

Действительные и
комплексные числа.
Самостоятельная
работа №1



Теоретический материал



Действия над комплексными числами

•Сравнение $a + bi = c + di$
означает, что $a=c$ и $b=d$ (два комплексных числа равны между собой тогда и только тогда, когда равны их действительные и мнимые части).

•Сложение: $(a + bi) + (c + di) = (a + c) + (b + d) i$

•Вычитание: $(a + bi) - (c + di) = (a - c) + (b - d) i$

•Умножение: $(a + bi) \cdot (c + di) = ac + bci + adi + bdi^2 = (ac - bd) + (bc + ad) i$

•Деление: $\frac{a + bi}{c + di} = \frac{(a + bi)(c - di)}{(c + di)(c - di)} = \frac{ac + bd}{c^2 + d^2} + \left(\frac{bc - ad}{c^2 + d^2} \right) i$

В частности, $\frac{1}{a + bi} = \frac{a}{a^2 + b^2} - \frac{b}{a^2 + b^2} i$

Примеры

Пример сложения комплексных чисел

$$(2 + 3i) + (5 + i) = (2 + 5) + (3 + 1)i = 7 + 4i$$

Пример вычитания комплексных чисел

$$(3 - 8i) - (2 + 3i) = (3 - 2) + (-8 - 3)i = 1 - 11i$$

Пример.

Пусть

$$z_1 = 2 + 3i$$

$$z_2 = 5 - 7i$$

Найдем

$$z_1 + z_2;$$

$$z_1 - z_2;$$

$$z_1 \cdot z_2$$

$$z_1 + z_2 = (2 + 3i) + (5 - 7i) = 2 + 3i + 5 - 7i = 7 - 4i$$

$$z_1 - z_2 = (2 + 3i) - (5 - 7i) = 2 + 3i - 5 + 7i = -3 + 10i$$

$$\begin{aligned} z_1 \cdot z_2 &= (2 + 3i)(5 - 7i) = 10 + 15i - 14i - 21i^2 = \\ &= 10 + 15i - 14i + 21 = 31 + i \end{aligned}$$

Для нахождения частного двух комплексных чисел необходимо числитель и знаменатель умножить на число, сопряженное знаменателю.

$$\begin{aligned}\frac{z_1}{z_2} &= \frac{4 - 5i}{-2 - 11i} = \frac{(4 - 5i) \cdot (-2 + 11i)}{(-2 - 11i) \cdot (-2 + 11i)} = \\ &= \frac{4 \cdot (-2) + 4 \cdot 11i + (-5i) \cdot (-2) + (-5i) \cdot 11i}{(-2)^2 + 11^2} = \\ &= \frac{-8 + 44i + 10i - 55i^2}{4 + 121} = \frac{47 + 54i}{125} = \frac{47}{125} + \frac{54}{125}i\end{aligned}$$

Самостоятельная работа №1



Вариант 1

$$(-3 + 4i) (5 - 9i)$$

$$(1 - 4i) (8 + 3i)$$

$$(2 + 3i) (-5 - 7i)$$

$$(6 - 3i) (4 - 5i)$$

$$(-9 + 2i) (-6 + 7i)$$

1. Сложить

2. Вычесть

3. Умножить

4. Разделить

5. Возвести в квадрат

Вариант 2

$$(4+6i) (-2-8i)$$

$$(-5+3i) (4-6i)$$

$$(3-8i) (1+4i)$$

$$(5-2i) (7-6i)$$

$$(-8+3i) (-7+5i)$$

1. Сложить

2. Вычесть

3. Умножить

4. Разделить

5. Возвести в квадрат