

МАЛОИЗВЕСТНЫЕ , но очень интересные ТЕОРЕМЫ ПЛАНИМЕТРИИ

Подготовила:

Парнева Анастасия Алексеевна,

обучающаяся МКОУ «Устьевская СОШ»

Руководитель:

Кустова Людмила Анатольевна,

учитель информатики и математики

МКОУ «Устьевская СОШ»

Актуальность и формулировка проблемы

-Мой интерес и актуальность этой темы вызваны следующими фактами: Часто в олимпиадных заданиях по математике, в КИМ ЕГЭ и ОГЭ встречаются задачи по геометрии, решение, которых вызывают затруднения, и чтобы их решить требуется много времени.

объект исследования

малоизвестные теоремы и свойства планиметрии.

гипотеза исследования

-□ Существуют малоизвестные теоремы и свойства геометрии, знание которых облегчит решение некоторых планиметрических задач

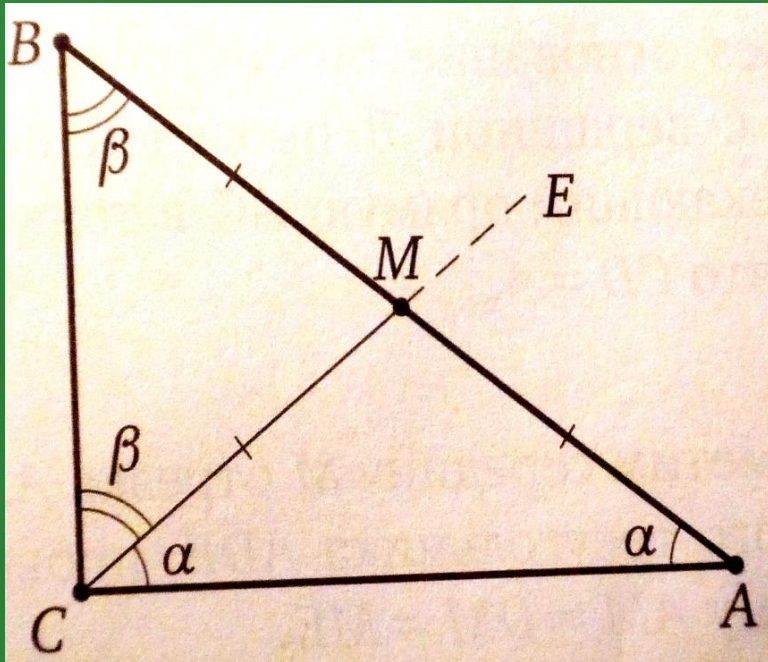
цель работы : выявить, доказать малоизвестные теоремы, свойства геометрии.

задачи работы и методы исследования

1. Изучить учебную и справочную литературу.
- 2.Собрать малоизвестный теоретический материал, необходимый для решения планиметрических задач.
- 3.Разобраться в доказательствах малоизвестных теорем и свойств.
4. Найти и решить задачи, на применение этих малоизвестных теорем и свойств.

Медиана прямоугольного треугольника

Теорема. Медиана прямоугольного треугольника, проведенная из вершины прямого угла, равна половине гипотенузы.



Теорема (обратная). Если медиана треугольника равна половине стороны, к которой она проведена, то треугольник прямоугольный

В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом C известны катеты: $AC = 12$, $BC = 5$. Найдите медиану CK этого треугольника.

Решение.

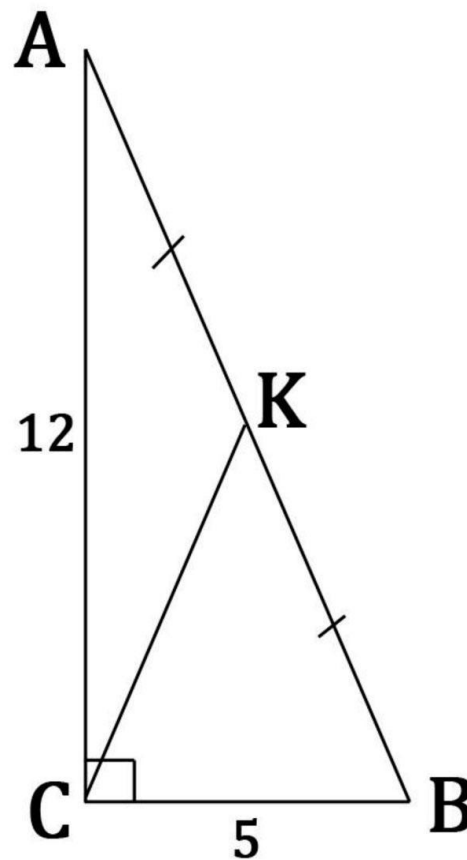
- 1) По теореме Пифагора в прямоугольном треугольнике ABC

$$AB^2 = BC^2 + AC^2 = 25 + 144 = 169 = 13^2.$$

- 2) По свойству медианы прямоугольного треугольника, проведенной к гипотенузе,

$$CK = \frac{AB}{2} = \frac{13}{2} = 6,5.$$

Ответ: 6,5.



1. В прямоугольном треугольнике ABC гипотенуза AB равна c и $\angle ABC = \alpha$. Найдите все медианы в этом треугольнике.

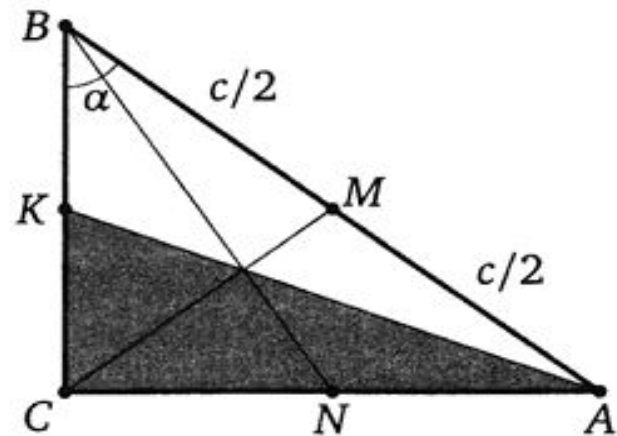
Ответ: $\frac{c}{2}$, $\frac{c}{2} \cdot \sqrt{1 + 3 \cos^2 \alpha}$, $\frac{c}{2} \cdot \sqrt{1 + 3 \sin^2 \alpha}$.

Решение. Поскольку медиана прямоугольного треугольника, проведённая из вершины прямого угла, равна половине гипотенузы, медиана CM равна $\frac{c}{2}$.

Пусть K — середина BC . Тогда $CK = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2}AB \cos \alpha = \frac{1}{2}c \cos \alpha$. По теореме Пифагора из прямоугольного треугольника ACK находим, что

$$\begin{aligned} AK &= \sqrt{AC^2 + CK^2} = \sqrt{(AB \sin \alpha)^2 + \left(\frac{1}{2}AB \cos \alpha\right)^2} = \\ &= \frac{c}{2} \sqrt{4 \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha} = \frac{c}{2} \sqrt{4 \sin^2 \alpha + 1 - \sin^2 \alpha} = \frac{c}{2} \sqrt{1 + 3 \sin^2 \alpha}. \end{aligned}$$

Аналогично находим медиану BN . ◁

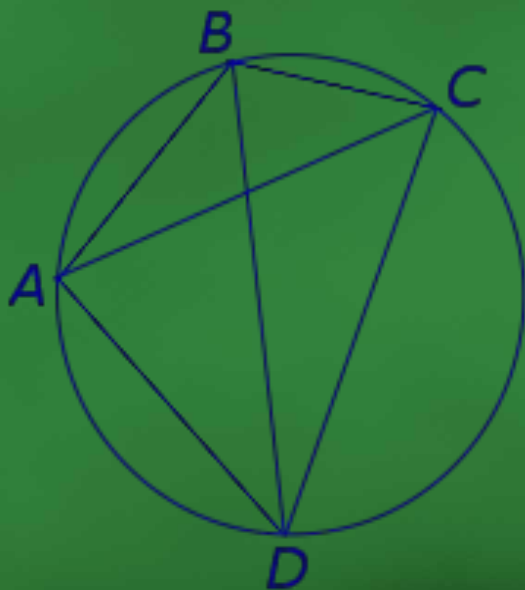




Claudius Ptolemy
est. 85 - 165

Теорема Птолемея.

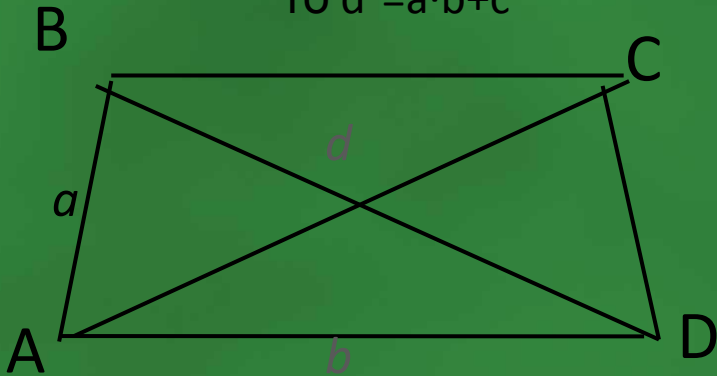
Произведение диагоналей вписанного четырёхугольника равно сумме произведений противоположных сторон.



$$AC \cdot BD = AB \cdot CD + BC \cdot AD.$$

Следствия из теоремы Птолемея

Если трапеция равнобедренная,
то $d^2 = a \cdot b + c^2$

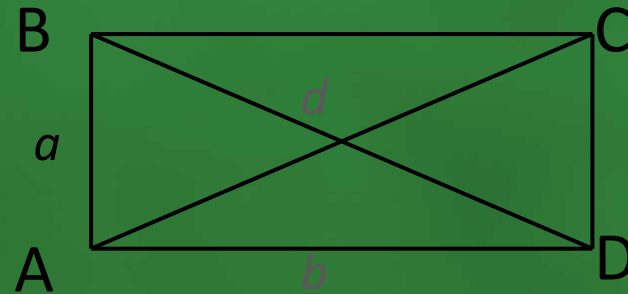


Доказательство

Пусть $AC=BD=d$, $BC = a$, $AD=b$ и $AB=CD=c$. По теореме Птолемея $BD \cdot AC = BC \cdot AD + AB \cdot CD$ следовательно

$$\underline{d^2 = a \cdot b + c^2}$$

Для любого прямоугольника
справедливо равенство
 $d^2 = a^2 + b^2$



Доказательство

Пусть $AC=BD=d$, $AB = CD = a$, $AD = BC = b$. По теореме Птолемея $AC \cdot BD = AB \cdot CD + BC \cdot AD$ следовательно

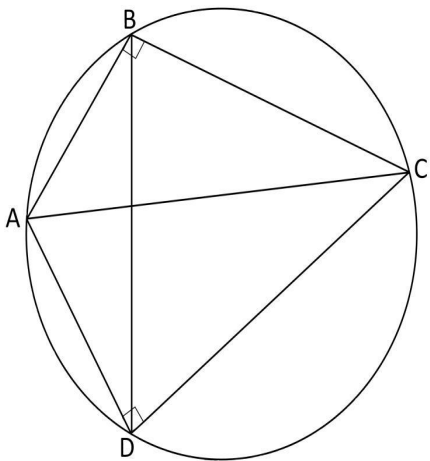
$$\underline{d^2 = a^2 + b^2}$$

В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ известны все стороны и диагональ AC .

Найти диагональ BD .

Дано: $ABCD$ – выпуклый четырёхугольник,
 $AB = 25, BC = 60, CD = 52, AD = 39$, диагональ $AC = 65$.

Найти: BD .



Решение:

Так как $25^2 + 60^2 = 65^2$ и $39^2 + 52^2 = 65^2$, то по теореме обратной теореме Пифагора, треугольники ABC и ADC прямоугольные. Следовательно, $\angle B + \angle D = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$. Значит, около четырёхугольника $ABCD$ можно описать окружность. Для вписанного в окружность четырёхугольника применим теорему Птолемея:

$$AC \cdot BD = AB \cdot CD + AD \cdot BC,$$

$$65 \cdot BD = 39 \cdot 60 + 25 \cdot 52, \text{ откуда } BD = 56.$$

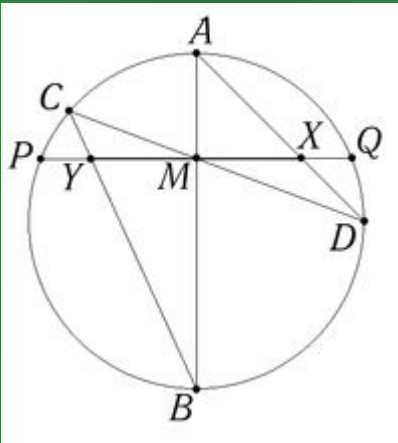


Уильям Джордж Горнер (1786 – 1837)

Английский математик

Основные труды по теории алгебраических уравнений. С его именем связана (1819) схема Горнера деления многочлена на двучлен .

теорема Бабочки.



Пусть через точку M , являющуюся серединой хорды PQ некоторой [окружности](#), проведены две произвольные хорды AB и CD той же окружности. Пусть хорды AD и BC пересекают хорду PQ в точках X и Y . Тогда M является серединой отрезка XY .

Результаты и выводы по работе:

Я считаю, что гипотеза рабочая доказана, то есть существуют малоизвестные теоремы и утверждения геометрии, знание которых облегчит решение некоторых планиметрических задач.

Задачи на будущее:

Следующим шагом моей работы будет, как раз продолжение работы над исследованием теорем о бабочке и теорем Менелая и Чебы.

**Спасибо за
внимание!!!**