МАЛОИЗВЕСТНЫЕ , но очень интересные ТЕОРЕМЫ ПЛАНИМЕТРИИ

Подготовила:
Парнева Анастасия Алексеевна,
обучающаяся МКОУ «Устьевская СОШ»
Руководитель:
Кустова Людмила Анатольевна,
учитель информатики и математики
МКОУ «Устьевская СОШ»

Актуальность и формулировка проблемы

-Мой интерес и актуальность этой темы вызваны следующими фактами: Часто в олимпиадных заданиях по математике, в КИМ ЕГЭ и ОГЭ встречаются задачи по геометрии, решение, которых вызывают затруднения, и чтобы их решить требуется много времени.

объект исследования

малоизвестные теоремы и свойства планиметрии.

гипотеза исследования

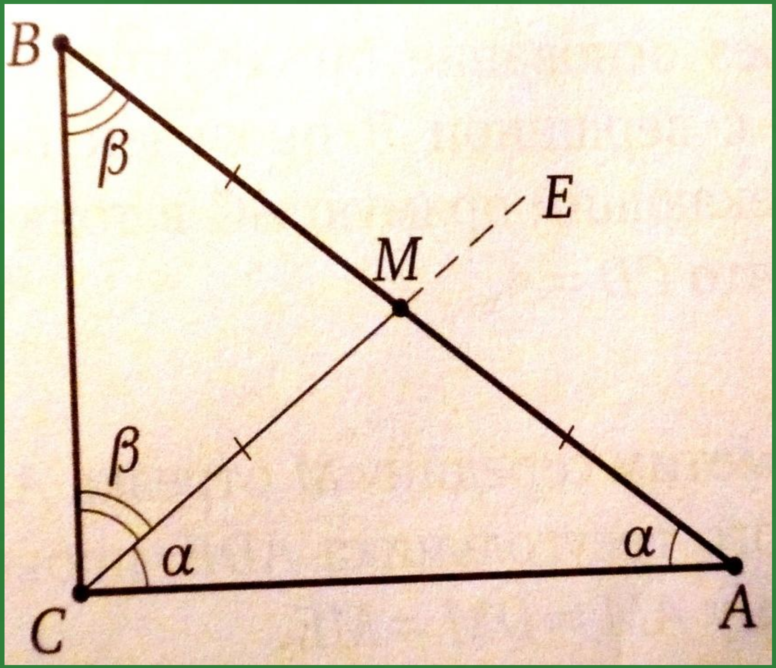
- Существуют малоизвестные теоремы и свойства геометрии, знание которых облегчит решение некоторых планиметрических задач

цель работы : выявить, доказать малоизвестные теоремы, свойства геометрии.

задачи работы и методы исследования

1. Изучить учебную и справочную литературу.
2. Собрать малоизвестный теоретический материал, необходимый для решения планиметрических задач.
3. Разобраться в доказательствах малоизвестных теорем и свойств.
4. Найти и решить задачи, на применение этих малоизвестных теорем и свойств.

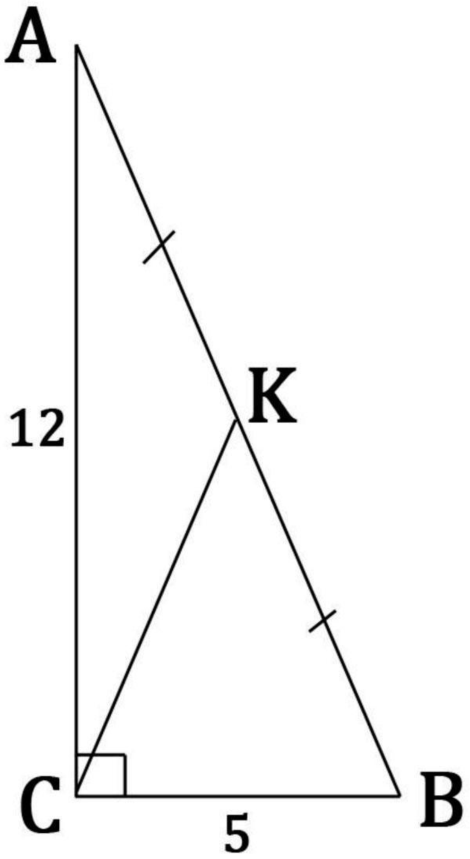
Медиана прямоугольного треугольника



Теорема. Медиана прямоугольного треугольника, проведенная из вершины прямого угла, равна половине гипотенузы.

Теорема (обратная). Если медиана треугольника равна половине стороны, к которой она проведена, то треугольник прямоугольный

В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом C известны катеты: $AC = 12$, $BC = 5$. Найдите медиану CK этого треугольника.



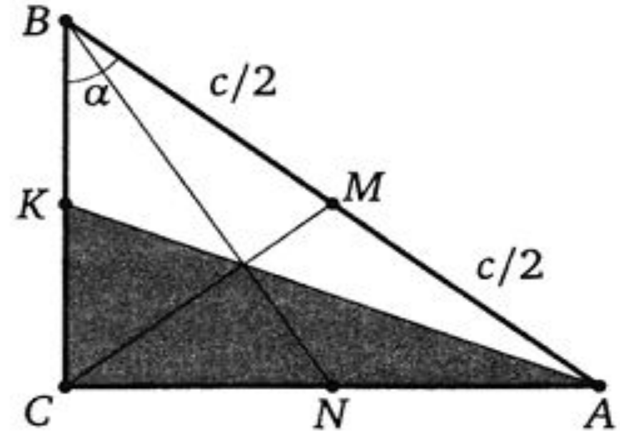
Решение.

1) По теореме Пифагора в прямоугольном треугольнике ABC
$$AB^2 = BC^2 + AC^2 = 144 + 25 = 169 = 13^2.$$
2) По свойству медианы прямоугольного треугольника, проведенной к гипотенузе,
$$CK = \frac{AB}{2} = \frac{13}{2} = 6{,}5.$$

Ответ: 6,5.

1. В прямоугольном треугольнике ABC гипотенуза AB равна c и $\angle ABC = \alpha$. Найдите все медианы в этом треугольнике.

Ответ: $\frac{c}{2}$, $\frac{c}{2} \cdot \sqrt{1+3\cos^2\alpha}$, $\frac{c}{2} \cdot \sqrt{1+3\sin^2\alpha}$.



Р е ш е н и е. Поскольку медиана прямоугольного треугольника, проведённая из вершины прямого угла, равна половине гипотенузы, медиана CM равна $\frac{c}{2}$.

Пусть K — середина BC. Тогда $CK = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2}AB\cos\alpha = \frac{1}{2}c\cos\alpha$. По теореме Пифагора из прямоугольного треугольника ACK находим, что

$$AK = \sqrt{AC^2 + CK^2} = \sqrt{(AB\sin\alpha)^2 + \left(\frac{1}{2}AB\cos\alpha\right)^2} =$$

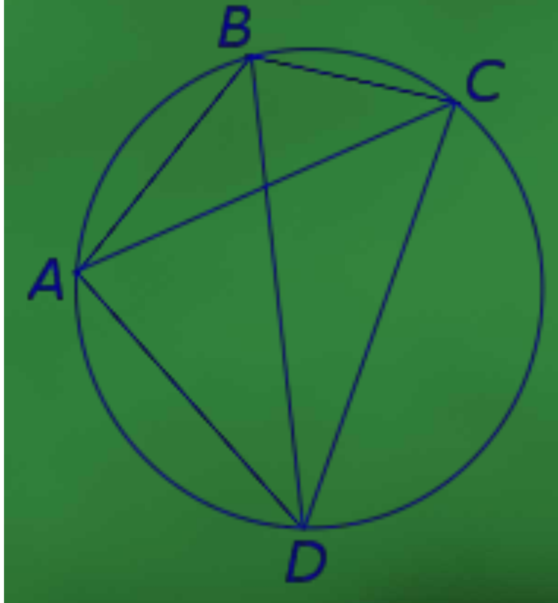
$$= \frac{c}{2}\sqrt{4\sin^2\alpha + \cos^2\alpha} = \frac{c}{2}\sqrt{4\sin^2\alpha + 1 - \sin^2\alpha} = \frac{c}{2}\sqrt{1+3\sin^2\alpha}.$$

Аналогично находим медиану BN. ◁


Claudius Ptolemy
est. 85 - 165

Теорема Птолемея.

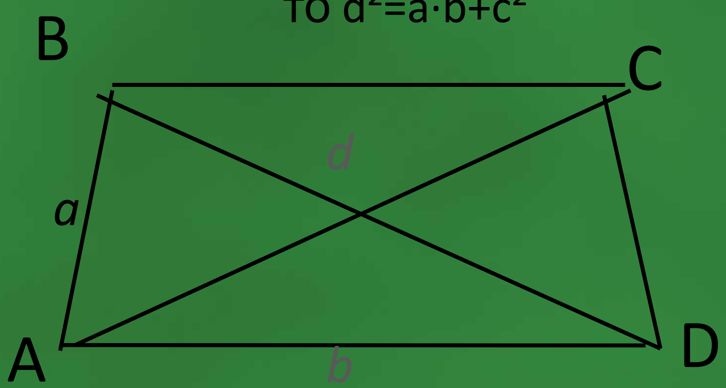
Произведение диагоналей [вписанного четырёхугольника] равно сумме произведений противоположных сторон.



$$AC \cdot BD = AB \cdot CD + BC \cdot AD.$$

Следствия из теоремы Птолемея

Если трапеция равнобедренная, то $d^2=a\cdot b+c^2$

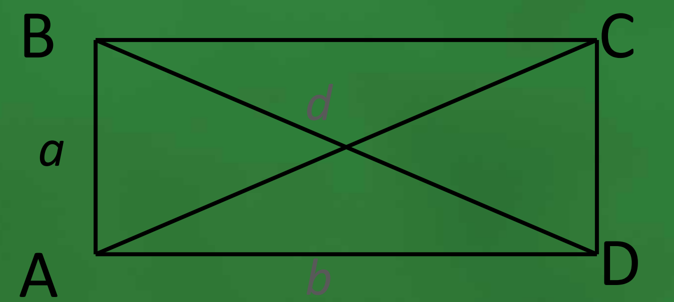


Доказательство

Пусть AC=BD=d, BC = a, AD=b и AB=CD=c. По теореме Птолемея BD·AC=BC·AD+AB·CD следовательно

$d^2=a\cdot b+c^2$

Для любого прямоугольника справедливо равенство $d^2=a^2+b^2$



Доказательство

Пусть AC=BD=d, AB =CD = a, AD =BC = b. По теореме Птолемея AC·BD=AB·CD+BC· AD следовательно

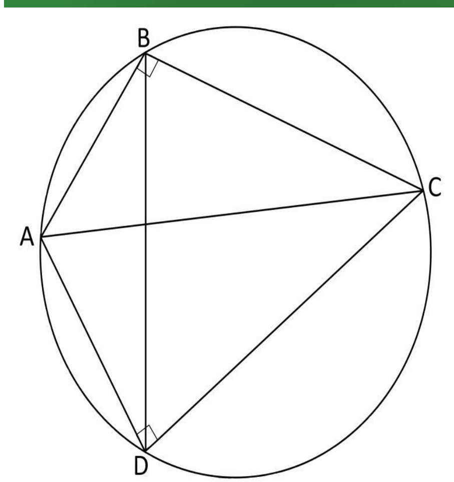
$d^2=a^2+b^2$

В выпуклом четырехугольнике ABCD известны все стороны и диагональ *AC*. Найти диагональ *BD.*

Дано: ABCD – выпуклый четырехугольник,

AB = 25,BC = 60,CD = 52,AD = 39,диагональ ***AC = 65*** .

Найти: ***BD.***



Решение:

Так как $25^2 + 60^2 = 65^2$ ***и*** $39^2 + 52^2 = 65^2$, то по теореме обратной теореме Пифагора, треугольники ***ABC*** и ***ADC*** прямоугольные. Следовательно, $\angle B + \angle D = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$. Значит, около четырёхугольника ***ABCD*** можно описать окружность. Для вписанного в окружность четырёхугольника применим теорему Птолемея:

$AC \cdot BD = AB \cdot CD + AD \cdot BC$,

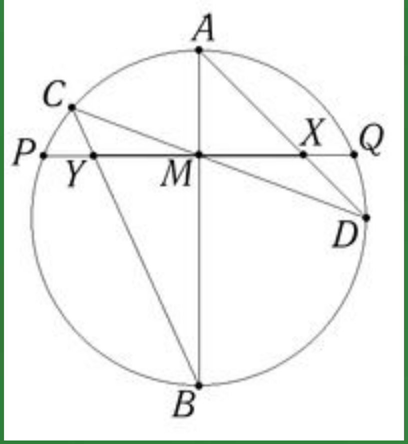
$65 \cdot BD = 39 \cdot 60 + 25 \cdot 52$, откуда $BD = 56$.

Уильям Джордж Горнер (1786 – 1837)

Английский математик

Основные труды по теории алгебраических уравнений.
С его именем связана (1819) схема Горнера деления многочлена на двучлен .

теорема Бабочки.



Пусть через точку *M*, являющуюся серединой хорды *PQ* некоторой окружности, проведены две произвольные хорды *AB* и *CD* той же окружности. Пусть хорды *AD* и *BC* пересекают хорду *PQ* в точках *X* и *Y*. Тогда *M* является серединой отрезка *XY*.

Результаты и выводы по работе:

Я считаю, что гипотеза рабочая доказана, то есть существуют малоизвестные теоремы и утверждения геометрии, знание которых облегчит решение некоторых планиметрических задач.

Задачи на будущее:

Следующим шагом моей работы будет, как раз продолжение работы над исследование теорем о бабочке и теорем Менелая и Чевы.

Спасибо за внимание!!!