СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ

Выполнил ученик 10 «А» класса Иванов Артём
МБОУ «СОШ №55», г. Барнаул

СОДЕРЖАНИЕ

- Что такое «Система счисления»? Типы СС
  - Определение термина «Система счисления»
  - Непозиционная СС
  - Позиционная СС
- Характеристика систем счисления
  - Основные характеристики
  - Двоичная СС
  - Восьмеричная СС
  - Десятичная СС
  - Шестнадцатеричная СС
  - Проверь себя

СОДЕРЖАНИЕ

- Способы перевода чисел из одной СС в другую
  - Из десятичной
  - Из двоичной
  - Из восьмеричной
  - Из шестнадцатеричной
  - Проверь себя
- Арифметические операции в СС
  - В двоичной СС
  - В восьмеричной и шестнадцатеричной СС

Что такое «Система счисления»?

- ***Система счисления*** *– это правила записи чисел с помощью специальных знаков – цифр, а также соответствующие правила выполнения операций с этими числами.*
- *Существует два основных типа систем счисления: непозиционные системы счисления и позиционные.*

Содержание

Типы систем счисления

- ***Непозиционная система счисления*** *– это такая система счисления, в которой значение цифры не зависит от её места в записи числа.*

Пример:

Первоначально люди считали на пальцах. Один загнутый палец обозначал единицу. Такая система счисления называется унарной(она включает в себя только одну цифру, обозначающую 1).

В унарной системе счисления цифра всегда будет обозначать только единицу, независимо от своего положения!

Содержание

Типы систем счисления

- ***Позиционная система счисления*** *– это такая система счисления, в которой значение цифры зависит от её места в записи числа.*

Пример:

В повседневной жизни мы применяем десятичную систему счисления. Допустим, что нам дано число 637. В этом числе цифра 6 обозначает сотни, цифра 3 – десятки, а цифра 7 – единицы.

Содержание

Характеристика систем счисления

Две основные характеристики систем счисления:

- ***Алфавит системы счисления*** *– это используемый в ней набор цифр.*
- ***Основание системы счисления*** *– это количество цифр в алфавите(мощность алфавита).*

Содержание

Характеристика систем счисления

Двоичная СС:

- Алфавит состоит из двух цифр: 0 и 1;
- Основание СС = 2;
- Примеры чисел, записанных в данной СС:

10011_2, 1001101_2, 101010_2, 110101_2

В числе не может быть цифры, которая не входит в алфавит системы!!!

Индекс, записываемый снизу после цифр, равен основанию СС

Содержание

Характеристика систем счисления

Восьмеричная СС:

- Алфавит состоит из восьми цифр: 0, 1, 2…7;
- Основание СС = 8;
- Примеры чисел, записанных в данной СС:

124_8, 2425_8, 401764_8, 1234567_8

Содержание

Характеристика систем счисления

Десятичная СС:

- Алфавит состоит из десяти цифр: 0, 1, 2…9;
- Основание СС = 10;
- Примеры чисел, записанных в данной СС:

  391, 987, 120487_{10}, 548902

Обратите внимание!
Именно десятичную систему счисления мы используем в повседневной жизни.

*При записи чисел в данной СС **допускается отсутствие индекса**!*

Содержание

Характеристика систем счисления

Шестнадцатеричная СС:

- Алфавит состоит из шестнадцати цифр: 0, 1, 2…15;
- Основание СС = 16;
- Примеры чисел, записанных в данной СС:

$1BC_{16}$, $5E123_{16}$, $2B_{16}$, $A7E_{16}$

~~Внимание!~~

Так как для записи в данной системе счисления цифр от 10 до 15 нам требуется две клетки, то цифры в этом промежутке принято записывать с помощью первых шести букв английского алфавита.

Характеристика систем счисления

Пример записи чисел, включающих цифры от 10 до 15:

Допустим, что нам нужно записать в шестнадцатеричной СС число, состоящее из двух цифр: **3** и **12**. Если мы запишем его так: 312_{16}, то можно подумать, что число состоит из трёх цифр: 3, 1 и 2. Чтобы не возникало подобной путаницы, мы можем записать необходимое нам число в таком виде: **3C**$_{16}$. Тогда мы хорошо видим, что число состоит из двух цифр: из **3** и **12**(**C**).

Таким образом:

10=A	***13=D***
11=B	***14=E***
12=C	***15=F***

Содержание

Характеристика систем счисления

Проверь себя. *К какой СС может относится это число?*

234 –

1011 –

837 –

14А –

45819 –

Для того, чтобы увидеть ответы, перейди на следующий слайд!

Характеристика систем счисления

Проверь себя. *К какой СС может относится это число?*

234 – восьмеричная/десятичная/шестнадцатеричная СС

1011 – двоичная/восьмеричная/десятичная/шестнадцатеричная СС

837 – десятичная/шестнадцатеричная СС

14А – шестнадцатеричная СС

45819 – десятичная/шестнадцатеричная СС

! *Если число включает в себя цифру, не входящую в алфавит данной системы, оно не может относиться к этой СС. Если же все цифры числа входят в промежуток алфавита этой системы, то число может относится к данной СС.*

Содержание

Способы перевода чисел из одной СС в другую

- **Перевод из десятичной СС в двоичную/восьмеричную/шестнадцатеричную:**

Перевод целых десятичных чисел в любую другую систему счисления осуществляется делением числа на основание новой системы счисления до тех пор, пока в частном мы не получим нуля. Новое число записывается в виде остатков деления, начиная с последнего.

Например, переведём число 36 в двоичную систему счисления:

1) 36/2=18(остаток 0)

2) 18/2=9(остаток 0)

3) 9/2=4(остаток 1)

4) 4/2=2(остаток 0)

5) 2/2=1(остаток 0)

6) 1/2=0(остаток 1)

Таким образом, записывая остатки от деления в обратном порядке мы получаем число 100100. ***Значит,*** $36_{10} \rightarrow 100100_2$.

Способы перевода чисел из одной СС в другую

- **Перевод из десятичной СС в двоичную/восьмеричную/шестнадцатеричную:**

Попробуйте перевести число 57 аналогичным образом в восьмеричную и шестнадцатеричную систему счисления:

$57_{10} \rightarrow ?_8$

$57_{10} \rightarrow ?_{16}$

Проверь себя:

Перевод в восьмеричную СС:

1) 57/8=7(остаток 1)

2) 7/8=0(остаток 7)

Выписав остатки в обратном порядке получили число 71. *Значит,* $57_{10} \rightarrow 71_8$.

Перевод в шестнадцатеричную СС:

1) 57/16=3(остаток 9)

2) 3/16=0(остаток 3)

Выписав остатки в обратном порядке получили число 39. *Значит,* $57_{10} \rightarrow 39_{16}$.

Содержание

Способы перевода чисел из одной СС в другую

- **Перевод из двоичной СС в восьмеричную/десятичную/шестнадцатеричную:**

Как перевести число из двоичной СС в десятичную?

Итак, мы имеем число 100100_2. Каждая цифра в числе, записанном в двоичной СС, относится к определённому разряду степени числа 2. Эти разряды *необходимо записывать под/над цифрами справа налево* ***(начиная с нулевой степени!),*** т. е.:

100100_2

5 4 3 2 1 0

Мы видим, что в разрядах **нулевой**, **первой**, **третьей** и **четвёртой** степени стоит ноль, значит, для перевода данного числа в десятичную СС нам не понадобятся **нулевая**, **первая**, **третья** и **четвёртая** степени двойки. Зато в разрядах **второй** и **пятой** степени стоит число один, т. е. число в десятичной СС состоит из суммы двух чисел: два во **второй** и два в **пятой** степени. Итак, $2^2+2^5=4+32=36$.

Значит, $100100_2 \rightarrow 36_{10}$.

Способы перевода чисел из одной СС в другую

- **Перевод из двоичной СС в восьмеричную/десятичную/шестнадцатеричную:**

Как перевести число из двоичной СС в восьмеричную?

Итак, мы имеем число 1100101_2. Для перевода данного числа в восьмеричную СС разобьём его на триады(**группы из трёх цифр**), *начиная справа*. При этом к последней триаде(если идти справа налево) мы можем *при необходимости добавить нули в начало*.

Преобразовав данным образом число 1100101 мы получили 001 100 101.

Далее нам нужно перевести каждую триады в восьмеричную СС. Для этого мы складываем степени двойки в разрядах, в которых находится число 1.

1) $001_2 \rightarrow 2^0*1 + 2^1*0 + 2^2*0 \rightarrow 2^0 \rightarrow 1_8$

2) $100_2 \rightarrow 2^0*0 + 2^1*0 + 2^2*1 \rightarrow 2^2 \rightarrow 4_8$

3) $101_2 \rightarrow 2^0*1 + 2^1*0 + 2^2*1 \rightarrow 2^0+2^2 \rightarrow 5_8$

Теперь запишем данные числа в том порядке, в котором расположены соответствующие им триады в изначальном числе:

$$1100101_2 \rightarrow 145_8$$

Способы перевода чисел из одной СС в другую

- **Перевод из двоичной СС в восьмеричную/десятичную/шестнадцатеричную:**

Как перевести число из двоичной СС в шестнадцатеричную?

Итак, мы имеем число 1100101_2. Для перевода данного числа в шестнадцатеричную СС используется аналогичный предыдущему алгоритм, за исключением того, что изначальное число нам нужно разбивать на тетрады(**группы из четырёх цифр**).

Преобразовав данным образом число 1100101 мы получили 0110 0101.

Далее нам нужно перевести каждую тетраду в шестнадцатеричную СС. Для этого мы складываем степени двойки в разрядах, в которых находится число 1.

1) $0110_2 \rightarrow 2^0*0 + 2^1*1 + 2^2*1 + 2^3*0 \rightarrow 2^1+2^2 \rightarrow 6_{16}$

2) $0101_2 \rightarrow 2^0*1 + 2^1*0 + 2^2*1 + 2^3*0 \rightarrow 2^0+2^2 \rightarrow 5_{16}$

Теперь запишем данные числа в том порядке, в котором расположены соответствующие им тетрады:

$1100101_2 \rightarrow 65_{16}$

Не забывайте, что для записи в шестнадцатеричной СС цифр, больших девяти, используются первые буквы английского алфавита!

Содержание

Способы перевода чисел из одной СС в другую

- **Перевод из восьмеричной СС в двоичную/десятичную/шестнадцатеричную:**

Как перевести число из восьмеричной СС в двоичную?

Итак, мы имеем число 116_8. Для перевода данного числа в двоичную СС используется алгоритм, обратный алгоритму перевода числа из двоичной СС в восьмеричную. Т. е. необходимо представить каждую цифру в виде триады, записанной в двоичной СС, после чего соединить эти триады в единое число.

1) Делим цифру 1 на основание новой системы счисления:

1/2=0(остаток 1)

$1_8 \rightarrow 1_2$

2) Делим цифру 1 на основание новой системы счисления:

1/2=0(остаток 1)

$1_8 \rightarrow 001_2$(добавили недостающие нули в начало для получения триады(для первого числа данное действие необязательно, т.к. нули в начале двоичного числа нам ничего не дают))

3) Делим цифру 6 на основание новой системы счисления:

6/2=3(остаток 0)

3/2=1(остаток 1)

1/2=0(остаток 1)

$6_8 \rightarrow 110_2$

4) Соединив триады в одно число получаем $116_8 \rightarrow 1001110_2$

Способы перевода чисел из одной СС в другую

- **Перевод из восьмеричной СС в двоичную/десятичную/шестнадцатеричную:**

Как перевести число из восьмеричной СС в десятичную и шестнадцатеричную?

Перевод чисел из восьмеричной СС в десятичную осуществляется достаточно просто. Возьмём число 257_8. Для того, чтобы перевести его в десятичную систему счисления нам нужно умножать 8^n на цифру, которая находится в разряде степени n.

$$257_8 \rightarrow 8^0*7 + 8^1*5 + 8^2*2 \rightarrow 1*7 + 8*5 + 64*2 \rightarrow 7+40+128 \rightarrow 175_{10}$$

2 1 0

Что касаемо перевода из восьмеричной СС в шестнадцатеричную(и обратно!), то здесь рекомендуется использовать двоичную СС(т.е. перевести число из восьмеричной СС в двоичную, после чего перевести двоичное число в шестнадцатеричное)

[Содержание](#)

Способы перевода чисел из одной СС в другую

- **Перевод из шестнадцатеричной СС в двоичную/восьмеричную/десятичную:**

Как перевести число из шестнадцатеричной СС в двоичную?

Итак, мы имеем число $AC7_{16}$. Для перевода данного числа в двоичную СС необходимо каждую цифру представить в виде тетрады, записанной в двоичной СС, добавив, при необходимости, нули в начало, после чего соединить тетрады в одно число.

1) Делим цифру A(10) на основание новой системы счисления:

10/2=5(остаток 0)

5/2=2(остаток 1)

2/2=1(остаток 0)

1/2=0(остаток 1)

$A_{16} \rightarrow 1010_2$

2) Делим цифру C(12) на основание новой системы счисления и получаем 1100_2

3) Делим цифру 7 на основание новой системы счисления и получаем 0111_2

4) Соединив тетрады в одно число получаем $AC7_{16} \rightarrow 101011000111_2$

Способы перевода чисел из одной СС в другую

- **Перевод из шестнадцатеричной СС в двоичную/восьмеричную/десятичную:**

Как перевести число из шестнадцатеричной СС в десятичную?

Итак, мы имеем число $AC7_{16}$. Для перевода данного числа в десятичную СС используется алгоритм, аналогичный переходу из восьмеричной системы в десятичную. Нужно умножать 16^n на цифру, которая находится в разряде степени n.

$$\overset{}{\underset{2}{A}}\underset{1}{C}\underset{0}{7}_8 \rightarrow 16^0*7 + 16^1*12 + 16^2*10 \rightarrow 1*7 + 16*12 + 256*10 \rightarrow 7+192+2560 \rightarrow 2759_{10}$$

Об алгоритме перехода из шестнадцатеричной системы в восьмеричную упоминалось раннее(через двоичную СС)

Содержание

Способы перевода чисел из одной СС в другую

- **Проверь себя, попробуй самостоятельно осуществить переводы:**

1) $19 \rightarrow ?_2$

2) $6A_{16} \rightarrow ?_8$

3) $451_8 \rightarrow ?_{10}$

4) $FD_{16} \rightarrow ?_2$

5) $1001111_2 \rightarrow ?_8$

Решение представлено на следующих слайдах

Способы перевода чисел из одной СС в другую

- **Решение заданий:**

1) 19→*10011_2*:

19/2=9(остаток 1)

9/2=4(остаток 1)

4/2=2(остаток 0)

2/2=1(остаток 0)

1/2=0(остаток 1)

Выписав остатки в обратном порядке получили число 10011_2

Способы перевода чисел из одной СС в другую

- **Решение заданий:**

  2) $6A_{16} \rightarrow 152_8$:

$6_{16} \rightarrow 0110_2$

$A_{16} \rightarrow 1010_2$

$6A_{16} \rightarrow 1101010_2$

$010_2 \rightarrow 2_8$

$101_2 \rightarrow 5_8$

$001_2 \rightarrow 1_8$

Способы перевода чисел из одной СС в другую

- **Решение заданий:**

  3) $451_8 \to 297$:

$451_8 \to 8^0*1 + 8^1*5 + 8^2*4 \to 1*1 + 8*5 + 64*4 \to 1+40+256 \to 297$

2 1 0

  4) $FD_{16} \to 11111101_2$:

$F_{16} \to 1111_2$

$D_{16} \to 1101_2$

  5) $1001111_2 \to 117_8$:

$001_2 \to 1_8$

$001_2 \to 1_8$

$111_2 \to 7_8$

Содержание

Арифметические операции в СС

- **Сложение в двоичной СС**

При осуществлении сложения в двоичной СС используются следующие правила:

0+0=0 ***1+0=1*** ***$1+1=10_2$*** ***$1+1+1=11_2$***

В двух последних случаях в десятичной СС мы бы получили числа 2 и 3, но они не входят в алфавит двоичной системы, поэтому мы использовали дополнительный разряд для записи суммы чисел 1, 1 и 1, 1, 1.

Попробуем сложить в столбик числа 10110_2 и 111011_2:

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 1\,1\,1\,1\,1} \\ 10110_2 \\ +\,\underline{111011}_2 \\ 1010001_2 \end{array}$$

Единицами сверху мы обозначили перенос из предыдущего разряда

Арифметические операции в СС

- **Вычитание в двоичной СС**

При осуществлении вычитания в двоичной СС используются следующие правила:

0-0=0 ***1-0=1*** ***1-1=0*** ***10_2-1=1***

В последнем случае нам приходится брать заём из предыдущего разряда. Когда мы берём заём в двоичной СС, то в текущий разряд мы добавляем $10_2=2_{10}$(основание СС). Следовательно, все промежуточные разряды между текущим и тем, откуда берётся заём, заполняются единицами.

Пример:

0 1 1 2 0 2

1000101_2 *Если необходимо из меньшего числа отнять большее, то осуществляют*

$- \underline{11011}_2$ *вычитание меньшего из большего и ставят в начале знак «минус»*

101010_2

Арифметические операции в СС

- **Умножение, деление в двоичной СС**

Умножение и деление столбиком в двоичной системе выполняется так же, как и в десятичной, за исключением того, что используются правила двоичного сложения и вычитания:

$$
\begin{array}{r}
10101_2 \\
*\quad \underline{101_2} \\
10101_2 \\
+\ \underline{10101_2\quad} \\
1101001_2
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r|l}
10101_2 & 111_2 \\
\cline{2-2}
-\ 111_2 & 11_2 \\
\cline{1-1}
111_2 & \\
111_2 & \\
\cline{1-1}
0 &
\end{array}
$$

Содержание

Арифметические операции в СС

- **Сложение, вычитание в восьмеричной СС**

При вычислениях в восьмеричной системе нужно помнить, что *максимальная цифра – это 7*. Тогда при вычитании в текущий разряд мы будем занимать 8, а промежуточные разряды между текущим и разрядом, откуда осуществляется заём, заполняются цифрой 7, а при сложении перенос будет возникать, если цифра, полученная при сложении, будет больше 7:

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 1\,1\,1\;\;} \\ 356_8 \\ +\,4662_8 \\ \hline 5240_8 \end{array} \qquad \begin{array}{r} {\scriptstyle \bullet\,\bullet\;\;\;\;} \\ 456_8 \\ -\,277_8 \\ \hline 157_8 \end{array}$$

Арифметические операции в СС

- **Сложение, вычитание в шестнадцатеричной СС**

При вычислениях в шестнадцатеричной системе нужно помнить, что *максимальная цифра – это F(15)*. Тогда при вычитании в текущий разряд мы будем занимать 16, а промежуточные разряды между текущим и разрядом, откуда осуществляется заём, заполняются цифрой F(15), а при сложении перенос будет возникать, если цифра, полученная при сложении, будет больше F(15):

1 1	• •
$\mathbf{A5B_{16}}$	$\mathbf{C5B_{16}}$
$\mathbf{+\ \underline{C7E}_{16}}$	$\mathbf{-\ \underline{A7E}_{16}}$
$\mathbf{16D9_{16}}$	$\mathbf{1DD_{16}}$

Арифметические операции в СС

- **Умножение, деление в восьмеричной и шестнадцатеричной СС**

Умножение и деление в восьмеричной и шестнадцатеричной СС выполняется аналогично десятичной СС, за исключением того, что необходимо использовать *таблицы умножения, предназначенные* … *й осуществляется счёт.*

×	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6	7
2	0	2	4	6	10	12	14	16
3	0	3	6	11	14	17	22	25
4	0	4	10	14	20	24	30	34
5	0	5	12	17	24	31	36	43
6	0	6	14	22	30	36	44	52
7	0	7	16	25	34	43	52	61

Таблица умножения для восьмеричной СС

Арифметические операции в СС

- **Умножение, деление в восьмеричной и шестнадцатеричной**

×	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
2	0	2	4	6	8	A	C	E	10	12	14	16	18	1A	1C	1E
3	0	3	6	9	C	F	12	15	18	1B	1E	21	24	27	2A	2D
4	0	4	8	C	10	14	18	1C	20	24	28	2C	30	34	38	3C
5	0	5	A	F	14	19	1E	23	28	2D	32	37	3C	41	46	4B
6	0	6	C	12	18	1E	24	2A	30	36	3C	42	48	4E	54	5A
7	0	7	E	15	1C	23	2A	31	38	3F	46	4D	54	5B	62	69
8	0	8	10	18	20	28	30	38	40	48	50	58	60	68	70	78
9	0	9	12	1B	24	2D	36	3F	48	51	5A	63	6C	75	7E	87
A	0	A	14	1E	28	32	3C	46	50	5A	64	6E	78	82	8C	96
B	0	B	16	21	2C	37	42	4D	58	63	6E	79	84	8F	9A	A5
C	0	C	18	24	30	3C	48	54	60	6C	78	84	90	9C	A8	B4
D	0	D	1A	27	34	41	4E	5B	68	75	82	8F	9C	A9	B6	C3
E	0	E	1C	2A	38	46	54	62	70	7E	8C	9A	A8	B6	C4	D2
F	0	F	1E	2D	3C	4B	5A	69	78	87	96	A5	B4	C3	D2	E1

Таблица умножения для шестнадцатеричной СС

Содержани