Урок 70.
Тема: Разложение на множители с помощью формул

$$x^n - a^n \qquad x^{2n+1} + a^{2n+1}$$

Цель обучения

10.2.1.6

использовать формулы $x^n - a^n$, $x^{2n+1} + a^{2n+1}$ для разложения многочленов на множители

Критерии успеха

1.знает формулы для разложения многочленов вида

$x^n - a^n$ и $x^{2n+1} + a^{2n+1}$ на множители;

2. разлагает на множители, используя указанные формулы;

Домашнее задание

Given the polynomials $P(x) = x^4 - x^3 + 2x - 1$, $Q(x) = 3 - x + 2x^3$ and $T(x) = 3x^2 - 2$ evaluate

(a)	$2T(x) - Q(x)$	(b)	$P(x) + 4T(x)$	(c)	$T(x) \times Q(x)$
(d)	$P(x)Q(x)$	(e)	$[Q(x)]^2$	(f)	$[T(x)]^2 - 9P(x)$

Разложите на множители:

а) $x^6 + y^6$

б) $m^9 - n^9$

Актуализация изученного материала

$$P(x) = (2x^3 - x^2 + 1)^5 + (x^2 + x - 2)^6$$

1) свободный коэффициент
2) степень многочлена
3) старший член
4) старший коэффициент
5) сумма коэффициентов
6) сумма коэффициентов при четных степенях

Изучение нового материала.

$$a^2 - b^2 = (a - b)\cdot(a + b)$$ (1)

$$a^3 - b^3 = (a - b)\cdot(a^2 + ab + b^2)$$

(2)

$$a^3 + b^3 = (a + b)\cdot(a^2 - ab + b^2)$$

$$a^4 - b^4 = (a^2)^2 - (b^2)^2 = (a^2 - b^2)(a^2 + b^2) = (a - b)(a + b)(a^2 + b^2).$$

(3)

$$a^4 - b^4 = (a - b)(a^3 + a^2b + ab^2 + b^3).$$

$$a^n - b^n = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + \ldots + a^2b^{n-3} + ab^{n-2} + b^{n-1}) \qquad (4)$$

Чтобы убедиться в справедливости этого предположения, раскроем в правой части равенства (4) скобки и приведем подобные члены. При раскрытии скобок будем писать вслед за произведением некоторого слагаемого на a его произведение на $-b$. Получим

$$(a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + \ldots + ab^{n-2} + b^{n-1}) =$$

$$= a^n - \underline{a^{n-1}b} + \underline{a^{n-1}b} - a^{n-2}b^2 + \ldots + a^2b^{n-2} - \underline{\underline{ab^{n-1}}} + \underline{\underline{ab^{n-1}}} - b^n.$$

Если n — нечетное число, $n=2m+1$, то из полученного равенства можно вывести новое, заменив в нем b на $-b$. Так как при четном k имеем $a^{n-k}(-b)^k = a^{n-k}b^k$, а при нечетном k имеем $a^{n-k}(-b)^k = -a^{n-k}b^k$, то получаем тождество

$$a^{2n+1} + b^{2n+1} = (a+b)(a^{2n} - a^{2n-1}b + a^{2n-2}b^2 - \ldots + a^2b^{2n-2} - ab^{2n-1} + b^{2n}), \quad n \in N \qquad (5)$$

Примечание

- формула (4) справедлива для любого натурального n
- формула (5) – только для нечетного натурального n

Разложить на множители по формулам:

$$a^5 - b^5, \quad a^5 + b^5$$

Первичное закрепление

Разложить на множители по формулам:

$1) x^6 - 1,\quad 2) x^{11} + 1,\quad 3) 32a^5 + 243b^5$

Упростите выражения:

4. $(4x - 5y)(256x^4 + 320x^3y + 400x^2y^2 + 500xy^3 + 625y^4)$;

5. $(x^2 + y^3)(x^6 - x^4y^3 + x^2y^6 - y^9)$

$x^5 + y^{10}z^{10}$