

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ

Лекция 23. РАСЧЕТ НЕЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ ПОСТОЯННОГО ТОКА

Методы анализа нелинейных цепей

- графические
- аналитические
- графоаналитические
- итерационные

Графоаналитический метод расчета неразветвленных нелинейных электрических цепей постоянного тока

Алгоритм расчета

- сначала в общей системе координат (как правило, по оси абсцисс откладываются значения напряжений, по оси ординат – значения тока цепи) строятся ВАХ (если они изначально не были заданы графически) всех нелинейных элементов – графические зависимости общего аргумента (в данном случае – функции) – тока неразветвленной цепи:

$$u_j(i) = f_j(i) ,$$

где $j = 1, 2, \dots, k$; k – общее количество резистивных элементов в цепи постоянного тока

- на основе второго правила Кирхгофа строится результирующая зависимость:

$$u(i) = \sum_{j=1}^k u_j(i)$$

(результующая зависимость строится графически путем сложения абсцисс точек ВАХ нелинейных резистивных элементов, соответствующих одинаковым ординатам, т.е. фиксированным значениям тока контура);

- из точки на оси абсцисс (оси напряжений), соответствующей численному значению напряжения (ЭДС), генерируемого источником, строится перпендикулярный оси абсцисс отрезок прямой до пересечения с результирующей ВАХ $u(i)$

(точка пересечения перпендикуляра с результирующей ВАХ называется рабочей точкой; таким образом, *рабочей точкой нелинейного элемента* называются значения постоянных напряжения и тока, изображаемых в виде точки на его вольт-амперной характеристике; в общем случае рабочей точкой называется рабочий режим элемента электрической цепи, характеризуемый определенными величинами напряжения и тока);

- из точки пересечения отрезка прямой, перпендикулярного оси абсцисс, с результирующей ВАХ ортогонально оси ординат строится еще один отрезок прямой, который пересекает ось ординат (токов) в точке, соответствующей искомому току в неразветвленной цепи при действии в ней источника постоянного напряжения (при этом отрезок прямой пересекает ВАХ включенных в цепь нелинейных резистивных элементов в точках, которые также называются рабочими)

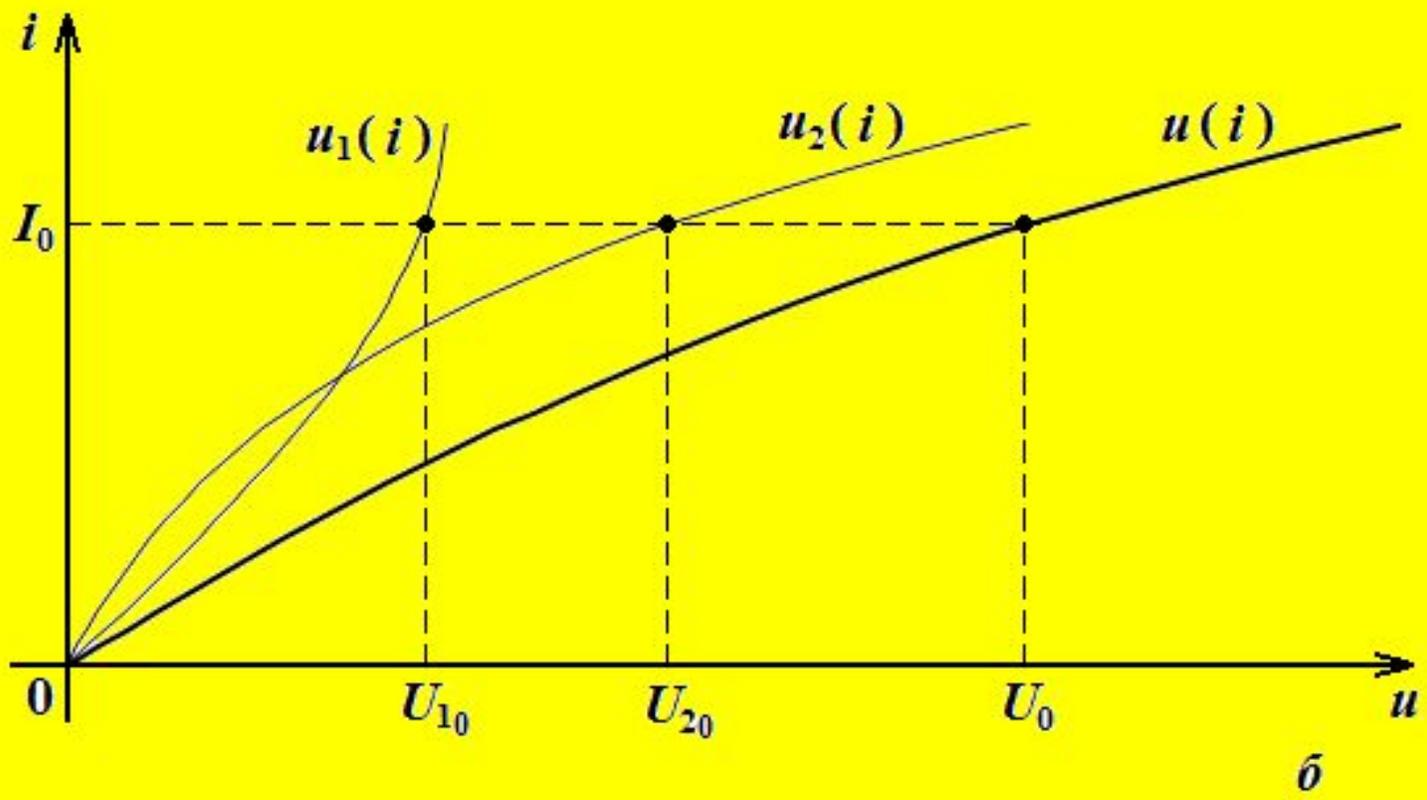
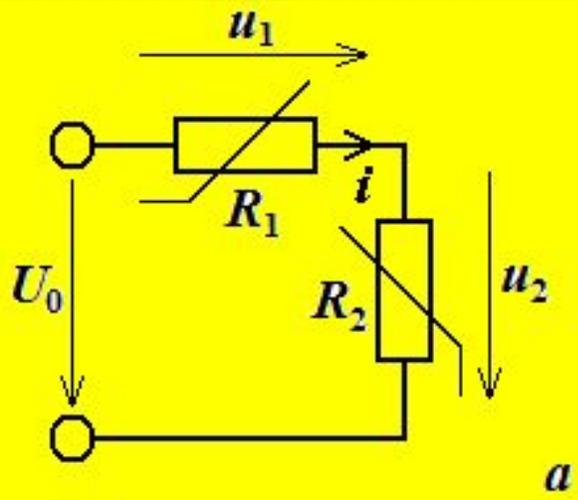


Рисунок 1 – Графический метод расчета неразветвленной нелинейной электрической цепи постоянного тока при последовательном соединении нелинейных элементов:

- а) схема замещения цепи;
- б) ВАХ нелинейных элементов

Метод пересечения характеристик

Алгоритм расчета

- сначала строится ВАХ $i(u_1)$ нелинейного элемента, включенного в качестве внутреннего сопротивления в состав источника (в рассматриваемом нами примере этим сопротивлением является нелинейный резистивный элемент R_1);
- затем в той же системе координат строится вспомогательная ВАХ $i(u_2)$ нагрузки – второго резистивного нелинейного элемента (R_2);
- строится еще одна вспомогательная ВАХ $i(-u_2)$, которая представляет собой зеркальное отображение построенной ранее ВАХ $i(u_2)$ относительно оси ординат;
- наконец, вспомогательная ВАХ $i(-u_2)$ смещается относительно оси абсцисс на величину напряжения источника U_0 – точка пересечения полученной ВАХ $i(U_0 - u_2)$ с характеристикой $i(u_1)$ является рабочей точкой, а ордината этой точки является искомым током в нелинейной неразветвленной электрической цепи постоянного тока

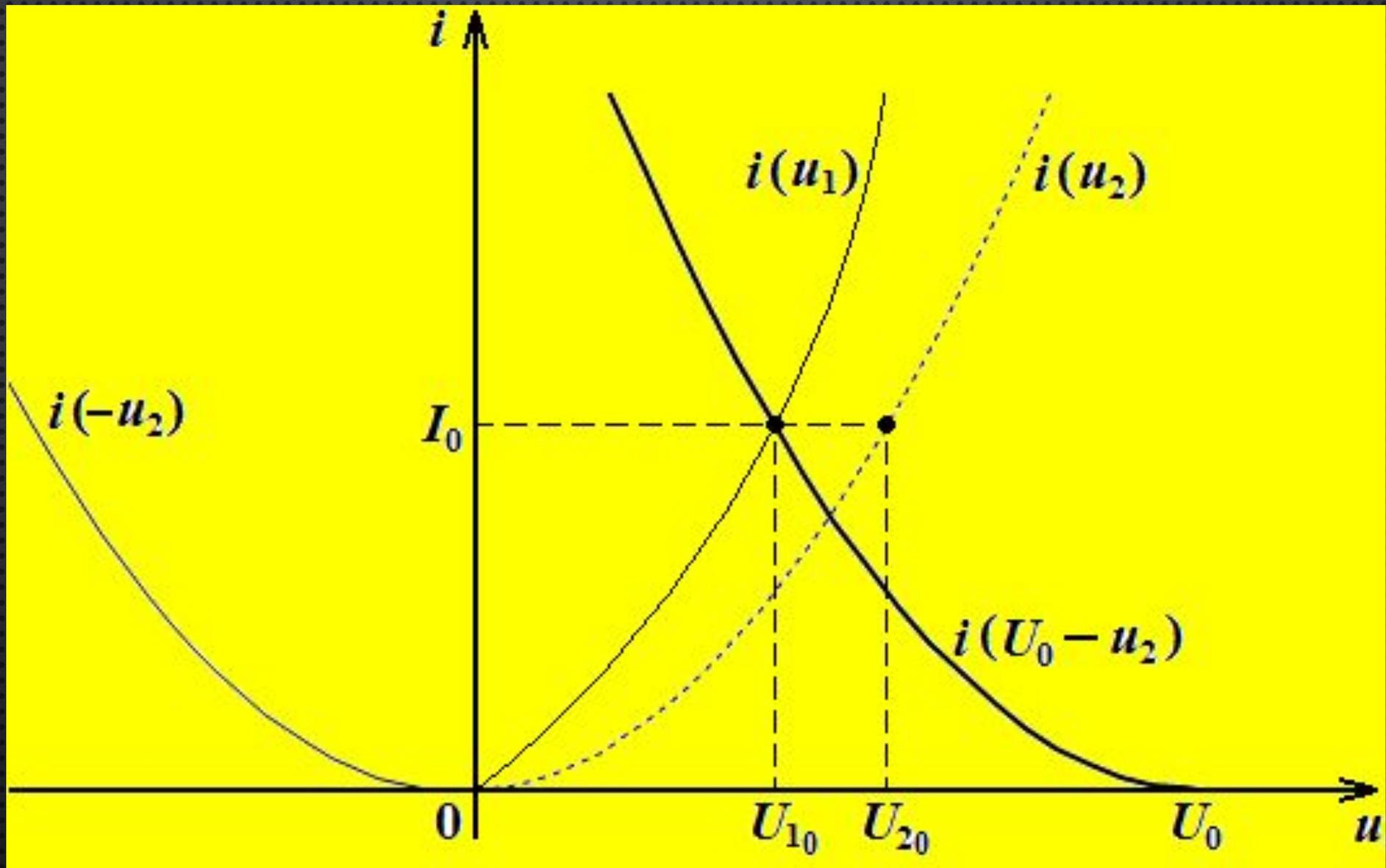


Рисунок 2 – Графический метод пересечения характеристик расчета неразветвленной нелинейной электрической цепи постоянного тока

Метод нагрузочной характеристики (метод эквивалентного генератора)

Алгоритм расчета

- в выбранной системе координат строится ВАХ нелинейного элемента $u(i)$;
- в этой же системе координат строится ВАХ линейного источника напряжения (нагрузочная характеристика) – наклонная прямая, точки пересечения которой с координатными осями определяются выражениями:

$$I_K = E / r \quad U_X = E$$

- ордината точки пересечения ВАХ нелинейного элемента и нагрузочной прямой (рабочей точки) определяет искомый ток через нелинейный элемент

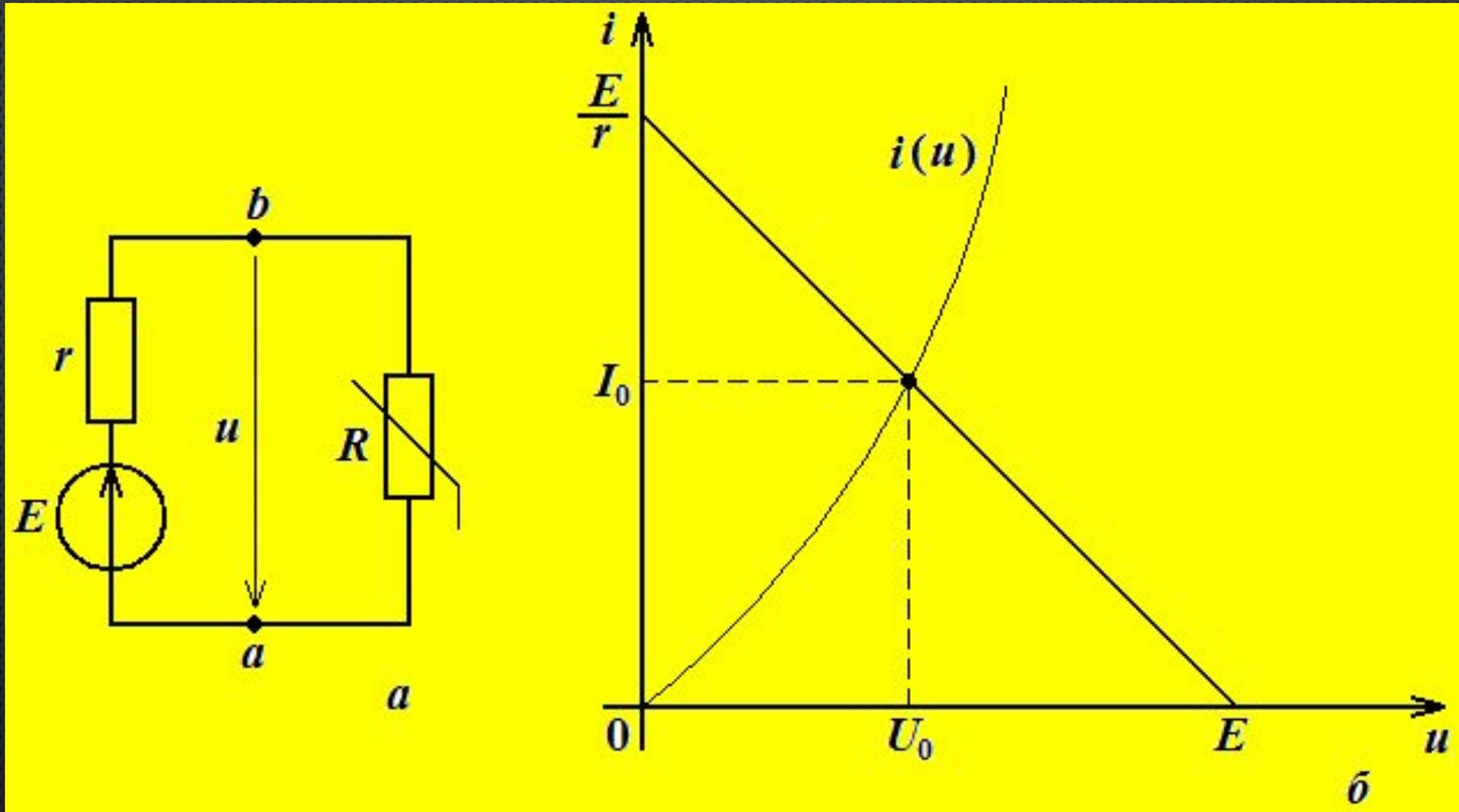


Рисунок 3 – Иллюстрация графического метода расчета неразветвленной нелинейной электрической цепи с одним нелинейным элементом методом нагрузочной характеристики:

а) схема замещения цепи;

б) ВАХ элементов цепи

Графоаналитический метод расчета разветвленных нелинейных электрических цепей постоянного тока с параллельным соединением нелинейных элементов

Алгоритм расчета

- сначала в общей системе координат (как правило, по оси абсцисс откладываются значения напряжений, по оси ординат – значения тока цепи) строятся ВАХ (если они изначально не были заданы графически) всех нелинейных элементов – графические зависимости общего аргумента – разности потенциалов на концах параллельного участка цепи:

$$i_m(u) = f_m(u) ,$$

где $m = 1, 2, \dots, n$; n – общее количество ветвей, содержащих резистивные нелинейные элементы

- на основе первого правила Кирхгофа строится результирующая зависимость:

$$i(u) = \sum_{m=1}^n i_m(u)$$

(результующая зависимость строится графически путем сложения ординат точек ВАХ нелинейных резистивных элементов, соответствующих одинаковым абсциссам, т.е. фиксированным значениям напряжения на параллельном участке цепи);

- из точки на оси абсцисс (оси напряжений), соответствующей численному значению напряжения (ЭДС), генерируемого источником, строится перпендикулярный оси абсцисс отрезок прямой, пересекающий все построенные ранее ВАХ в рабочих точках (см. выше);
- путем опускания перпендикуляров из рабочих точек на ось ординат (ось токов) находятся все токи, протекающие по цепи, – общий ток (ток, протекающий до разветвления цепи) и токи в ветвях цепи

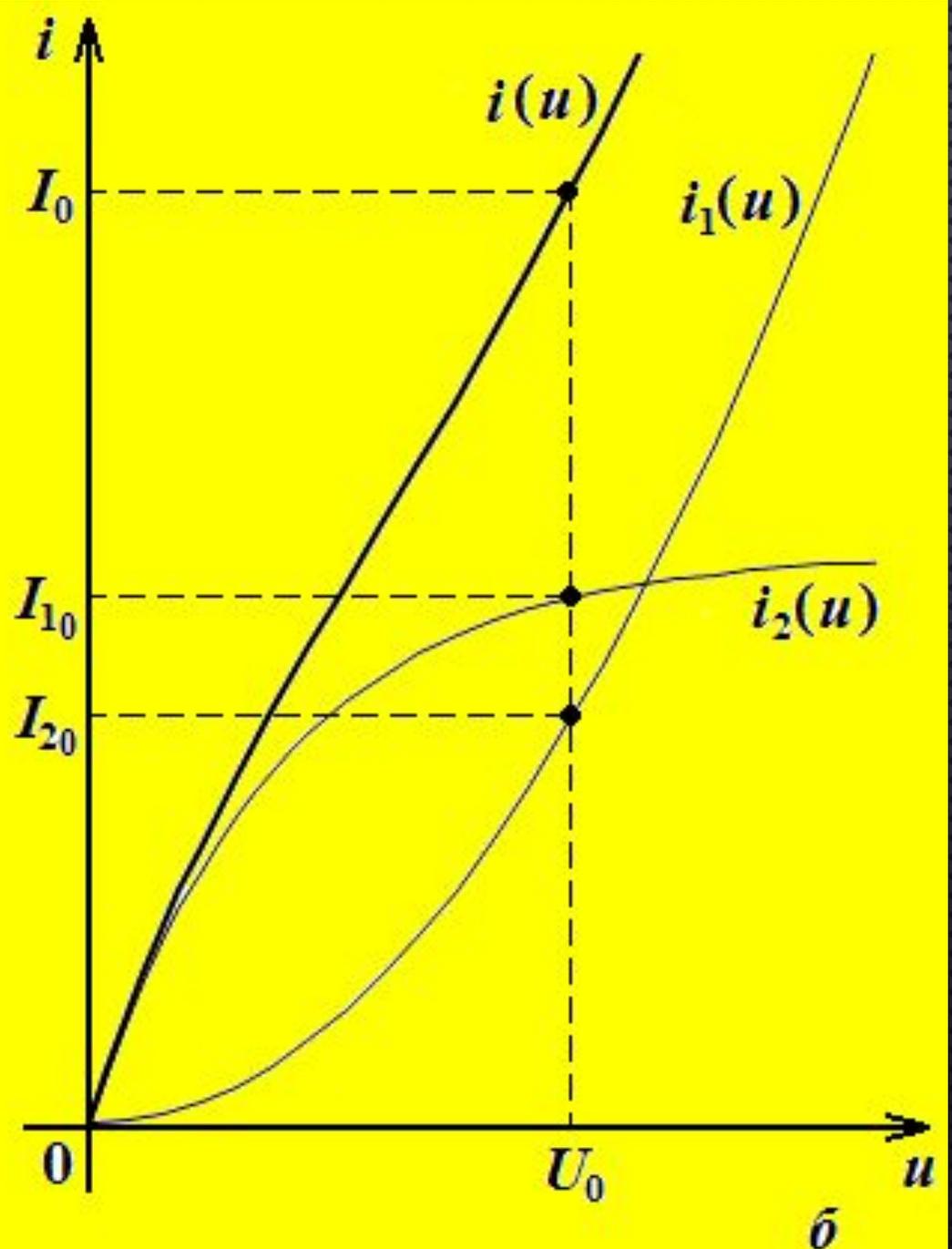
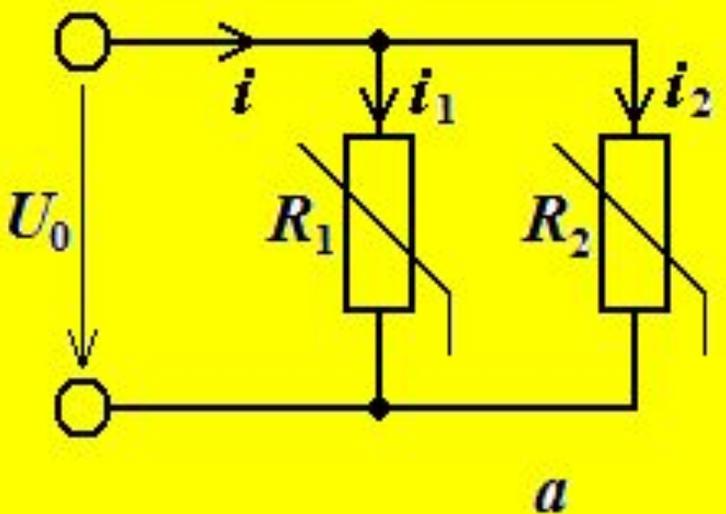


Рисунок 4 –
 Графический метод расчета разветвленной нелинейной электрической цепи постоянного тока при параллельном соединении нелинейных элементов:
 а) схема замещения цепи;
 б) ВАХ элементов цепи

Метод Ньютона – Рафсона

Итерационная формула (уравнение Ньютона – Рафсона)

$$x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)}{f'(x_k)}, \quad |x_{k+1} - x_k| < \varepsilon.$$

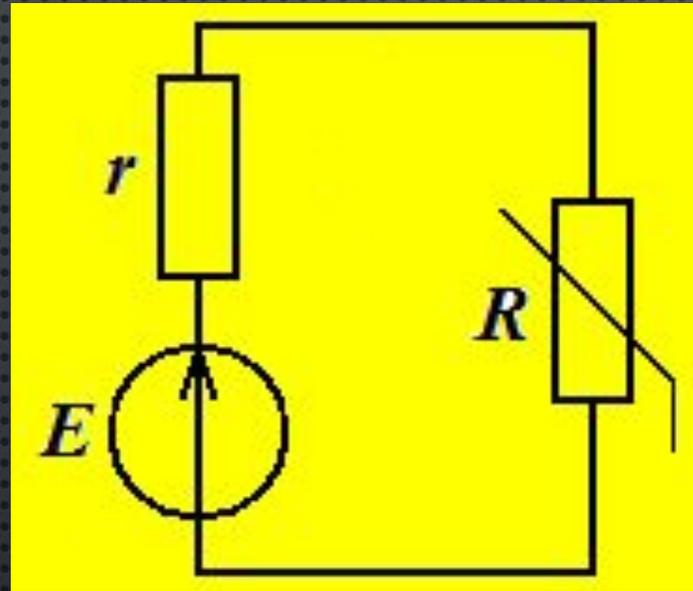
где $k = 0, 1, 2, \dots$

Достоинства итерационного метода Ньютона – Рафсона: простота и быстрая сходимость

Недостатки итерационного метода Ньютона – Рафсона:

- перед применением итерационной формулы необходимо разбить всю числовую прямую на отрезки, которые содержат лишь по одному корню, что, как правило, весьма непросто;
- если выбранное начальное приближение x_0 далеко от точного решения, то итерации Ньютона – Рафсона могут не сойтись совсем

Пример расчета неразветвленной нелинейной электрической цепи методом Ньютона – Рафсона



$$E = 4 \text{ В}$$

$$r = 1 \text{ Ом}$$

$$u(i) = 2i^2$$

$$u(i) + r \cdot i - E = 0$$

$$f(i) = 2i^2 + i - 4 = 0$$

$$f'(i) = 4i + 1$$

$$i_1 = i_0 - \frac{f(i_0)}{f'(i_0)} = i_0 - \frac{2i_0^2 + i_0 - 4}{4i_0 + 1} = 0 - \frac{-4}{1} = 4 \text{ A}$$

$$i_2 = i_1 - \frac{f(i_1)}{f'(i_1)} = i_1 - \frac{2i_1^2 + i_1 - 4}{4i_1 + 1} = 4 - \frac{32}{17} = 2,12 \text{ A}$$

$$i_3 = i_2 - \frac{f(i_2)}{f'(i_2)} = i_2 - \frac{2i_2^2 + i_2 - 4}{4i_2 + 1} = 2,12 - \frac{7,11}{9,48} = 1,37 \text{ A}$$

$$i_4 = i_3 - \frac{f(i_3)}{f'(i_3)} = i_3 - \frac{2i_3^2 + i_3 - 4}{4i_3 + 1} = 1,37 - \frac{1,12}{6,48} = 1,20 \text{ A}$$

$$i_5 = i_4 - \frac{f(i_4)}{f'(i_4)} = i_4 - \frac{2i_4^2 + i_4 - 4}{4i_4 + 1} = 1,20 - \frac{0,08}{5,80} = 1,19 \text{ A}$$