КИНЕМАТИКА

Кинематика точки

Пример

По заданному уравнению движения точки *M* установить вид ее траектории и для момента времени $t = t_1$ найти положение точки на траектории, ее скорость, полное, касательное и нормальное ускорение, а также радиус кривизны.

$$x = -2\,t; \qquad (1)$$

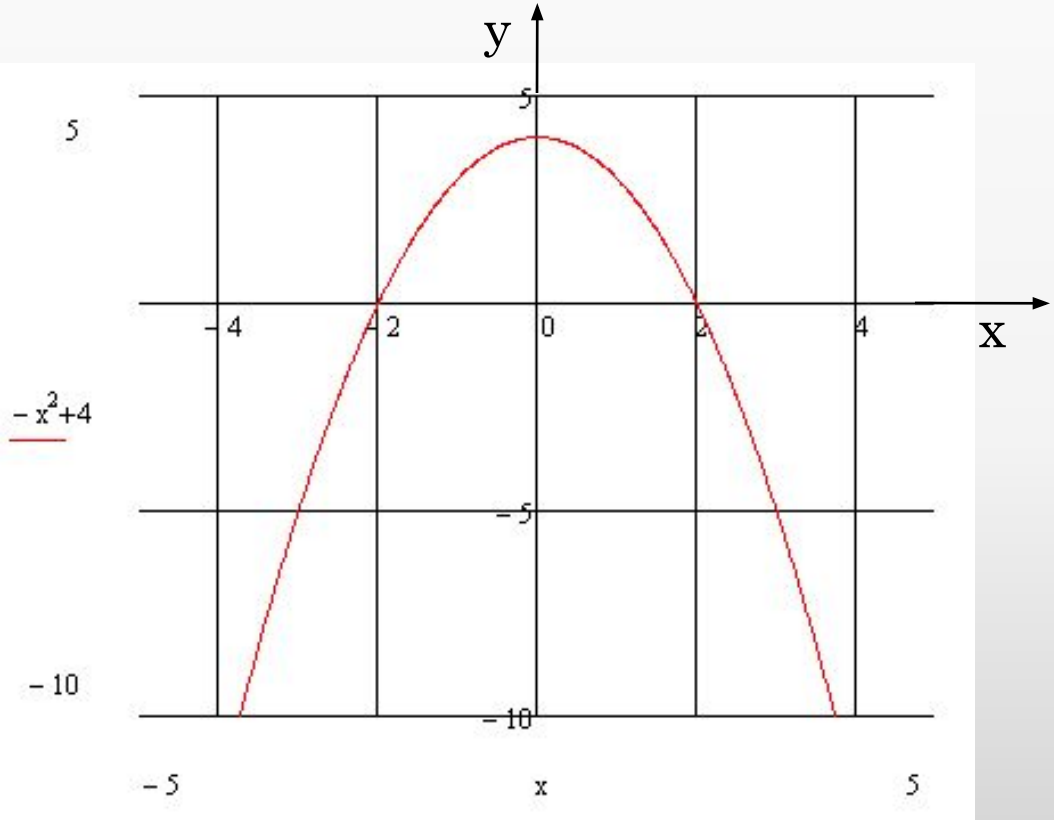
$$y = -4\,t^2 + 4;$$

при $t_1 = 1$ с

1. Определим *траекторию* движения точки М.

Чтобы получить уравнение траектории в координатной форме, исключим время t из уравнений (1).

В результате произведенных вычислений получаем:

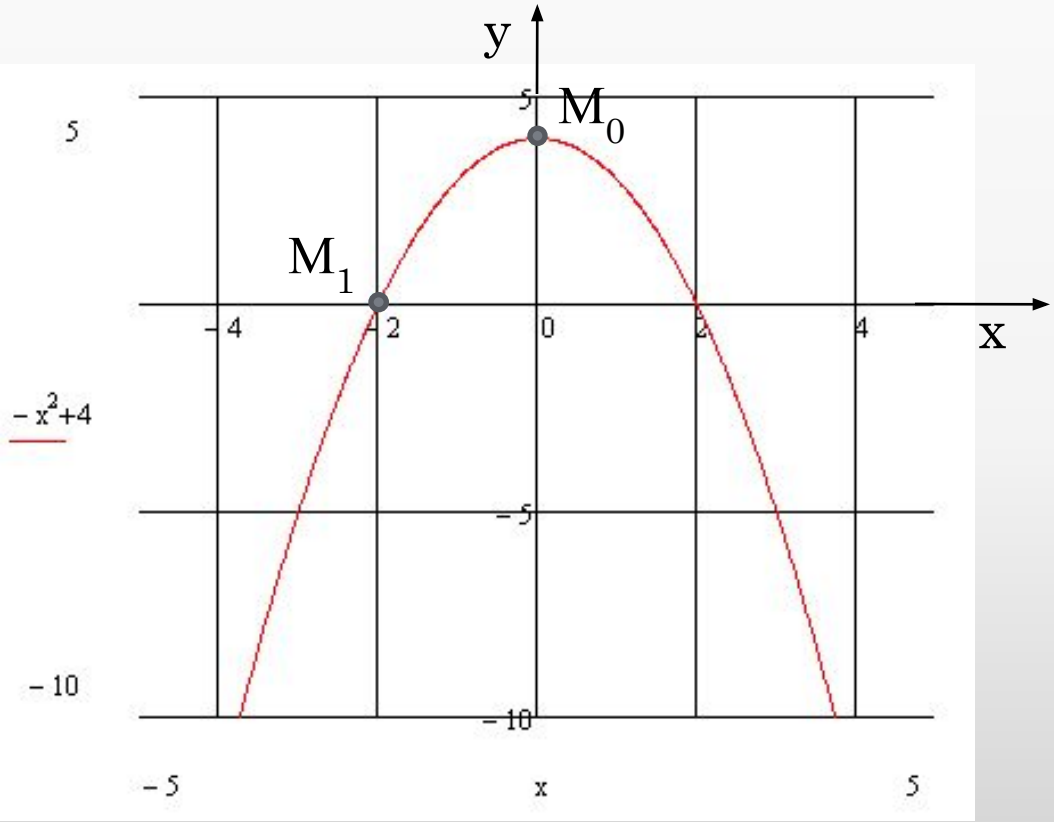


$$y = -x^2 + 4$$

Траекторией движения является *парабола*.

Начальное положение точки М: $M_0(0; 4)$.

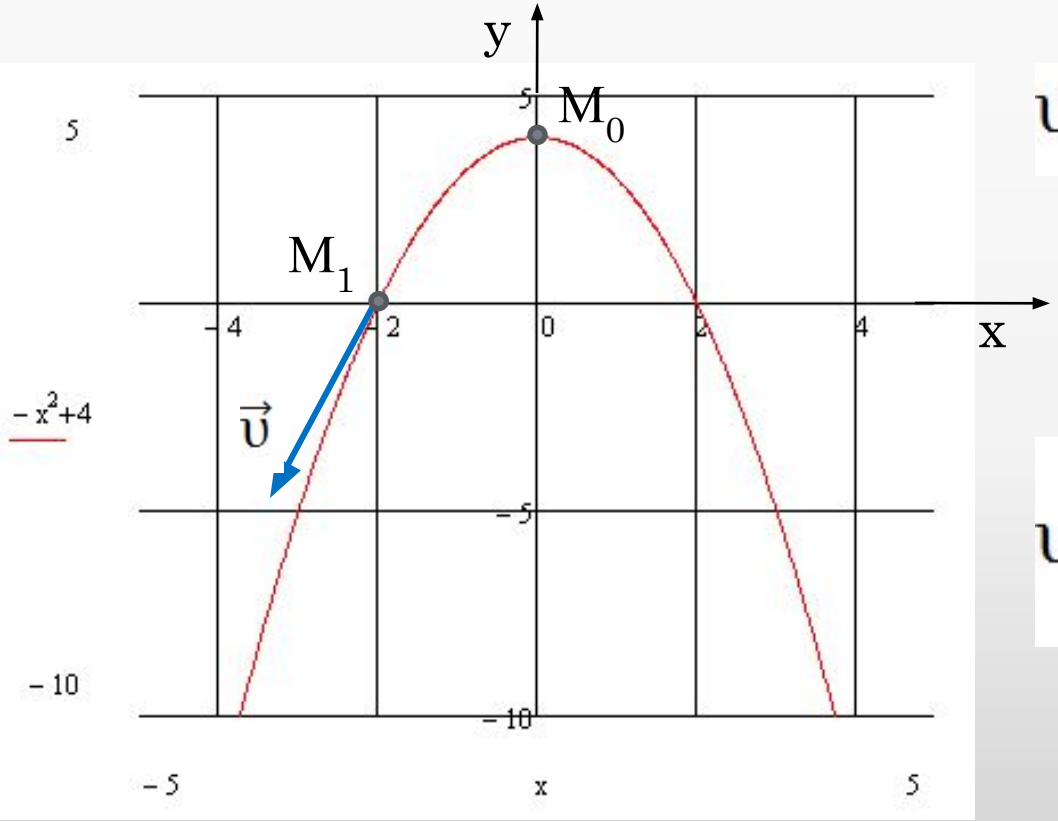
Положение точки М в момент времени t_1: $M_1(-2; 0)$.



2. Определим *скорость* точки М.

По определению

$$\upsilon_x = \dot{x} = -2; \qquad \upsilon_y = \dot{y} = -8\,t;$$



$$\upsilon_y|_{t_1=1c} = -8\,;$$

Так как

$$\upsilon = \sqrt{\upsilon_x^2 + \upsilon_y^2}$$

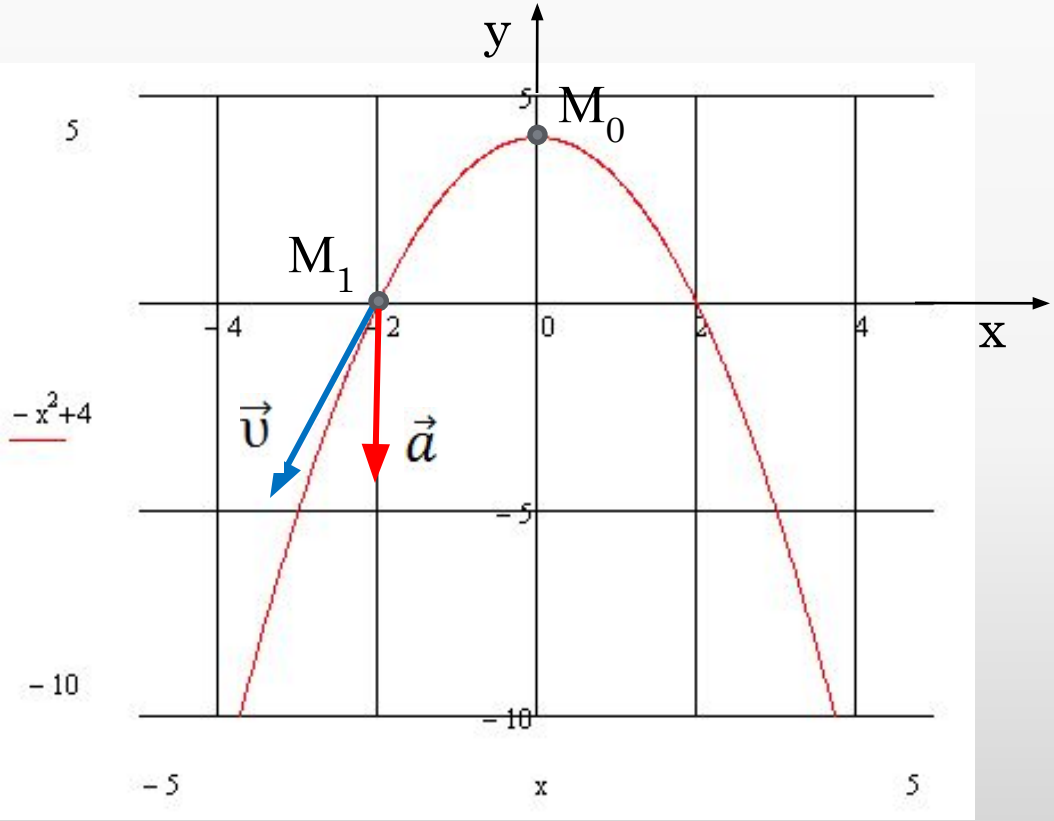
то

$$\upsilon|_{t_1=1c} = 8{,}246\ \text{м/с}$$

3. Определим *ускорение* точки М.

По определению

$$a_x = \dot{\upsilon}_x = \ddot{x} = 0; \qquad a_y = \dot{\upsilon}_y = \ddot{y} = -8;$$



Так как

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$$

то

$$a|_{t_1=1c} = 8 \text{ м/с}^2$$

4. Определим *радиус кривизны* траектории в точке М.

По определению

$$a_n = \frac{\upsilon^2}{\rho} \quad \Rightarrow \quad \rho = \frac{\upsilon^2}{a_n}$$

Так как

$$a_n = \sqrt{a^2 - a_\tau^2}$$

где

$$a_\tau = \frac{d\upsilon}{dt};$$

или

$$a_\tau = \frac{\upsilon_x a_x + \upsilon_y a_y}{\upsilon}\Big|_{t_1=1c} = 7{,}761\ \text{м/с}^2;$$

Окончательно получаем:

$$\rho = 0{,}029\ \text{м}$$