

# ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ

## Лекция «Електроёмкость и конденсаторы»

# Электрическая емкость

Заряд и потенциал уединенного проводника связаны между собой линейной зависимостью:

$$q = C \cdot \varphi$$

Коэффициент пропорциональности **C** называется **электроемкостью** (или

Единицы  
электроемкости в СИ:

$$[C] = \frac{[q]}{[\varphi]} = \frac{\text{Кл}}{\text{В}} = \text{Ф}$$

$$1 \text{ мкФ} = 10^{-6} \text{ Ф}$$

$$1 \text{ нФ} = 10^{-9} \text{ Ф}$$

$$1 \text{ пФ} = 10^{-12} \text{ Ф}$$

# Электроемкость проводника

Емкость проводника зависит от следующих факторов:

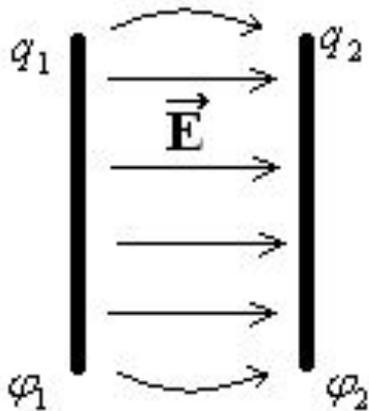
- *форма проводника;*
- *размеры проводника;*
- *свойства окружающей среды.*

Если проводник находится в непроводящей среде с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$ , то его емкость *увеличивается в  $\epsilon$  раз:*

$$C = \epsilon \cdot C_0$$

где  $C_0$  - емкость проводника в вакууме.

# Простейший конденсатор

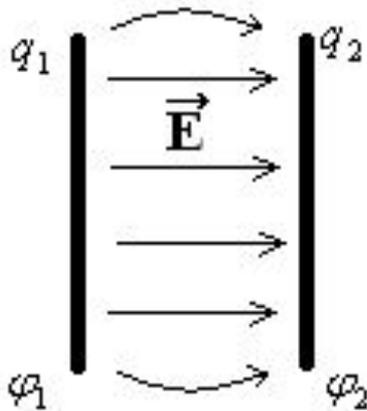


*Простейший конденсатор* - это пара проводников, между которыми имеется разность потенциалов.

Индукированные на проводниках электрические **заряды равны по величине и противоположны по знаку**:

$$q = |q_1| = |q_2| = C(\varphi_1 - \varphi_2) = CU$$

# Вычисление емкости конденсатора



Согласно определению

$$C = \frac{q}{U}$$

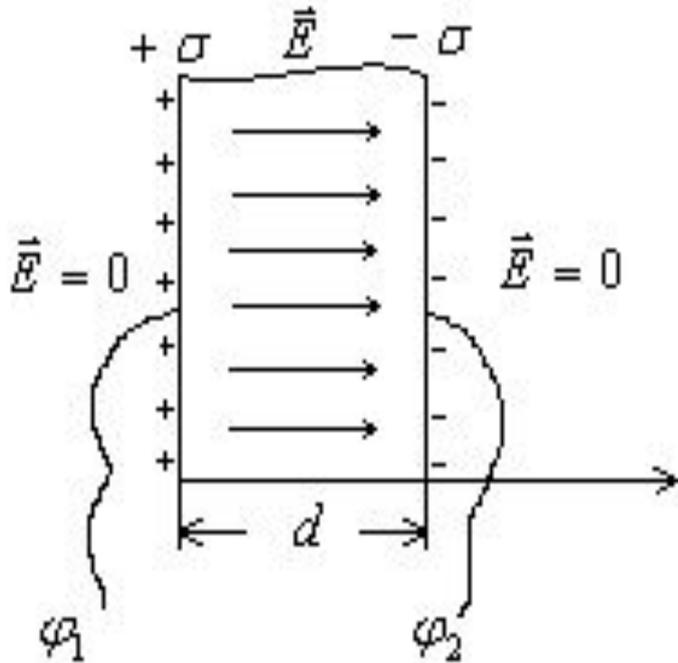
$$U = \varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 (\vec{E} d\vec{r})$$

*интеграл берется вдоль силовой линии поля между обкладками конденсатора*

$$C = \frac{q}{\int_1^2 (\vec{E} d\vec{r})}$$

— общая формула для вычисления емкости любого конденсатора

# Вычисление емкости плоского конденсатора

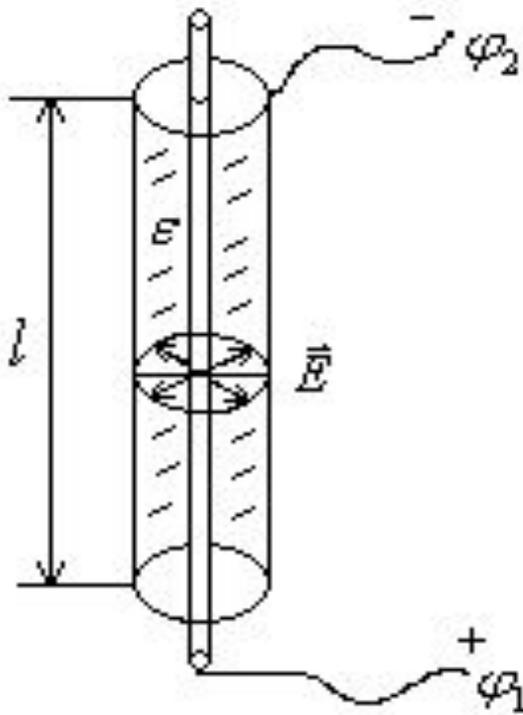


$$\begin{cases} \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} d \\ q = \sigma \cdot S \end{cases}$$

$$C_0 = \frac{q}{U} = \frac{\varepsilon_0 \sigma S}{d \sigma} = \frac{\varepsilon_0 S}{d}$$

$$C = \varepsilon \cdot C_0 = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d}$$

# Вычисление емкости цилиндрического конденсатора

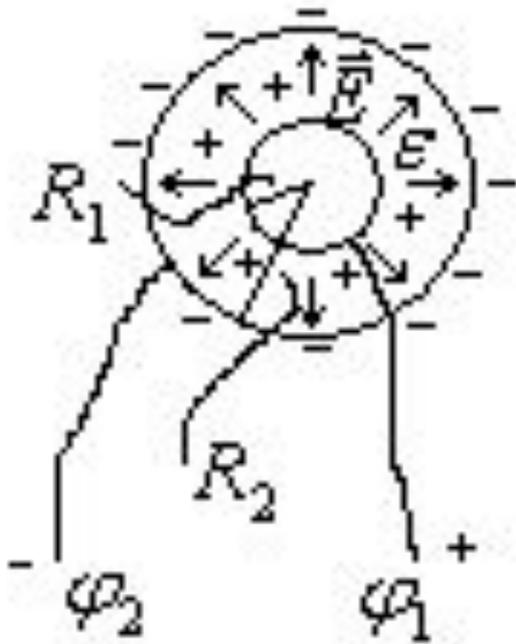


$$E = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0 r}$$

$$U = \varphi_1 - \varphi_2 = \int_{r_1}^{r_2} \frac{\tau dr}{2\pi\epsilon_0 r} = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r} =$$
$$= \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0} (\ln r_2 - \ln r_1) = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r_2}{r_1}$$

$$C = \epsilon \frac{q}{U} = \epsilon \frac{\tau \cdot l}{\tau \ln \frac{r_1}{r_2}} \cdot 2\pi\epsilon_0 = \frac{2\pi\epsilon_0 \epsilon l}{\ln \frac{r_1}{r_2}}$$

# Вычисление емкости сферического конденсатора

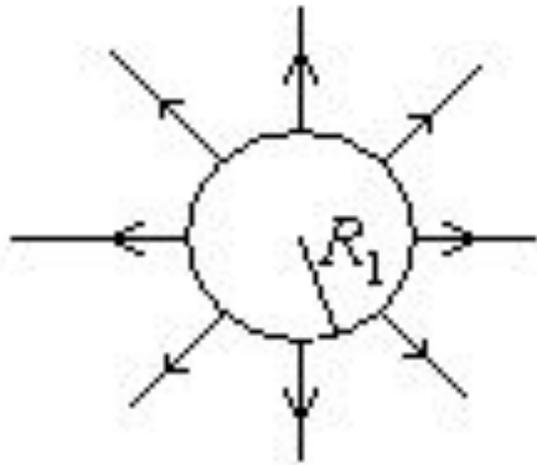


$R_1$  - внутренний радиус  
 $R_2$  - внешний радиус

$$E = \frac{q}{4 \pi \epsilon_0 r^2}$$
$$U = \int_{R_1}^{R_2} \frac{q dr}{4 \pi \epsilon_0 r^2} = \frac{q}{4 \pi \epsilon_0} \int_{R_1}^{R_2} \frac{dr}{r^2} =$$
$$= -\frac{q}{4 \pi \epsilon_0} \left( \frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1} \right) = \frac{q}{4 \pi \epsilon_0} \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$
$$C_0 = \frac{q}{U} = \frac{q \cdot 4 \pi \epsilon_0}{q \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)} = \frac{4 \pi \epsilon_0}{\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}}$$

$$C = \frac{4 \pi \epsilon_0 \epsilon}{\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}}$$

# Вычисление емкости уединенного шара



для сферического конденсатора:

$$C = \frac{4\pi\epsilon_0\epsilon}{\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}}$$

для уединенного шара:

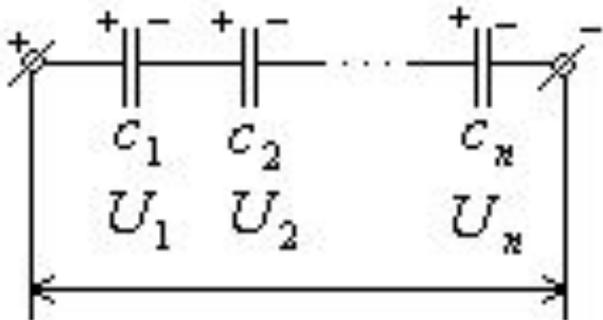
$$C = 4\pi\epsilon_0\epsilon R$$

$R_1 = R$  - радиус шара

$R_2 \rightarrow \infty$

# Последовательное соединение конденсаторов

*При последовательном соединении заряды на всех конденсаторах одинаковые, а напряжения разные*

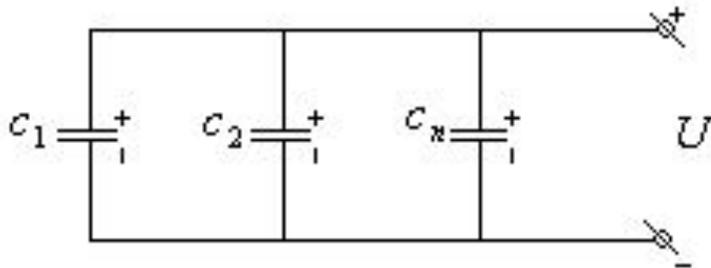


$$q_1 = q_2 = \dots = q_n = q$$

$$\frac{1}{C_{\text{общ}}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n}$$

# Параллельное соединение конденсаторов

*При параллельном соединении напряжения на всех конденсаторах одинаковые, а заряды разные*

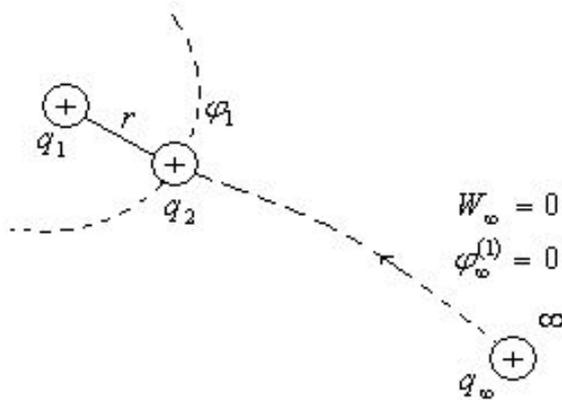


$$U_1 = U_2 = \dots = U_n = U$$

$$C_{\text{общ}} = C_1 + C_2 + \dots + C_n$$

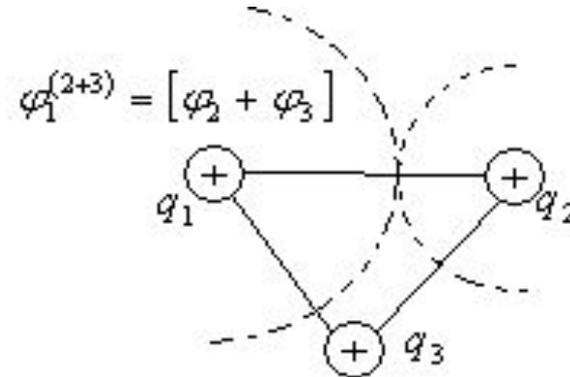
# Энергия системы неподвижных точечных зарядов

Система двух неподвижных точечных зарядов



$$W = \frac{1}{2} (q_1 \varphi_1^{(2)} + q_2 \varphi_2^{(1)})$$

Система трех неподвижных точечных зарядов

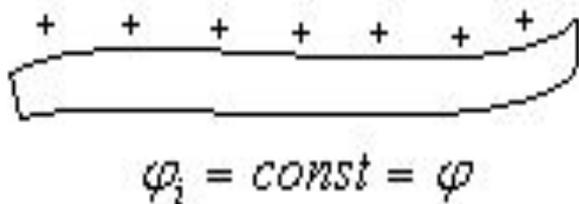


$$W = \frac{1}{2} (q_1 \varphi_1^{(2+3)} + q_2 \varphi_2^{(1+3)} + q_3 \varphi_3^{(1+2)})$$

$$W = \sum_{i=1}^n q_i \varphi_i$$

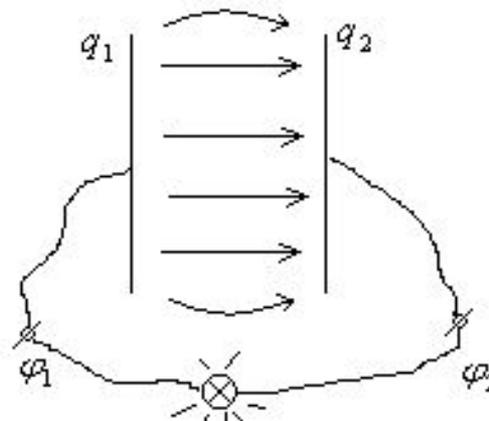
# Энергия заряженного проводника и заряженного конденсатора

Заряженный проводник



$$W = \frac{1}{2} q\varphi$$

Заряженный конденсатор



$$W_c = \frac{qU}{2} = \frac{CU^2}{2} = \frac{q^2}{2C}$$

# Энергия электростатического поля в конденсаторе

воспользовавшись формулами для плоского конденсатора

$$C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d}$$

и

$$U = Ed$$

найдем энергию электростатического поля в конденсаторе

$$W_c = \frac{CU^2}{2} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S \cdot E^2 d^2}{2d} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2} V, \quad \text{где } V = S \cdot d$$

$$w_E = \frac{W_E}{V} = \frac{1}{2} \varepsilon_0 \varepsilon E^2 \left[ \frac{\text{Дж}}{\text{м}^3} \right]$$

- плотность энергии  
электростатического поля



***Благодарю за внимание***