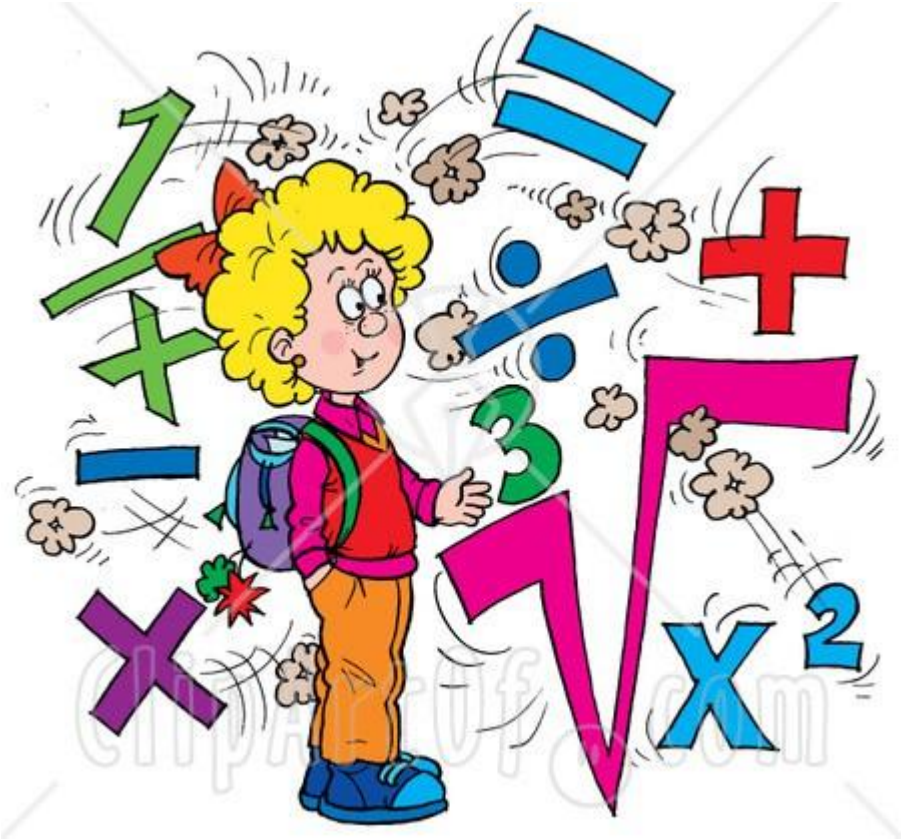
ОСНОВНЫЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ТОЖДЕСТВА



СОДЕРЖАНИЕ

ОСНОВНЫЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ТОЖДЕСТВА

ФОРМУЛЫ СЛОЖЕНИЯ

ФОРМУЛЫ СУММЫ И РАЗНОСТИ СИНУСОВ (КОСИНУСОВ)

ФОРМУЛЫ ДВОЙНОГО АРГУМЕНТА

ФОРМУЛЫ ПОЛОВИННОГО АРГУМЕНТА

ВСЕ ФОРМУЛЫ ТРИГОНОМЕТРИИ

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$$

$$tg\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} \qquad ctg\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$$

$$tg\alpha \cdot ctg\alpha = 1$$

$$1 + tg^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha}$$

$$1 + ctg^2\alpha = \frac{1}{\sin^2\alpha}$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha \cdot \cos\beta + \sin\alpha \cdot \sin\beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha \cdot \cos\beta - \sin\alpha \cdot \sin\beta$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha \cdot \cos\beta - \cos\alpha \cdot \sin\beta$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha \cdot \cos\beta + \cos\alpha \cdot \sin\beta$$

$$tg(\alpha \pm \beta) = \frac{tg\alpha \pm tg\beta}{1 \mp tg\alpha \cdot tg\beta}$$

$$\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\sin\alpha - \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha-\beta}{2}\cdot\cos\frac{\alpha+\beta}{2}$$

$$\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\cos\alpha - \cos\beta = -2\sin\frac{\alpha-\beta}{2}\sin\frac{\alpha+\beta}{2}$$

$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$$

$$\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha$$

$$\cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1$$

$$tg 2\alpha = \frac{2tg\alpha}{1 - tg^2\alpha}$$

$$\sin^2\frac{\alpha}{2}=\frac{1-\cos\alpha}{2}$$

$$\cos^2\frac{\alpha}{2}=\frac{1+\cos\alpha}{2}$$

ТРИГОНОМЕТРИЯ

Тригонометрические формулы

Основные тождества:

$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$ $\quad tg\alpha\cdot ctg\alpha=1$

$tg\alpha=\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$ $\quad ctg\alpha=\dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$

$1+tg^2\alpha=\dfrac{1}{\cos^2\alpha}$ $\quad 1+ctg^2\alpha=\dfrac{1}{\sin^2\alpha}$

Формулы сложения:

$\sin(\alpha\pm\beta)=\sin\alpha\cdot\cos\beta\pm\cos\alpha\cdot\sin\beta$

$\cos(\alpha\pm\beta)=\cos\alpha\cdot\cos\beta\mp\sin\alpha\cdot\sin\beta$

$tg(\alpha\pm\beta)=\dfrac{tg\alpha\pm tg\beta}{1\mp tg\alpha\cdot tg\beta}$;

$ctg(\alpha\pm\beta)=\dfrac{ctg\alpha\cdot ctg\beta\mp 1}{ctg\beta\pm ctg\alpha}$

Формулы кратных углов:

$\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cdot\cos\alpha$ $\quad \sin\alpha\cdot\cos\alpha=\dfrac{1}{2}\sin 2\alpha$

$\cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha$

$\cos 2\alpha=1-2\sin^2\alpha$ $\quad \cos 2\alpha=2\cos^2\alpha-1$

$tg2\alpha=\dfrac{2\cdot tg\alpha}{1-tg^2\alpha}$ $\quad ctg2\alpha=\dfrac{ctg^2\alpha-1}{2\cdot ctg\alpha}$

$\sin 3\alpha=3\sin\alpha-4\sin^3\alpha$ $\quad \cos 3\alpha=4\cos^3\alpha-3\cos\alpha$

$tg3\alpha=\dfrac{3tg\alpha-tg^3\alpha}{1-3tg^2\alpha}$ $\quad ctg3\alpha=\dfrac{ctg^3\alpha-3ctg\alpha}{3ctg^2\alpha-1}$

Формулы половинных углов:

$2\sin^2\dfrac{\alpha}{2}=1-\cos\alpha$ $\quad 2\cos^2\dfrac{\alpha}{2}=1+\cos\alpha$

$1\pm\sin\alpha=(\sin\dfrac{\alpha}{2}\pm\cos\dfrac{\alpha}{2})^2$ $\quad tg^2\dfrac{\alpha}{2}=\dfrac{1-\cos\alpha}{1+\cos\alpha}$

$tg\dfrac{\alpha}{2}=\dfrac{\sin\alpha}{1+\cos\alpha}=\dfrac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha}$

При использовании формул, содержащих tg и ctg, необходимо учитывать О.Д.З. левой и правой частей формул.

Формулы суммы:

$\sin\alpha+\sin\beta=2\sin\dfrac{\alpha+\beta}{2}\cos\dfrac{\alpha-\beta}{2}$

$\sin\alpha-\sin\beta=2\cos\dfrac{\alpha+\beta}{2}\sin\dfrac{\alpha-\beta}{2}$

$\cos\alpha+\cos\beta=2\cos\dfrac{\alpha+\beta}{2}\cos\dfrac{\alpha-\beta}{2}$

$\cos\alpha-\cos\beta=-2\sin\dfrac{\alpha+\beta}{2}\sin\dfrac{\alpha-\beta}{2}$

$tg\alpha\pm tg\beta=\dfrac{\sin(\alpha\pm\beta)}{\cos\alpha\cos\beta}$

$ctg\alpha\pm ctg\beta=\dfrac{\sin(\beta\pm\alpha)}{\sin\alpha\sin\beta}$

$tg\alpha\pm ctg\beta=\dfrac{\pm\cos(\alpha\mp\beta)}{\cos\alpha\sin\beta}$

Формулы произведения:

$\sin\alpha\sin\beta=\dfrac{1}{2}(\cos(\alpha-\beta)-\cos(\alpha+\beta))$

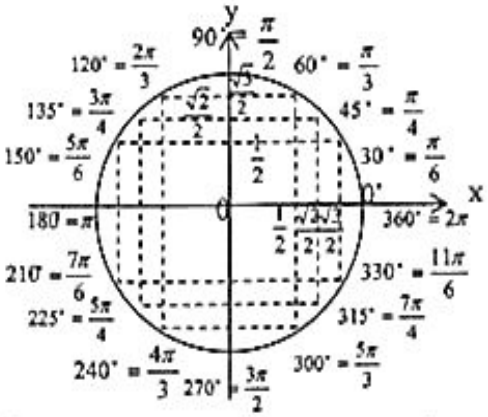
$\cos\alpha\cos\beta=\dfrac{1}{2}(\cos(\alpha-\beta)+\cos(\alpha+\beta))$

$\sin\alpha\cos\beta=\dfrac{1}{2}(\sin(\alpha-\beta)+\sin(\alpha+\beta))$

Выражение функций через $tg\dfrac{\alpha}{2}$

$\sin\alpha=\dfrac{2tg(\alpha/2)}{1+tg^2(\alpha/2)}$ $\quad \cos\alpha=\dfrac{1-tg^2(\alpha/2)}{1+tg^2(\alpha/2)}$

$tg\alpha=\dfrac{2tg(\alpha/2)}{1-tg^2(\alpha/2)}$



$\pi\ рад=180^\circ$

$1\,рад=\dfrac{180^\circ}{\pi}\approx 57^\circ$

$1^\circ=\dfrac{\pi}{180}\,рад$

Обратные тригонометрические функции:

$\sin(\arcsin a)=a,\quad a\in[-1;1]$ $\qquad \cos(\arccos a)=a,\quad a\in[-1;1]$

$\arcsin(\sin a)=a,\quad a\in\left[-\dfrac{\pi}{2};\dfrac{\pi}{2}\right]$ $\qquad \arccos(\cos a)=a,\quad a\in[0;\pi]$

$tg(arctga)=a,\quad a\in R$ $\qquad ctg(arcctga)=a,\quad a\in R$

$arctg(tga)=a,\quad a\in\left(-\dfrac{\pi}{2};\dfrac{\pi}{2}\right)$ $\qquad arcctg(ctga)=a,\quad a\in(0;\pi)$

Четность тригонометр-ких и обратнотриг-их функций:

1. четная: $\cos(-x)=\cos x$, $f(-x)=f(x)$
2. общего вида: $arc\cos(-x)=\pi-\arccos x$

   $arcctg(-x)=\pi-arcctgx$
3. нечетные: остальные, $f(-x)=-f(x)$

Рейтинг углов.

1. табличные: 30, 45, 180, 120, 210, 330...(ф-лы приведения)

2. через 15: 15 = 45 - 30, 105 = 60 + 45,...(формулы сложения)

3. одинаковые: 17, α, ...(основные тождества)

4. кратные: 17, 34 ; 2α, α, $\dfrac{\alpha}{2}$ ...(кратных и половинных углов)

5. сумма или разность табличная: 127 + 53 = 180, 93 – 3 = 90, 2 + 58 = 60, 35 – 5 = 30 (формулы приведения, суммы, произведения, сложения)

6. произвольные: α и β; 5 и 2 (формулы суммы, произведения, сложения)