; 1]$  и график функции  $y = 2 - x$  на промежутке  $(1; +\infty)$ .



Прямая  $y = a$  имеет с построенным графиком ровно две общие точки при  $a < -1$  и при  $0 < a < 1$ .

Ответ:  $a < -1, 0 < a < 1$ .

