

# Стереометрические задачи повышенной сложности

Задание 14, пробный экзамен ,  
Март 2020

# Вариант 201

- В основании пирамиды  $SABCD$  лежит трапеция  $ABCD$ .
- Основание  $AD$  в два раза больше основания  $BC$ .
- На ребре  $SC$  взята точка  $M$ , такая, что  $SM:MC=2:1$ .
- Сечение, проходящее через точки  $A, B$  и  $M$ , пересекает ребро  $SD$  в точке  $N$ .
- а) Докажите, что  $SN=DN$
- б) Найдите отношение объемов тетраэдра  $SAMN$  и пирамиды  $ACDNM$

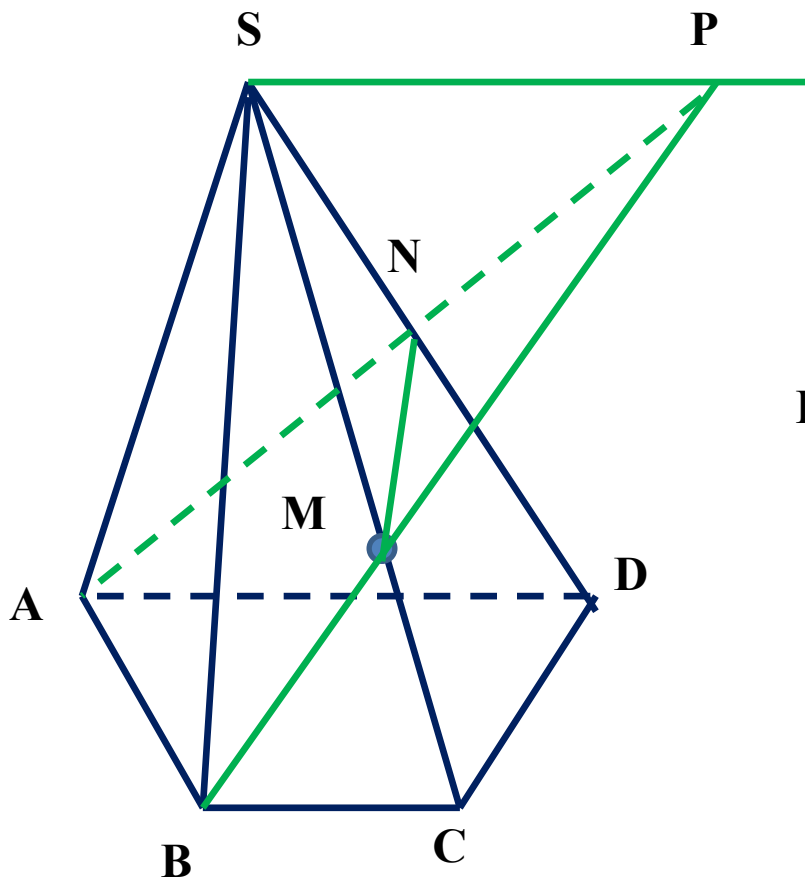
## Построение.

Проведем  $SP \parallel BC$ .

$BM$  пересекает  $SP$  в точке  $P$ .

Проведем  $AP$ . Она пересекает  $SD$  в точке  $N$

$MNAB$  – искомое сечение



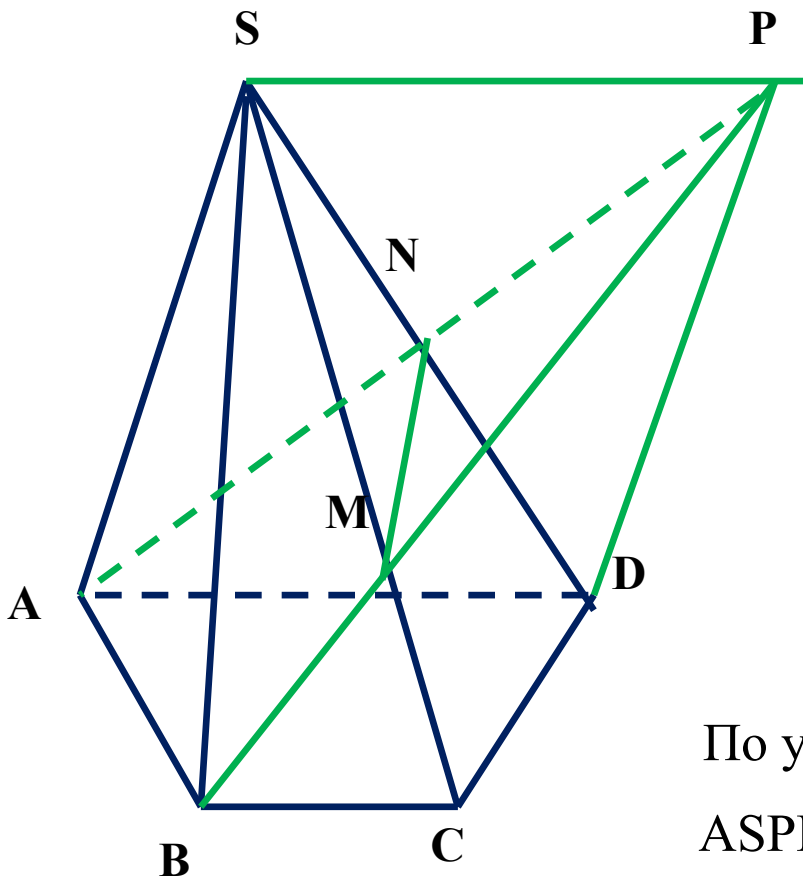
В основании пирамиды  $SABCD$  лежит трапеция  $ABCD$ .

Основание  $AD$  в два раза больше основания  $BC$ .

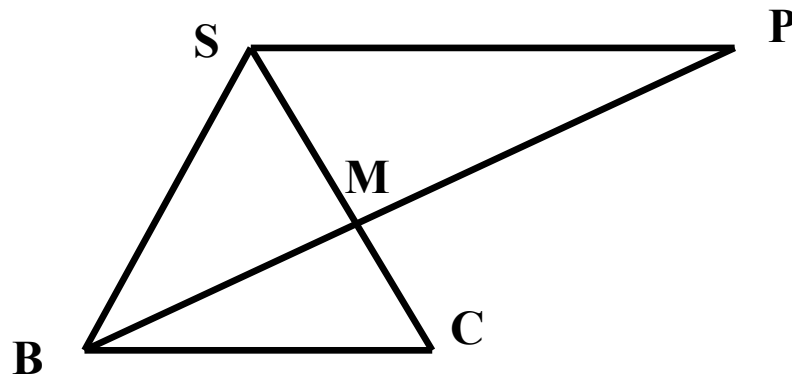
На ребре  $SC$  взята точка  $M$ , такая, что  $SM:MC=2:1$ . Сечение, проходящее через точки  $A, B$  и  $M$ , пересекает ребро  $SD$  в точке  $N$ .

а) Докажите, что  $SN=DN$

б) Найдите отношение объемов тетраэдра  $SAMN$  и пирамиды  $ACDNM$



**Доказательство.**



▲ SMP подобен ▲CMP

$$\frac{SM}{MS} = \frac{SP}{BC} = \frac{2}{1} \quad SP=2 BC$$

По условию,  $AD=2BC$     Значит,  $SP=AD$

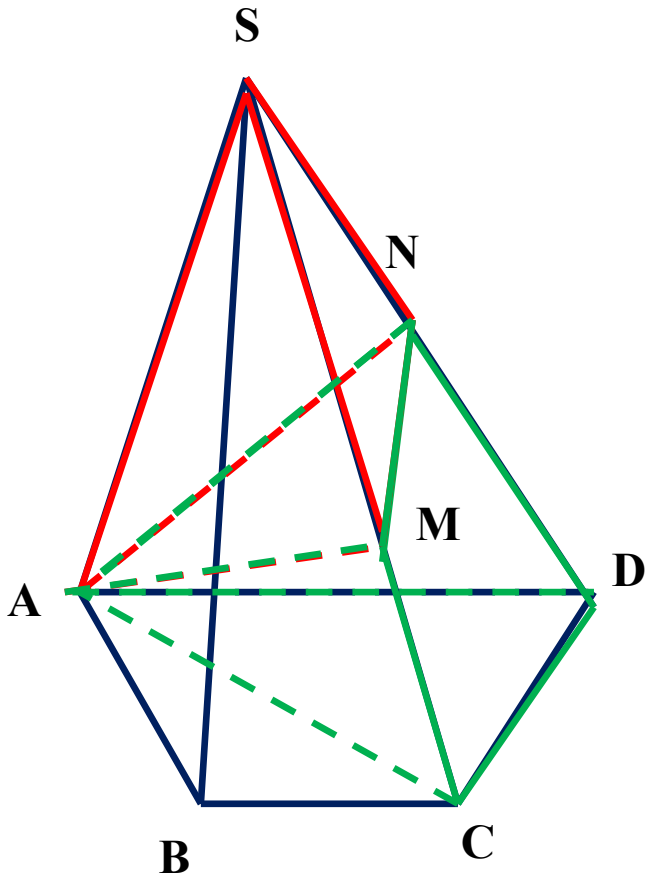
ASPD -параллелограмм

Диагонали APи SD точкой пересечения делятся пополам.    N- середина SD.

В основании пирамиды SABCD лежит трапеция ABCD. Основание AD в два раза больше основания BC. На ребре SC взята точка M, такая, что  $SM:MC=2:1$ . Сечение, проходящее через точки A,B и M, пересекает ребро SD в точке N.

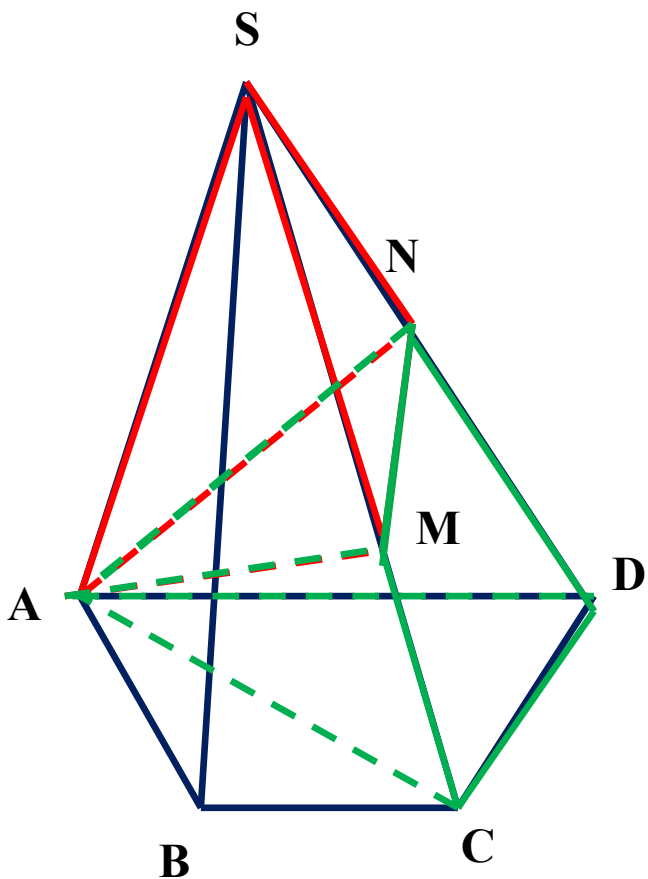
**а) Докажите, что  $SN=DN$**

## Решение.

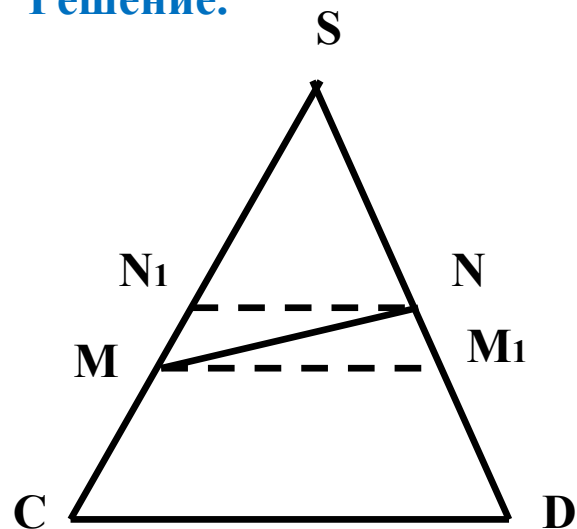


В основании пирамиды  $SABCD$  лежит трапеция  $ABCD$ . Основание  $AD$  в два раза больше основания  $BC$ . На ребре  $SC$  взята точка  $M$ , такая, что  $SM:MC=2:1$ . Сечение, проходящее через точки  $A, B$  и  $M$ , пересекает ребро  $SD$  в точке  $N$ .

б) Найдите отношение объемов тетраэдра  $SAMN$  и пирамиды  $ACDNM$



**Решение.**



В основании пирамиды  $SABCD$  лежит трапеция  $ABCD$ . Основание  $AD$  в два раза больше основания  $BC$ . На ребре  $SC$  взята точка  $M$ , такая, что  $SM:MC=2:1$ . Сечение, проходящее через точки  $A, B$  и  $M$ , пересекает ребро  $SD$  в точке  $N$ .

**б) Найдите отношение объемов тетраэдра  $SAVN$  и пирамиды  $ACDNM$**

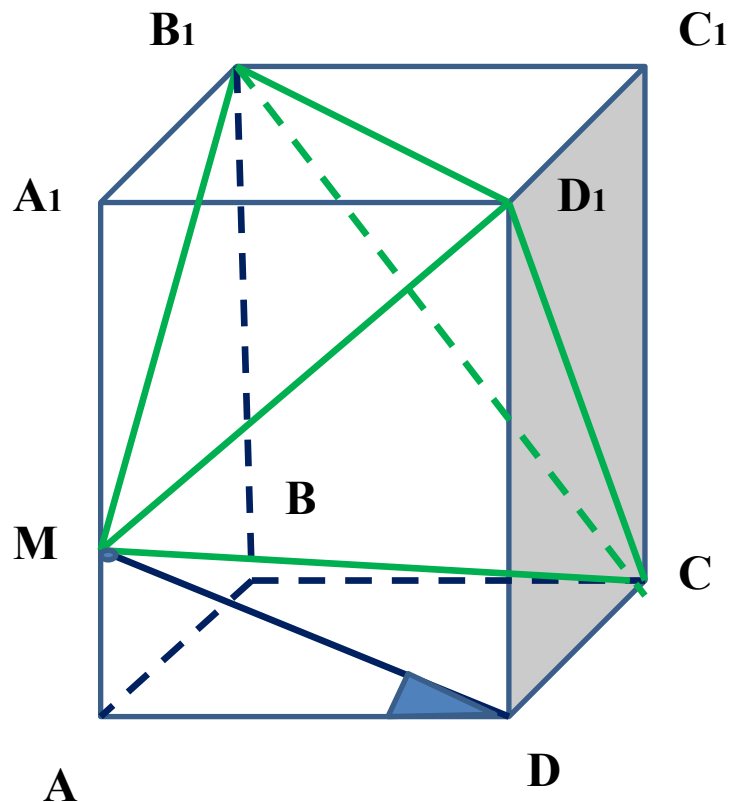
# Вариант 203

На ребре  $A_1$  правильной призмы  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  отмечена точка  $M$  так, что  $AM:MA_1 = 2:1$ .

Точка  $M$  является вершиной прямого конуса, на окружности основания которого лежат три вершины призмы, включая  $B_1$ .

а) Докажите, что угол  $MDA$  равен  $30^\circ$ .

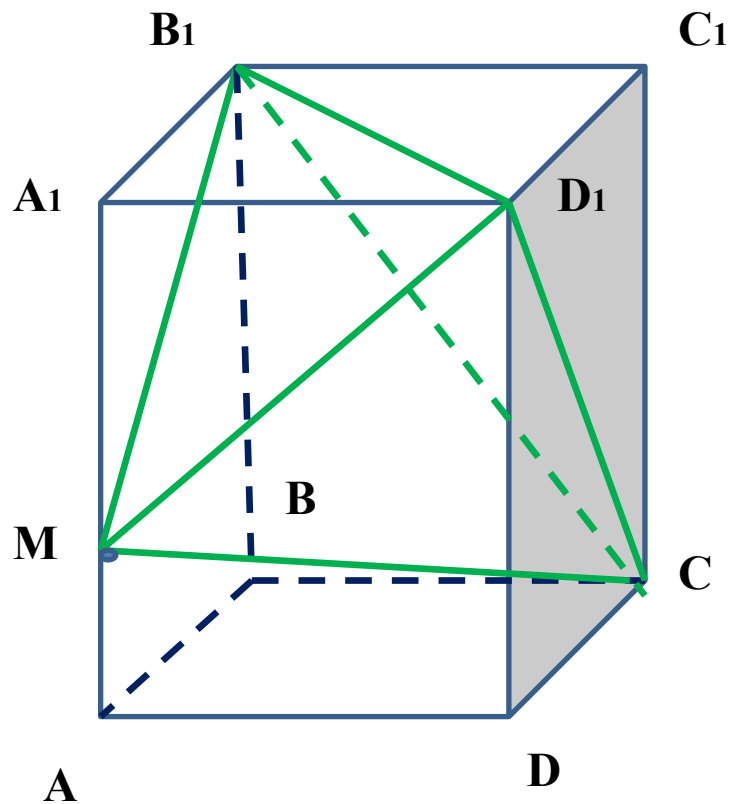
б) Найдите площадь боковой поверхности конуса, если  $AB = \sqrt{6}$



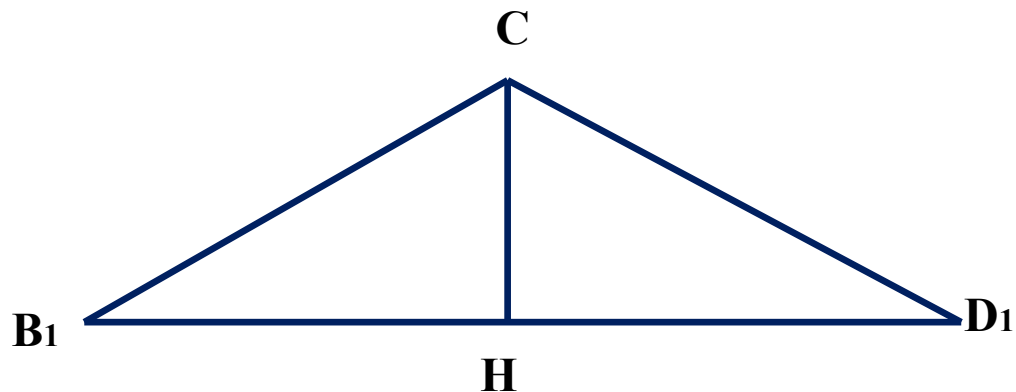
На ребре  $AA_1$  правильной призмы  $ABCA_1B_1C_1D_1$  отмечена точка  $M$  так, что  $AM:MA_1 = 2:1$ . Точка  $M$  является вершиной прямого конуса, на окружности основания которого лежат три вершины призмы, включая  $B_1$ . а) Докажите, что угол  $MDA$  равен  $30^\circ$ . б) Найдите площадь боковой поверхности конуса, если  $AB = \sqrt{6}$

Пусть  $AB=AD=a$ , а  $AA_1=h$





На ребре  $AA_1$  правильной призмы  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  отмечена точка  $M$  так, что  $AM:MA_1=2:1$ . Точка  $M$  является вершиной прямого конуса, на окружности основания которого лежат три вершины призмы, включая  $B_1$ . а) Докажите, что угол  $MDA$  равен  $30^\circ$ . б) Найдите площадь боковой поверхности конуса, если  $AB=\sqrt{6}$



$$R = \frac{abc}{4S}$$

# Вариант 204

- В основании пирамиды  $SABCD$  лежит трапеция  $ABCD$ .
- Основание  $AD$  в два раза больше основания  $BC$ .
- На ребре  $SD$  взята точка  $N$ , такая, что  $SN=DN/$
- Сечение, проходящее через точки  $A, B$  и  $N$ , пересекает ребро  $SC$  в точке  $M$
- а) Докажите, что  $SM:MC=2:1$ .
- б) Найдите отношение объемов тетраэдра  $SAMN$  и пирамиды  $ACDNM$