

Решение иррациональных неравенств

Определение

- *Неравенства , содержащие переменную под знаком корня (радикала), называются иррациональными.*

Методы решения

- *1) Возведение в натуральную степень;*
- *2) Введение новых переменных;*
- *3) Умножение на некоторую функцию;*
- *4) Использование свойств функции;*
- *5) Метод интервалов.*

Замечание

- *При решении иррациональных неравенств требуется умение обоснованно осуществлять равносильный переход на всей ОДЗ переменной или её частях.*

Стандартные преобразования иррациональных неравенств

$$1) \sqrt[2n]{f(x)} < g(x), n \in N \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) < (g(x))^{2n} \\ f(x) \geq 0 \\ g(x) > 0 \end{cases}$$

$$2) \sqrt[2n]{f(x)} > g(x), n \in N \Leftrightarrow \begin{cases} g(x) < 0 \\ f(x) \geq 0 \\ g(x) \geq 0 \\ f(x) > (g(x))^{2n} \end{cases}$$

$$3) \frac{\sqrt[2n]{f(x)}}{g(x)} > 1, n \in N \Leftrightarrow \begin{cases} g(x) > 0 \\ f(x) > (g(x))^{2n} \end{cases}$$

$$4) \frac{\sqrt[2n]{f(x)}}{g(x)} \leq 1, n \in \mathbb{N} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} g(x) < 0 \\ f(x) \geq 0 \end{cases} \\ \begin{cases} g(x) > 0 \\ f(x) \geq 0 \\ f(x) < (g(x))^{2n} \end{cases} \end{cases}$$

$$5) \sqrt[2n]{f(x)} < \sqrt[2n]{g(x)}, n \in \mathbb{N} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) < g(x) \\ f(x) \geq 0 \end{cases}$$

$$6) \sqrt[2n]{f(x)}g(x) \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} f(x) = 0 \\ x \in D(g) \end{cases} \\ \begin{cases} f(x) > 0 \\ g(x) \geq 0 \end{cases} \end{cases}$$

$$7) \sqrt[2n+1]{f(x)} > g(x) \Leftrightarrow f(x) > (g(x))^{2n+1}$$

$$8) \sqrt[2n+1]{f(x)} > \sqrt[2n+1]{g(x)} \Leftrightarrow f(x) > g(x)$$

$$9) \sqrt[3]{f(x)} + \sqrt[3]{g(x)} \geq \sqrt[3]{f(x) + g(x)} \Leftrightarrow$$

Задание к уроку

$$1) \sqrt{2x-1} < x-2$$

$$2) \sqrt{x+33} > x+3$$

$$3) \sqrt{x+1} > \sqrt{3-x^2}$$

$$4) (x-1)\sqrt{x^2-x-2} \geq 0$$

$$5) \sqrt{\frac{x-2}{1-2x}} > -1$$

$$6) \frac{3}{\sqrt{2-x}} - \sqrt{2-x} < 2$$

$$7) \sqrt{x+3} - \sqrt{x-1} < \sqrt{x-2}$$

Задания для домашней работы

1)14.1 $(x-3)\sqrt{x^2+x-2} \geq 0$

2)14.8 $\sqrt{2x+1} < x+1$

3)14.10 $\sqrt{x^2-4x} > x-3$

4)14.11 $\sqrt{x+1} > \sqrt{x-1}$

5)14.33 $\sqrt{x^2-3x+5} \leq 3x-x^2+7$

6)14.30 $\sqrt{x+3} + \sqrt{x+2} > \sqrt{2x+4}$