



# СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ

*Выполнил ученик 10 «А» класса Иванов  
Артём  
МБОУ «СОШ №55», г. Барнаул*

# СОДЕРЖАНИЕ

- Что такое «Система счисления»? Типы СС
  - Определение термина «Система счисления»
  - Непозиционная СС
  - Позиционная СС
- Характеристика систем счисления
  - Основные характеристики
  - Двоичная СС
  - Восьмеричная СС
  - Десятичная СС
  - Шестнадцатеричная СС
  - Проверь себя

# СОДЕРЖАНИЕ

- Способы перевода чисел из одной СС в другую
  - Из десятичной
  - Из двоичной
  - Из восьмеричной
  - Из шестнадцатеричной
  - Проверь себя
- Арифметические операции в СС
  - В двоичной СС
  - В восьмеричной и шестнадцатеричной СС

# Что такое «Система счисления»?

- *Система счисления – это правила записи чисел с помощью специальных знаков – цифр, а также соответствующие правила выполнения операций с этими числами.*
- *Существует два основных типа систем счисления: непозиционные системы счисления и позиционные.*

# Типы систем счисления

- **Непозиционная система счисления** – это такая система счисления, в которой значение цифры не зависит от её места в записи числа.

*Пример:*

*Первоначально люди считали на пальцах. Один загнутый палец обозначал единицу. Такая система счисления называется унарной(она включает в себя только одну цифру, обозначающую 1).*

*В унарной системе счисления цифра всегда будет обозначать только единицу, независимо от своего положения!*

# Типы систем счисления

- **Позиционная система счисления** – это такая система счисления, в которой значение цифры зависит от её места в записи числа.

*Пример:*

*В повседневной жизни мы применяем десятичную систему счисления. Допустим, что нам дано число 637. В этом числе цифра 6 обозначает сотни, цифра 3 – десятки, а цифра 7 – единицы.*

# Характеристика систем счисления

*Две основные характеристики систем счисления:*

- **Алфавит системы счисления** – это используемый в ней набор цифр.
- **Основание системы счисления** – это количество цифр в алфавите (мощность алфавита).

# Характеристика систем счисления

## *Двоичная СС:*

- Алфавит состоит из двух цифр: 0 и 1;
- Основание СС = 2;
- Примеры чисел, записанных в данной СС:

$10011_2$ ,  $1001101_2$ ,  $101010_2$ ,  $110101_2$

*В числе не может быть цифры, которая не входит в алфавит системы!!!*

*Индекс, записываемый снизу после цифр, равен основанию СС*



# Характеристика систем счисления

## *Восьмеричная СС:*

- Алфавит состоит из восьми цифр: 0, 1, 2...7;
- Основание СС = 8;
- Примеры чисел, записанных в данной СС:

$124_8$ ,  $2425_8$ ,  $401764_8$ ,  $1234567_8$

# Характеристика систем счисления

## *Десятичная СС:*

- Алфавит состоит из десяти цифр: 0, 1, 2...9;
- Основание СС = 10;
- Примеры чисел, записанных в данной СС:

391, 987,  $120487_{10}$ , 548902

## ***Обратите внимание!***

*Именно десятичную систему счисления мы используем в повседневной жизни.*

*При записи чисел в данной СС допускается отсутствие индекса!*

# Характеристика систем счисления

## *Шестнадцатеричная СС:*

- Алфавит состоит из шестнадцати цифр: 0, 1, 2...15;
- Основание СС = 16;
- Примеры чисел, записанных в данной СС:

$1BC_{16}$ ,  $5E123_{16}$ ,  $2B_{16}$ ,  $A7E_{16}$

### ***Внимание!***

*Так как для записи в данной системе счисления цифр от 10 до 15 нам требуется две клетки, то цифры в этом промежутке принято записывать с помощью первых шести букв английского алфавита.*

# Характеристика систем счисления

*Пример записи чисел, включающих цифры от 10 до 15:*

Допустим, что нам нужно записать в шестнадцатеричной СС число, состоящее из двух цифр: **3** и **12**. Если мы запишем его так:  $312_{16}$ , то можно подумать, что число состоит из трёх цифр: 3, 1 и 2. Чтобы не возникало подобной путаницы, мы можем записать необходимое нам число в таком виде:  $3C_{16}$ . Тогда мы хорошо видим, что число состоит из двух цифр: из **3** и **12(C)**.

Таким образом:

**10=A**            **13=D**

**11=B**            **14=E**

**12=C**            **15=F**

# Характеристика систем счисления

*Проверь себя. К какой СС может относиться это число?*

234 –

1011 –

837 –

14A –

45819 –

*Для того, чтобы увидеть ответы, перейди на следующий слайд!*

# Характеристика систем счисления

*Проверь себя. К какой СС может относиться это число?*

*234 – восьмеричная/десятичная/шестнадцатеричная СС*

*1011 – двоичная/восьмеричная/десятичная/шестнадцатеричная СС*

*837 – десятичная/шестнадцатеричная СС*

*14A – шестнадцатеричная СС*

*45819 – десятичная/шестнадцатеричная СС*

**!** *Если число включает в себя цифру, не входящую в алфавит данной системы, оно не может относиться к этой СС. Если же все цифры числа входят в промежуток алфавита этой системы, то число может относиться к данной СС.*

# Способы перевода чисел из одной СС в другую

- **Перевод из десятичной СС в двоичную/восьмеричную/шестнадцатеричную:**

Перевод целых десятичных чисел в любую другую систему счисления осуществляется делением числа на основание новой системы счисления до тех пор, пока в частном мы не получим нуля. Новое число записывается в виде остатков деления, начиная с последнего.

**Например, переведем число 36 в двоичную систему счисления:**

1)  $36/2=18$ (остаток 0)

2)  $18/2=9$ (остаток 0)

3)  $9/2=4$ (остаток 1)

4)  $4/2=2$ (остаток 0)

5)  $2/2=1$ (остаток 0)

6)  $1/2=0$ (остаток 1)

Таким образом, записывая остатки от деления в обратном порядке мы получаем число  $100100$ . Значит,  $36_{10} \rightarrow 100100_2$ .

# Способы перевода чисел из одной СС в другую

## ● Перевод из десятичной СС в двоичную/восьмеричную/шестнадцатеричную:

Попробуйте перевести число 57 аналогичным образом в восьмеричную и шестнадцатеричную систему счисления:

$$57_{10} \rightarrow ?_8$$

$$57_{10} \rightarrow ?_{16}$$

**Проверь себя:**

Перевод в восьмеричную СС:

1)  $57/8=7$ (остаток 1)

2)  $7/8=0$ (остаток 7)

Выписав остатки в обратном порядке получили число 71. Значит,  $57_{10} \rightarrow 71_8$

Перевод в шестнадцатеричную СС:

1)  $57/16=3$ (остаток 9)

2)  $3/16=0$ (остаток 3)

Выписав остатки в обратном порядке получили число 39. Значит,  $57_{10} \rightarrow 39_{16}$



# Способы перевода чисел из одной СС в другую

- **Перевод из двоичной СС в восьмеричную/десятичную/шестнадцатеричную:**

Как перевести число из двоичной СС в десятичную?

Итак, мы имеем число  $100100_2$ . Каждая цифра в числе, записанном в двоичной СС, относится к определённому разряду степени числа 2. Эти разряды *необходимо записывать под/над цифрами справа налево (начиная с нулевой степени!)*, т. е.:

$$\begin{array}{cccccc} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 5 & 4 & 3 & 2 & 1 & 0 \end{array}_2$$

Мы видим, что в разрядах **нулевой**, **первой**, **третьей** и **четвёртой** степени стоит ноль, значит, для перевода данного числа в десятичную СС нам не понадобятся **нулевая**, **первая**, **третья** и **четвёртая** степени двойки. Зато в разрядах **второй** и **пятой** степени стоит число один, т. е. число в десятичной СС состоит из суммы двух чисел: два во **второй** и два в **пятой** степени. Итак,  $2^2 + 2^5 = 4 + 32 = 36$ .

Значит,  $100100_2 \rightarrow 36_{10}$ .

# Способы перевода чисел из одной СС в другую

## ● Перевод из двоичной СС в восьмеричную/десятичную/шестнадцатеричную:

Как перевести число из двоичной СС в восьмеричную?

Итак, мы имеем число  $1100101_2$ . Для перевода данного числа в восьмеричную СС разобьём его на триады(группы из трёх цифр), начиная справа. При этом к последней триаде(если идти справа налево) мы можем при необходимости добавить нули в начало.

Преобразовав данным образом число  $1100101$  мы получили  $001\ 100\ 101$ .

Далее нам нужно перевести каждую триады в восьмеричную СС. Для этого мы складываем степени двойки в разрядах, в которых находится число 1.

$$1) \ 001_2 \rightarrow 2^0*1 + 2^1*0 + 2^2*0 \rightarrow 2^0 \rightarrow 1_8$$

$$2) \ 100_2 \rightarrow 2^0*0 + 2^1*0 + 2^2*1 \rightarrow 2^2 \rightarrow 4_8$$

$$3) \ 101_2 \rightarrow 2^0*1 + 2^1*0 + 2^2*1 \rightarrow 2^0+2^2 \rightarrow 5_8$$

Теперь запишем данные числа в том порядке, в котором расположены соответствующие им триады в изначальном числе:

$$1100101_2 \rightarrow 145_8$$

# Способы перевода чисел из одной СС в другую

## ● Перевод из двоичной СС в восьмеричную/десятичную/шестнадцатеричную:

Как перевести число из двоичной СС в шестнадцатеричную?

Итак, мы имеем число  $1100101_2$ . Для перевода данного числа в шестнадцатеричную СС используется аналогичный предыдущему алгоритм, за исключением того, что изначальное число нам нужно разбивать на тетрады (группы из четырёх цифр).

Преобразовав данным образом число **1100101** мы получили **0110 0101**.

Далее нам нужно перевести каждую тетраду в шестнадцатеричную СС. Для этого мы складываем степени двойки в разрядах, в которых находится число 1.

$$1) \text{ 0110}_2 \rightarrow 2^0*0 + 2^1*1 + 2^2*1 + 2^3*0 \rightarrow 2^1+2^2 \rightarrow 6_{16}$$

$$2) \text{ 0101}_2 \rightarrow 2^0*1 + 2^1*0 + 2^2*1 + 2^3*0 \rightarrow 2^0+2^2 \rightarrow 5_{16}$$

Теперь запишем данные числа в том порядке, в котором расположены соответствующие им тетрады:

$$\text{1100101}_2 \rightarrow \text{65}_{16}$$

Не забывайте, что для записи в шестнадцатеричной СС цифр, больших девяти, используются первые буквы английского алфавита!

# Способы перевода чисел из одной СС в другую

## ● Перевод из восьмеричной СС в двоичную/десятичную/шестнадцатеричную:

Как перевести число из восьмеричной СС в двоичную?

Итак, мы имеем число  $116_8$ . Для перевода данного числа в двоичную СС используется алгоритм, обратный алгоритму перевода числа из двоичной СС в восьмеричную. Т. е. необходимо представить каждую цифру в виде триады, записанной в двоичной СС, после чего соединить эти триады в единое число.

1) Делим цифру **1** на основание новой системы счисления:

$$1/2=0(\text{остаток } 1)$$

$$1_8 \rightarrow 1_2$$

2) Делим цифру **1** на основание новой системы счисления:

$$1/2=0(\text{остаток } 1)$$

$1_8 \rightarrow 001_2$  (добавили недостающие нули в начало для получения триады (для первого числа данное действие необязательно, т.к. нули в начале двоичного числа нам ничего не дают))

3) Делим цифру **6** на основание новой системы счисления:

$$6/2=3(\text{остаток } 0)$$

$$3/2=1(\text{остаток } 1)$$

$$1/2=0(\text{остаток } 1)$$

$$6_8 \rightarrow 110_2$$

4) Соединив триады в одно число получаем  $116_8 \rightarrow 1001110_2$

# Способы перевода чисел из одной СС в другую

## ● Перевод из восьмеричной СС в двоичную/десятичную/шестнадцатеричную:

Как перевести число из восьмеричной СС в десятичную и шестнадцатеричную?

Перевод чисел из восьмеричной СС в десятичную осуществляется достаточно просто. Возьмём число  $257_8$ . Для того, чтобы перевести его в десятичную систему счисления нам нужно умножить  $8^n$  на цифру, которая находится в разряде степени n.

$$\begin{array}{c} 257 \\ 210 \end{array}_8 \rightarrow 8^0 * 7 + 8^1 * 5 + 8^2 * 2 \rightarrow 1 * 7 + 8 * 5 + 64 * 2 \rightarrow 7 + 40 + 128 \rightarrow 175_{10}$$

*Что касается перевода из восьмеричной СС в шестнадцатеричную(и обратно!), то здесь рекомендуется использовать двоичную СС(т.е. перевести число из восьмеричной СС в двоичную, после чего перевести двоичное число в шестнадцатеричное)*

# Способы перевода чисел из одной СС в другую

## ● Перевод из шестнадцатеричной СС в двоичную/восьмеричную/десятичную:

Как перевести число из шестнадцатеричной СС в двоичную?

Итак, мы имеем число  $AC7_{16}$ . Для перевода данного числа в двоичную СС необходимо каждую цифру представить в виде тетрады, записанной в двоичной СС, добавив, при необходимости, нули в начало, после чего соединить тетрады в одно число.

1) Делим цифру  $A(10)$  на основание новой системы счисления:

$$10/2=5(\text{остаток } 0)$$

$$5/2=2(\text{остаток } 1)$$

$$2/2=1(\text{остаток } 0)$$

$$1/2=0(\text{остаток } 1)$$

$$A_{16} \rightarrow 1010_2$$

2) Делим цифру  $C(12)$  на основание новой системы счисления и получаем  $1100_2$

3) Делим цифру  $7$  на основание новой системы счисления и получаем  $0111_2$

4) Соединив тетрады в одно число получаем  $AC7_{16} \rightarrow 101011000111_2$

# Способы перевода чисел из одной СС в другую

## ● Перевод из шестнадцатеричной СС в двоичную/восьмеричную/десятичную:

Как перевести число из шестнадцатеричной СС в десятичную?

Итак, мы имеем число  $AC7_{16}$ . Для перевода данного числа в десятичную СС используется алгоритм, аналогичный переходу из восьмеричной системы в десятичную. Нужно умножить  $16^n$  на цифру, которая находится в разряде степени  $n$ .

$$AC7_{16} \rightarrow 16^0 * 7 + 16^1 * 12 + 16^2 * 10 \rightarrow 1 * 7 + 16 * 12 + 256 * 10 \rightarrow 7 + 192 + 2560 \rightarrow 2759_{10}$$

*Об алгоритме перехода из шестнадцатеричной системы в восьмеричную упоминалось ранее(через двоичную СС)*

# Способы перевода чисел из одной СС в другую

- Проверь себя, попробуй самостоятельно осуществить переводы:

1)  $19 \rightarrow ?_2$

2)  $6A_{16} \rightarrow ?_8$

3)  $451_8 \rightarrow ?_{10}$

4)  $FD_{16} \rightarrow ?_2$

5)  $1001111_2 \rightarrow ?_8$

*Решение представлено на следующих слайдах*



# Способы перевода чисел из одной СС в другую

- Решение заданий:

1)  $19 \rightarrow 10011_2$ :

$19/2=9$ (остаток 1)

$9/2=4$ (остаток 1)

$4/2=2$ (остаток 0)

$2/2=1$ (остаток 0)

$1/2=0$ (остаток 1)

*Выписав остатки в обратном порядке получили число  $10011_2$*

# Способы перевода чисел из одной СС в другую

- Решение заданий:

$$2) 6A_{16} \rightarrow 152_8:$$

$$6_{16} \rightarrow 0110_2$$

$$A_{16} \rightarrow 1010_2$$

$$6A_{16} \rightarrow 1101010_2$$

$$010_2 \rightarrow 2_8$$

$$101_2 \rightarrow 5_8$$

$$001_2 \rightarrow 1_8$$

# Способы перевода чисел из одной СС в другую

## ● Решение заданий:

3)  $451_8 \rightarrow 297$ :

$$\begin{array}{c} 451_8 \rightarrow 8^0 * 1 + 8^1 * 5 + 8^2 * 4 \rightarrow 1 * 1 + 8 * 5 + 64 * 4 \rightarrow 1 + 40 + 256 \rightarrow 297 \\ 210 \end{array}$$

4)  $FD_{16} \rightarrow 11111101_2$ :

$$F_{16} \rightarrow 1111_2$$

$$D_{16} \rightarrow 1101_2$$

5)  $1001111_2 \rightarrow 117_8$ :

$$001_2 \rightarrow 1_8$$

$$001_2 \rightarrow 1_8$$

$$111_2 \rightarrow 7_8$$

# Арифметические операции в СС

- **Сложение в двоичной СС**

При осуществлении сложения в двоичной СС используются следующие правила:

$$0+0=0 \quad 1+0=1 \quad 1+1=10_2 \quad 1+1+1=11_2$$

В двух последних случаях в десятичной СС мы бы получили числа 2 и 3, но они не входят в алфавит двоичной системы, поэтому мы использовали дополнительный разряд для записи суммы чисел 1, 1 и 1, 1, 1.

Попробуем сложить в столбик числа  $10110_2$  и  $111011_2$ :

$$\begin{array}{r} 11111 \\ 10110_2 \\ + 111011_2 \\ \hline 1010001_2 \end{array}$$

*Единицами сверху мы обозначили перенос из предыдущего разряда*

# Арифметические операции в СС

- **Вычитание в двоичной СС**

При осуществлении вычитания в двоичной СС используются следующие правила:

$$0-0=0 \quad 1-0=1 \quad 1-1=0 \quad 10_2-1=1$$

В последнем случае нам приходится брать заём из предыдущего разряда. Когда мы берём заём в двоичной СС, то в текущий разряд мы добавляем  $10_2=2_{10}$  (основание СС). Следовательно, все промежуточные разряды между текущим и тем, откуда берётся заём, заполняются единицами.

Пример:

$$\begin{array}{r} 011202 \\ 1000101_2 \\ - 11011_2 \\ \hline 101010_2 \end{array}$$

*Если необходимо из меньшего числа отнять большее, то осуществляют вычитание меньшего из большего и ставят в начале знак «минус»*

# Арифметические операции в СС

- **Умножение, деление в двоичной СС**

Умножение и деление столбиком в двоичной системе выполняется так же, как и в десятичной, за исключением того, что используются правила двоичного сложения и вычитания:

$$\begin{array}{r} 10101_2 \\ * 101_2 \\ \hline 10101_2 \\ + 10101_2 \\ \hline 1101001_2 \end{array} \quad \begin{array}{r} 10101_2 \\ - 111_2 \\ \hline 111_2 \\ 111_2 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 111_2 \\ \hline 11_2 \end{array}$$

# Арифметические операции в СС

- **Сложение, вычитание в восьмеричной СС**

При вычислениях в восьмеричной системе нужно помнить, что *максимальная цифра – это 7*. Тогда при вычитании в текущий разряд мы будем занимать 8, а промежуточные разряды между текущим и разрядом, откуда осуществляется заём, заполняются цифрой 7, а при сложении перенос будет возникать, если цифра, полученная при сложении, будет больше 7:

$$\begin{array}{r} 111 \\ 356_8 \\ + 4662_8 \\ \hline 5240_8 \end{array} \quad \begin{array}{r} \bullet\bullet \\ 456_8 \\ - 277_8 \\ \hline 157_8 \end{array}$$

# Арифметические операции в СС

- **Сложение, вычитание в шестнадцатеричной СС**

При вычислениях в шестнадцатеричной системе нужно помнить, что *максимальная цифра – это F(15)*. Тогда при вычитании в текущий разряд мы будем занимать 16, а промежуточные разряды между текущим и разрядом, откуда осуществляется заём, заполняются цифрой F(15), а при сложении перенос будет возникать, если цифра, полученная при сложении, будет больше F(15):

$$\begin{array}{r} 1 \quad 1 \\ \text{A5B}_{16} \\ + \text{C7E}_{16} \\ \hline \text{16D9}_{16} \end{array} \qquad \begin{array}{r} \bullet \bullet \\ \text{C5B}_{16} \\ - \text{A7E}_{16} \\ \hline \text{1DD}_{16} \end{array}$$



# Арифметические операции в СС

- Умножение, деление в восьмеричной и шестнадцатеричной СС

Умножение и деление в восьмеричной и шестнадцатеричной СС выполняется аналогично десятичной СС, за исключением того, что необходимо использовать *таблицы умножения, предназначенные*

*и осуществляется счёт.*

| × | 0 | 1 | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  |
|---|---|---|----|----|----|----|----|----|
| 0 | 0 | 0 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  |
| 1 | 0 | 1 | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  |
| 2 | 0 | 2 | 4  | 6  | 10 | 12 | 14 | 16 |
| 3 | 0 | 3 | 6  | 11 | 14 | 17 | 22 | 25 |
| 4 | 0 | 4 | 10 | 14 | 20 | 24 | 30 | 34 |
| 5 | 0 | 5 | 12 | 17 | 24 | 31 | 36 | 43 |
| 6 | 0 | 6 | 14 | 22 | 30 | 36 | 44 | 52 |
| 7 | 0 | 7 | 16 | 25 | 34 | 43 | 52 | 61 |

***Таблица умножения для восьмеричной СС***

# Арифметические операции в СС

- Умножение, деление в восьмеричной и шестнадцатеричной

| × | 0 | 1 | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | A  | B  | C  | D  | E  | F  |
|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 0 | 0 | 0 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  |
| 1 | 0 | 1 | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | A  | B  | C  | D  | E  | F  |
| 2 | 0 | 2 | 4  | 6  | 8  | A  | C  | E  | 10 | 12 | 14 | 16 | 18 | 1A | 1C | 1E |
| 3 | 0 | 3 | 6  | 9  | C  | F  | 12 | 15 | 18 | 1B | 1E | 21 | 24 | 27 | 2A | 2D |
| 4 | 0 | 4 | 8  | C  | 10 | 14 | 18 | 1C | 20 | 24 | 28 | 2C | 30 | 34 | 38 | 3C |
| 5 | 0 | 5 | A  | F  | 14 | 19 | 1E | 23 | 28 | 2D | 32 | 37 | 3C | 41 | 46 | 4B |
| 6 | 0 | 6 | C  | 12 | 18 | 1E | 24 | 2A | 30 | 36 | 3C | 42 | 48 | 4E | 54 | 5A |
| 7 | 0 | 7 | E  | 15 | 1C | 23 | 2A | 31 | 38 | 3F | 46 | 4D | 54 | 5B | 62 | 69 |
| 8 | 0 | 8 | 10 | 18 | 20 | 28 | 30 | 38 | 40 | 48 | 50 | 58 | 60 | 68 | 70 | 78 |
| 9 | 0 | 9 | 12 | 1B | 24 | 2D | 36 | 3F | 48 | 51 | 5A | 63 | 6C | 75 | 7E | 87 |
| A | 0 | A | 14 | 1E | 28 | 32 | 3C | 46 | 50 | 5A | 64 | 6E | 78 | 82 | 8C | 96 |
| B | 0 | B | 16 | 21 | 2C | 37 | 42 | 4D | 58 | 63 | 6E | 79 | 84 | 8F | 9A | A5 |
| C | 0 | C | 18 | 24 | 30 | 3C | 48 | 54 | 60 | 6C | 78 | 84 | 90 | 9C | A8 | B4 |
| D | 0 | D | 1A | 27 | 34 | 41 | 4E | 5B | 68 | 75 | 82 | 8F | 9C | A9 | B6 | C3 |
| E | 0 | E | 1C | 2A | 38 | 46 | 54 | 62 | 70 | 7E | 8C | 9A | A8 | B6 | C4 | D2 |
| F | 0 | F | 1E | 2D | 3C | 4B | 5A | 69 | 78 | 87 | 96 | A5 | B4 | C3 | D2 | E1 |

*Таблица умножения  
для  
шестнадцатеричной  
СС*