



СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ

*Выполнил ученик 10 «А» класса Иванов
Артём
МБОУ «СОШ №55», г. Барнаул*

СОДЕРЖАНИЕ

- **Что такое «Система счисления»? Типы СС**
 - Определение термина «Система счисления»
 - Непозиционная СС
 - Позиционная СС
- **Характеристика систем счисления**
 - Основные характеристики
 - Двоичная СС
 - Восьмеричная СС
 - Десятичная СС
 - Шестнадцатеричная СС
 - Проверь себя

СОДЕРЖАНИЕ

- Способы перевода чисел из одной СС в другую
 - Из десятичной
 - Из двоичной
 - Из восьмеричной
 - Из шестнадцатеричной
 - Проверь себя
- Арифметические операции в СС
 - В двоичной СС
 - В восьмеричной и шестнадцатеричной СС

Что такое «Система счисления»?

- *Система счисления – это правила записи чисел с помощью специальных знаков – цифр, а также соответствующие правила выполнения операций с этими числами.*
- *Существует два основных типа систем счисления: непозиционные системы счисления и позиционные.*

Типы систем счисления

- **Непозиционная система счисления** – это такая система счисления, в которой значение цифры не зависит от её места в записи числа.

Пример:

Первоначально люди считали на пальцах. Один загнутый палец обозначал единицу. Такая система счисления называется унарной(она включает в себя только одну цифру, обозначающую 1).

В унарной системе счисления цифра всегда будет обозначать только единицу, независимо от своего положения!

Типы систем счисления

- **Позиционная система счисления** – это такая система счисления, в которой значение цифры зависит от её места в записи числа.

Пример:

В повседневной жизни мы применяем десятичную систему счисления. Допустим, что нам дано число 637. В этом числе цифра 6 обозначает сотни, цифра 3 – десятки, а цифра 7 – единицы.

Характеристика систем счисления

Две основные характеристики систем счисления:

- **Алфавит системы счисления** – это используемый в ней набор цифр.
- **Основание системы счисления** – это количество цифр в алфавите (мощность алфавита).

Характеристика систем счисления

Двоичная СС:

- Алфавит состоит из двух цифр: 0 и 1;
- Основание СС = 2;
- Примеры чисел, записанных в данной СС:

10011_2 , 1001101_2 , 101010_2 , 110101_2

В числе не может быть цифры, которая не входит в алфавит системы!!!

Индекс, записываемый снизу после цифр, равен основанию СС

Характеристика систем счисления

Восьмеричная СС:

- Алфавит состоит из восьми цифр: 0, 1, 2...7;
- Основание СС = 8;
- Примеры чисел, записанных в данной СС:

124_8 , 2425_8 , 401764_8 , 1234567_8

Характеристика систем счисления

Десятичная СС:

- Алфавит состоит из десяти цифр: 0, 1, 2...9;
- Основание СС = 10;
- Примеры чисел, записанных в данной СС:

391, 987, 120487_{10} , 548902

Обратите внимание!

Именно десятичную систему счисления мы используем в повседневной жизни.

При записи чисел в данной СС допускается отсутствие индекса!

Содержани

е

Характеристика систем счисления

Шестнадцатеричная СС:

- Алфавит состоит из шестнадцати цифр: 0, 1, 2...15;
- Основание СС = 16;
- Примеры чисел, записанных в данной СС:

$1BC_{16}$, $5E123_{16}$, $2B_{16}$, $A7E_{16}$

Внимание!

Так как для записи в данной системе счисления цифр от 10 до 15 нам требуется две клетки, то цифры в этом промежутке принято записывать с помощью первых шести букв английского алфавита.

Характеристика систем счисления

Пример записи чисел, включающих цифры от 10 до 15:

Допустим, что нам нужно записать в шестнадцатеричной СС число, состоящее из двух цифр: **3** и **12**. Если мы запишем его так: 312_{16} , то можно подумать, что число состоит из трёх цифр: 3, 1 и 2. Чтобы не возникало подобной путаницы, мы можем записать необходимое нам число в таком виде: **3C**₁₆. Тогда мы хорошо видим, что число состоит из двух цифр: из **3** и **12(C)**.

Таким образом:

10=A **13=D**

11=B **14=E**

12=C **15=F**

Характеристика систем счисления

Проверь себя. К какой СС может относиться это число?

234 –

1011 –

837 –

14A –

45819 –

Для того, чтобы увидеть ответы, перейди на следующий слайд!

Характеристика систем счисления

Проверь себя. К какой СС может относиться это число?

234 – восьмеричная/десятичная/шестнадцатеричная СС

1011 – двоичная/восьмеричная/десятичная/шестнадцатеричная СС

837 – десятичная/шестнадцатеричная СС

14A – шестнадцатеричная СС

45819 – десятичная/шестнадцатеричная СС

! *Если число включает в себя цифру, не входящую в алфавит данной системы, оно не может относиться к этой СС. Если же все цифры числа входят в промежуток алфавита этой системы, то число может относиться к данной СС.*

Способы перевода чисел из одной СС в другую

- **Перевод из десятичной СС в двоичную/восьмеричную/шестнадцатеричную:**

Перевод целых десятичных чисел в любую другую систему счисления осуществляется делением числа на основание новой системы счисления до тех пор, пока в частном мы не получим нуля. Новое число записывается в виде остатков деления, начиная с последнего.

Например, переведем число 36 в двоичную систему счисления:

1) $36/2=18$ (остаток 0)

2) $18/2=9$ (остаток 0)

3) $9/2=4$ (остаток 1)

4) $4/2=2$ (остаток 0)

5) $2/2=1$ (остаток 0)

6) $1/2=0$ (остаток 1)

Таким образом, записывая остатки от деления в обратном порядке мы получаем число 100100 . Значит, $36_{10} \rightarrow 100100_2$.

Способы перевода чисел из одной СС в другую

● Перевод из десятичной СС в двоичную/восьмеричную/шестнадцатеричную:

Попробуйте перевести число 57 аналогичным образом в восьмеричную и шестнадцатеричную систему счисления:

$$57_{10} \rightarrow ?_8$$

$$57_{10} \rightarrow ?_{16}$$

Проверь себя:

Перевод в восьмеричную СС:

1) $57/8=7$ (остаток 1)

2) $7/8=0$ (остаток 7)

Выписав остатки в обратном порядке получили число 71. Значит, $57_{10} \rightarrow 71_8$

Перевод в шестнадцатеричную СС:

1) $57/16=3$ (остаток 9)

2) $3/16=0$ (остаток 3)

Выписав остатки в обратном порядке получили число 39. Значит, $57_{10} \rightarrow 39_{16}$

Способы перевода чисел из одной СС в другую

- **Перевод из двоичной СС в восьмеричную/десятичную/шестнадцатеричную:**

Как перевести число из двоичной СС в десятичную?

Итак, мы имеем число 100100_2 . Каждая цифра в числе, записанном в двоичной СС, относится к определённому разряду степени числа 2. Эти разряды *необходимо записывать под/над цифрами справа налево (начиная с нулевой степени!)*, т. е.:

$$\begin{array}{cccccc} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 5 & 4 & 3 & 2 & 1 & 0 \end{array}_2$$

Мы видим, что в разрядах **нулевой**, **первой**, **третьей** и **четвёртой** степени стоит ноль, значит, для перевода данного числа в десятичную СС нам не понадобятся **нулевая**, **первая**, **третья** и **четвёртая** степени двойки. Зато в разрядах **второй** и **пятой** степени стоит число один, т. е. число в десятичной СС состоит из суммы двух чисел: два во **второй** и два в **пятой** степени. Итак, $2^2 + 2^5 = 4 + 32 = 36$.

Значит, $100100_2 \rightarrow 36_{10}$.

Способы перевода чисел из одной СС в другую

● Перевод из двоичной СС в восьмеричную/десятичную/шестнадцатеричную:

Как перевести число из двоичной СС в восьмеричную?

Итак, мы имеем число 1100101_2 . Для перевода данного числа в восьмеричную СС разобьём его на триады(группы из трёх цифр), начиная справа. При этом к последней триаде(если идти справа налево) мы можем при необходимости добавить нули в начало.

Преобразовав данным образом число 1100101 мы получили $001\ 100\ 101$.

Далее нам нужно перевести каждую триады в восьмеричную СС. Для этого мы складываем степени двойки в разрядах, в которых находится число 1.

$$1) \ 001_2 \rightarrow 2^0*1 + 2^1*0 + 2^2*0 \rightarrow 2^0 \rightarrow 1_8$$

$$2) \ 100_2 \rightarrow 2^0*0 + 2^1*0 + 2^2*1 \rightarrow 2^2 \rightarrow 4_8$$

$$3) \ 101_2 \rightarrow 2^0*1 + 2^1*0 + 2^2*1 \rightarrow 2^0+2^2 \rightarrow 5_8$$

Теперь запишем данные числа в том порядке, в котором расположены соответствующие им триады в изначальном числе:

$$1100101_2 \rightarrow 145_8$$

Способы перевода чисел из одной СС в другую

● Перевод из двоичной СС в восьмеричную/десятичную/шестнадцатеричную:

Как перевести число из двоичной СС в шестнадцатеричную?

Итак, мы имеем число 1100101_2 . Для перевода данного числа в шестнадцатеричную СС используется аналогичный предыдущему алгоритм, за исключением того, что изначальное число нам нужно разбивать на тетрады (группы из четырёх цифр).

Преобразовав данным образом число **1100101** мы получили **0110 0101**.

Далее нам нужно перевести каждую тетраду в шестнадцатеричную СС. Для этого мы складываем степени двойки в разрядах, в которых находится число 1.

$$1) \text{ 0110}_2 \rightarrow 2^0 \cdot 0 + 2^1 \cdot 1 + 2^2 \cdot 1 + 2^3 \cdot 0 \rightarrow 2^1 + 2^2 \rightarrow 6_{16}$$

$$2) \text{ 0101}_2 \rightarrow 2^0 \cdot 1 + 2^1 \cdot 0 + 2^2 \cdot 1 + 2^3 \cdot 0 \rightarrow 2^0 + 2^2 \rightarrow 5_{16}$$

Теперь запишем данные числа в том порядке, в котором расположены соответствующие им тетрады:

$$\text{1100101}_2 \rightarrow \text{65}_{16}$$

Не забывайте, что для записи в шестнадцатеричной СС цифр, больших девяти, используются первые буквы английского алфавита!

Способы перевода чисел из одной СС в другую

● Перевод из восьмеричной СС в двоичную/десятичную/шестнадцатеричную:

Как перевести число из восьмеричной СС в двоичную?

Итак, мы имеем число 116_8 . Для перевода данного числа в двоичную СС используется алгоритм, обратный алгоритму перевода числа из двоичной СС в восьмеричную. Т. е. необходимо представить каждую цифру в виде триады, записанной в двоичной СС, после чего соединить эти триады в единое число.

1) Делим цифру **1** на основание новой системы счисления:

$$1/2=0(\text{остаток } 1)$$

$$1_8 \rightarrow 1_2$$

2) Делим цифру **1** на основание новой системы счисления:

$$1/2=0(\text{остаток } 1)$$

$1_8 \rightarrow 001_2$ (добавили недостающие нули в начало для получения триады (для первого числа данное действие необязательно, т.к. нули в начале двоичного числа нам ничего не дают))

3) Делим цифру **6** на основание новой системы счисления:

$$6/2=3(\text{остаток } 0)$$

$$3/2=1(\text{остаток } 1)$$

$$1/2=0(\text{остаток } 1)$$

$$6_8 \rightarrow 110_2$$

4) Соединив триады в одно число получаем $116_8 \rightarrow 1001110_2$

Способы перевода чисел из одной СС в другую

● Перевод из восьмеричной СС в двоичную/десятичную/шестнадцатеричную:

Как перевести число из восьмеричной СС в десятичную и шестнадцатеричную?

Перевод чисел из восьмеричной СС в десятичную осуществляется достаточно просто. Возьмём число 257_8 . Для того, чтобы перевести его в десятичную систему счисления нам нужно умножить 8^n на цифру, которая находится в разряде степени n.

$$\begin{array}{c} 257 \\ 210 \end{array}_8 \rightarrow 8^0 * 7 + 8^1 * 5 + 8^2 * 2 \rightarrow 1 * 7 + 8 * 5 + 64 * 2 \rightarrow 7 + 40 + 128 \rightarrow 175_{10}$$

Что касается перевода из восьмеричной СС в шестнадцатеричную(и обратно!), то здесь рекомендуется использовать двоичную СС(т.е. перевести число из восьмеричной СС в двоичную, после чего перевести двоичное число в шестнадцатеричное)

Способы перевода чисел из одной СС в другую

● Перевод из шестнадцатеричной СС в двоичную/восьмеричную/десятичную:

Как перевести число из шестнадцатеричной СС в двоичную?

Итак, мы имеем число $AC7_{16}$. Для перевода данного числа в двоичную СС необходимо каждую цифру представить в виде тетрады, записанной в двоичной СС, добавив, при необходимости, нули в начало, после чего соединить тетрады в одно число.

1) Делим цифру $A(10)$ на основание новой системы счисления:

$$10/2=5(\text{остаток } 0)$$

$$5/2=2(\text{остаток } 1)$$

$$2/2=1(\text{остаток } 0)$$

$$1/2=0(\text{остаток } 1)$$

$$A_{16} \rightarrow 1010_2$$

2) Делим цифру $C(12)$ на основание новой системы счисления и получаем 1100_2

3) Делим цифру 7 на основание новой системы счисления и получаем 0111_2

4) Соединив тетрады в одно число получаем $AC7_{16} \rightarrow 101011000111_2$

Способы перевода чисел из одной СС в другую

● Перевод из шестнадцатеричной СС в двоичную/восьмеричную/десятичную:

Как перевести число из шестнадцатеричной СС в десятичную?

Итак, мы имеем число $AC7_{16}$. Для перевода данного числа в десятичную СС используется алгоритм, аналогичный переходу из восьмеричной системы в десятичную. Нужно умножить 16^n на цифру, которая находится в разряде степени n .

$$AC7_{16} \rightarrow 16^0 * 7 + 16^1 * 12 + 16^2 * 10 \rightarrow 1 * 7 + 16 * 12 + 256 * 10 \rightarrow 7 + 192 + 2560 \rightarrow 2759_{10}$$

Об алгоритме перехода из шестнадцатеричной системы в восьмеричную упоминалось ранее(через двоичную СС)

Способы перевода чисел из одной СС в другую

- Проверь себя, попробуй самостоятельно осуществить переводы:

1) $19 \rightarrow ?_2$

2) $6A_{16} \rightarrow ?_8$

3) $451_8 \rightarrow ?_{10}$

4) $FD_{16} \rightarrow ?_2$

5) $1001111_2 \rightarrow ?_8$

Решение представлено на следующих слайдах

Способы перевода чисел из одной СС в другую

- Решение заданий:

1) $19 \rightarrow 10011_2$:

$19/2=9$ (остаток 1)

$9/2=4$ (остаток 1)

$4/2=2$ (остаток 0)

$2/2=1$ (остаток 0)

$1/2=0$ (остаток 1)

Выписав остатки в обратном порядке получили число 10011_2

Способы перевода чисел из одной СС в другую

- Решение заданий:

$$2) 6A_{16} \rightarrow 152_8:$$

$$6_{16} \rightarrow 0110_2$$

$$A_{16} \rightarrow 1010_2$$

$$6A_{16} \rightarrow 1101010_2$$

$$010_2 \rightarrow 2_8$$

$$101_2 \rightarrow 5_8$$

$$001_2 \rightarrow 1_8$$

Способы перевода чисел из одной СС в другую

● Решение заданий:

3) $451_8 \rightarrow 297$:

$$\begin{array}{c} 451_8 \rightarrow 8^0 * 1 + 8^1 * 5 + 8^2 * 4 \rightarrow 1 * 1 + 8 * 5 + 64 * 4 \rightarrow 1 + 40 + 256 \rightarrow 297 \\ 210 \end{array}$$

4) $FD_{16} \rightarrow 11111101_2$:

$$F_{16} \rightarrow 1111_2$$

$$D_{16} \rightarrow 1101_2$$

5) $1001111_2 \rightarrow 117_8$:

$$001_2 \rightarrow 1_8$$

$$001_2 \rightarrow 1_8$$

$$111_2 \rightarrow 7_8$$

Арифметические операции в СС

- **Сложение в двоичной СС**

При осуществлении сложения в двоичной СС используются следующие правила:

$$0+0=0 \quad 1+0=1 \quad 1+1=10_2 \quad 1+1+1=11_2$$

В двух последних случаях в десятичной СС мы бы получили числа 2 и 3, но они не входят в алфавит двоичной системы, поэтому мы использовали дополнительный разряд для записи суммы чисел 1, 1 и 1, 1, 1.

Попробуем сложить в столбик числа 10110_2 и 111011_2 :

$$\begin{array}{r} 11111 \\ 10110_2 \\ + 111011_2 \\ \hline 1010001_2 \end{array}$$

Единицами сверху мы обозначили перенос из предыдущего разряда

Арифметические операции в СС

- **Вычитание в двоичной СС**

При осуществлении вычитания в двоичной СС используются следующие правила:

$$0-0=0 \quad 1-0=1 \quad 1-1=0 \quad 10_2-1=1$$

В последнем случае нам приходится брать заём из предыдущего разряда. Когда мы берём заём в двоичной СС, то в текущий разряд мы добавляем $10_2=2_{10}$ (основание СС). Следовательно, все промежуточные разряды между текущим и тем, откуда берётся заём, заполняются единицами.

Пример:

$$\begin{array}{r} 011202 \\ 1000101_2 \\ - 11011_2 \\ \hline 101010_2 \end{array}$$

Если необходимо из меньшего числа отнять большее, то осуществляют вычитание меньшего из большего и ставят в начале знак «минус»

Арифметические операции в СС

- **Умножение, деление в двоичной СС**

Умножение и деление столбиком в двоичной системе выполняется так же, как и в десятичной, за исключением того, что используются правила двоичного сложения и вычитания:

$$\begin{array}{r} 10101_2 \\ * \quad 101_2 \\ \hline 10101_2 \\ + 10101_2 \\ \hline 1101001_2 \end{array} \quad \begin{array}{r} 10101_2 \\ - 111_2 \\ \hline 111_2 \\ 111_2 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 111_2 \\ \hline 11_2 \end{array}$$

Арифметические операции в СС

- **Сложение, вычитание в восьмеричной СС**

При вычислениях в восьмеричной системе нужно помнить, что *максимальная цифра – это 7*. Тогда при вычитании в текущий разряд мы будем занимать 8, а промежуточные разряды между текущим и разрядом, откуда осуществляется заём, заполняются цифрой 7, а при сложении перенос будет возникать, если цифра, полученная при сложении, будет больше 7:

$$\begin{array}{r} 111 \\ 356_8 \\ + 4662_8 \\ \hline 5240_8 \end{array} \quad \begin{array}{r} \bullet\bullet \\ 456_8 \\ - 277_8 \\ \hline 157_8 \end{array}$$

Арифметические операции в СС

- **Сложение, вычитание в шестнадцатеричной СС**

При вычислениях в шестнадцатеричной системе нужно помнить, что *максимальная цифра – это F(15)*. Тогда при вычитании в текущий разряд мы будем занимать 16, а промежуточные разряды между текущим и разрядом, откуда осуществляется заём, заполняются цифрой F(15), а при сложении перенос будет возникать, если цифра, полученная при сложении, будет больше F(15):

$$\begin{array}{r} 1 \quad 1 \\ \text{A5B}_{16} \\ + \text{C7E}_{16} \\ \hline \text{16D9}_{16} \end{array} \qquad \begin{array}{r} \bullet \bullet \\ \text{C5B}_{16} \\ - \text{A7E}_{16} \\ \hline \text{1DD}_{16} \end{array}$$

Арифметические операции в СС

- Умножение, деление в восьмеричной и шестнадцатеричной СС

Умножение и деление в восьмеричной и шестнадцатеричной СС выполняется аналогично десятичной СС, за исключением того, что необходимо использовать *таблицы умножения, предназначенные*

и осуществляется счёт.

×	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6	7
2	0	2	4	6	10	12	14	16
3	0	3	6	11	14	17	22	25
4	0	4	10	14	20	24	30	34
5	0	5	12	17	24	31	36	43
6	0	6	14	22	30	36	44	52
7	0	7	16	25	34	43	52	61

Таблица умножения для восьмеричной СС

Арифметические операции в СС

- Умножение, деление в восьмеричной и шестнадцатеричной

×	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
2	0	2	4	6	8	A	C	E	10	12	14	16	18	1A	1C	1E
3	0	3	6	9	C	F	12	15	18	1B	1E	21	24	27	2A	2D
4	0	4	8	C	10	14	18	1C	20	24	28	2C	30	34	38	3C
5	0	5	A	F	14	19	1E	23	28	2D	32	37	3C	41	46	4B
6	0	6	C	12	18	1E	24	2A	30	36	3C	42	48	4E	54	5A
7	0	7	E	15	1C	23	2A	31	38	3F	46	4D	54	5B	62	69
8	0	8	10	18	20	28	30	38	40	48	50	58	60	68	70	78
9	0	9	12	1B	24	2D	36	3F	48	51	5A	63	6C	75	7E	87
A	0	A	14	1E	28	32	3C	46	50	5A	64	6E	78	82	8C	96
B	0	B	16	21	2C	37	42	4D	58	63	6E	79	84	8F	9A	A5
C	0	C	18	24	30	3C	48	54	60	6C	78	84	90	9C	A8	B4
D	0	D	1A	27	34	41	4E	5B	68	75	82	8F	9C	A9	B6	C3
E	0	E	1C	2A	38	46	54	62	70	7E	8C	9A	A8	B6	C4	D2
F	0	F	1E	2D	3C	4B	5A	69	78	87	96	A5	B4	C3	D2	E1

*Таблица умножения
для
шестнадцатеричной
СС*